Informe Técnico N° 92

Efectos de la resolución angular, del "juego libre", y del modelo de apuntamiento de un radiotelescopio en el ancho observado de líneas espectrales

Nicolás Duronea

Javier Vasquez Edmundo Marcelo Arnal

Instituto Argentino de Radioastronomía

1

1

Este Informe Técnico fue elaborado como parte de los trabajos adicionales realizados en la cursada de la asignatura **Técnicas observacionales radioastrónomicas**. Dicha asignatura fue dictada por el Dr. E. Marcelo Arnal en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata en el año 2005.

1. Introducción

Las señales radioastronómicas sufren desde que inciden en el alimentador, una serie de modificaciones (amplificaciones, filtrados, etc.) por parte de la electrónica del radiómetro. En el caso de las líneas espectrales en la banda de radio, una de estas modificaciones consisten en el paso de la señal de radiofrecuencias (banda de observación) a frecuencias más bajas para de esta forma facilitar su posterior procesamiento. Si bien no se entrará en detalles acerca de este proceso, podemos decir brevemente que el mismo es llevado a cabo por dos dispositivos conocidos como mezclador y oscilador local. El primero 'mezcla' la frecuencia de la señal de entrada (f_e) con la frecuencia del oscilador local (f_{ol}), la cual es monocromática y estable. El resultado de esta mezcla es el paso de la señal de la banda de radiofrecuencias, a una banda intermedia (150 MHz $\equiv |f_{ol}-f_e|$) o a bandas de frecuencias más bajas (banda de video), si es que se realiza una mezcla posterior.

Una línea espectral dada tiene una frecuencia de laboratorio f_0 , y cuando es observada con un radiotelescopio, esta frecuencia es esencialmente transformada en una velocidad radial. Como es costumbre en Radioastronomía, dicha velocidad se refiere al Sistema Local de Referencia (LSR). A los efectos de evitar que la línea espectral cambie la frecuencia en la que se observa (ver Informe Técnico N°91 para más detalles), se deben aplicar en tiempo real ciertas correcciones en frecuencia que compensen los movimientos de:

- Rotación terrestre
- Traslación terrestre alrededor del Sol
- Movimiento solar alrededor del centro galáctico

La corrección por el movimiento de rotación terrestre expresada en unidades de velocidad está dada por $\Delta V_r = -0.465 \times \cos(\varphi) \times \cos(\delta) \times \sin(t)$, siendo φ la latitud del lugar, δ la declinación del astro y t su ángulo horario. A los efectos de simplificar el tratamiento en este informe consideraremos un pasaje del astro por el meridiano (t=0), es decir que $\Delta V_r=0$. Esta suposición no implica una pérdida de generalidad en las conclusiones. La corrección por movimiento de traslación terrestre y movimiento solar se realizaron de acuerdo al trabajo realizado por MacRae & Westerhout (1956) de la siguiente manera:

Sean X1, Y1 y Z1, las componentes del movimiento orbital de la Tierra en el sistema de coordenadas rectangular ecuatorial, estas componentes estan definidas por:

$$X1 = V(sen(\lambda) + e \ sen(\pi))$$

$$Y1 = V(\cos(\lambda) + e \cos(\pi))\cos(i)$$
$$Z1 = -V(\cos(\lambda) + e \cos(\pi))sen(i)$$

donde V = n a $(1 - e^2)^{1/2}$, $\underline{\lambda}$ es la longitud ecliptical del Sol, \underline{n} es la velocidad angular media, \underline{a} es el semieje mayor de la órbita terrestre, \underline{e} es su excentricidad, $\underline{\pi}$ es la longitud media del perigeo e \underline{i} es la oblicuidad de la eclíptica.

Si X2, Y2 y Z2 son las componentes del movimiento solar hacia el ápex, éstas estan definidas por

$$X2 = V_0 \cos(A_A) \cos(D_A)$$
$$Y2 = V_0 \sin(A_A) \cos(D_A)$$
$$Z2 = V_0 \sin(D_A)$$

donde V₀ es la velocidad del Sol (~ 20 km/seg) hacia el ápex cuyas coordenadas ecuatoriales son (A_A, D_A) . Cuando las componentes de velocidad de la Tierra y de movimiento solar son sumadas se obtienen las componentes A, B y C del vector velocidad de la Tierra respecto del LSR:

$$A = A_1 sen(\lambda) + A_2$$
$$B = B_1 cos(\lambda) + B_2$$
$$C = C_1 cos(\lambda) + C_2$$

donde las constantes A₁, A₂, B₁, B₂, C₁ y C₂ son funciones de los parámetros orbitales mencionados anteriormente y son calculadas para el día y hora de interés. De esta manera, a la velocidad radial medida para un objeto se le debe sustraer la cantidad $v_r = A \cos(\delta) \cos(\alpha) + B \cos(\delta) \sin(\alpha) + C \sin(\delta)$ para compensar por los movimientos mencionados anteriormente.

Dado que la magnitud de la corrección depende de las coordenadas de la fuente a ser observada, ésta variará con la posición del objeto en la esfera celeste. Técnicamente, la aplicación de la corrección se hace controlando la frecuencia del oscilador local.

Un radiotelescopio al observar en una dirección dada, recoge toda la información que proviene de un ángulo sólido determinado por el poder resolvente del telescopio. Las correcciones mencionadas son calculadas <u>correctamente</u> sólo para la dirección de apuntamiento del telescopio. Si el haz del telescopio es relativamente grande, existirán puntos dentro del mismo donde la corrección diferirá levemente de la correspondiente al punto central. Dividiendo el ángulo sólido definido por la resolución del telescopio en ángulos sólidos más pequeños (que no se encuentran centrados en la dirección de apuntamiento), resulta que la correción del oscilador local que se aplica en cada uno de ellos difiere levemente de la correspondiente al punto central. Si suponemos que en cada uno de ellos se genera una línea espectral extremadamente angosta (δ de Dirac), la línea espectral originada en esa zona estará ligeramente desplazada con respecto a la que se originaría en el punto central (recordar que la corrección del oscilador local sólo se calcula para este punto) (ver Figura 1). Además, la intensidad de las líneas originadas en puntos alejados del punto central se verá atenuada por efectos del diagrama de antena del telescopio (ver Krauss 'Radio Astronomy', Capítulo 6).

En suma, en el caso de que se observe una fuente extendida (que llena el haz de antena) los efectos que produce una corrección del oscilador local inadecuada en la mayor parte (¡salvo en la dirección de apuntamiento!) del ángulo sólido definido por la resolución de la antena son:

- 1. Un desplazamiento en frecuencia, con respecto a la frecuencia de la línea que se forma en la dirección de apuntamiento, de aquellas líneas espectrales que se originan en otros sectores dentro del haz.
- 2. Una disminución de la intensidad de las líneas desplazadas por efecto del diagrama de antena.

Como puede apreciarse en la Figura 1, el efecto neto sería provocar el ensanchamiento de una línea espectral intrínsecamente angosta.

Este problema puede también tener ciertos efectos en el caso de fuentes puntuales (una fuente puntual es aquella cuya extensión angular intrínseca es despreciable frente al poder resolvente del instrumento). Apuntar un instrumento a una posición en el cielo, requiere orientar éste alrededor de dos ejes por medio de un sistema de engranajes y cremalleras. Este sistema, con el correr del tiempo sufre un desgaste progresivo a causa de su uso; esto hace que el encastre entre los engranajes vaya perdiendo justeza y que la posición observada oscile alrededor de la posición deseada, debido a un efecto de 'bamboleo' del disco. A este efecto se lo conoce como 'juego libre'. Así como sucedía para el caso de fuentes extendidas, la línea espectral que se observará será la resultante de la composición de muchas líneas con distintas frecuencias centrales lo cual originará un ensanchamiento de la misma.

También cabe mencionar los efectos producidos por errores en el apuntamiento del telescopio. Al igual que todas las estructuras de gran tamaño, los



Figura 1: Esquema simplificado del ensanchamiento de la línea de frecuencia central F0 debido a la suma de líneas con corrimientos dF1, dF2, dF3 y dF4.

radiotelescopios sufren deformaciones mecánicas por efecto de la gravedad, diferencias de temperatura en la estructura etc; si estas deformaciones no son tenidas en cuenta, el instrumento apuntará en una dirección distinta a la deseada y la línea espectral observada sufrirá un leve corrimiento en su frecuencia central. El llamado 'modelo de apuntamiento' tiene como finalidad efectuar las correcciones en la posición que compensen las deformaciones mencionadas. Estas correcciones dependen de la ascención recta y la declinación de la fuente.

En este trabajo nos proponemos de una manera simple cuantificar los efectos de ensanchamiento que se producen en las líneas espectrales para fuentes extendidas y para fuentes puntuales suponiendo que no existen errores en el apuntamiento (apuntamiento perfecto) del radiotelescopio aunque, sí existe cierto grado de juego libre. Además se calcularán los corrimientos en las velocidades centrales de las líneas para algunos errores en el apuntamiento.

2. Metodología a desarrollar

En esta sección se detallarán los métodos utilizados para reproducir el efecto explicado en la sección anterior. Éste consistió básicamente en sumar una gran cantidad de líneas intrínsecamente angostas originadas en distintos partes del ángulo sólido subtendido por el haz en el cielo (que por lo tanto poseen distintas frecuencias centrales) con respecto a la línea que se origina en el punto central del ángulo sólido abarcado por el haz. Este punto central coincide con la dirección de apuntamiento del telescopio. Si consideramos que las líneas individuales son gaussianas que poseen un ancho térmico muy angosto (casi como una δ de Dirac), la suma de las contribuciones individuales puede hacerse fácilmente mediante un programa de simulación numérica.

Para estudiar los efectos de la resolución angular sobre el ancho de una línea espectral, supondremos que la zona en la que se origina la emisión es <u>extendida</u> con respecto al haz.

Para cada una de las líneas emitidas dentro del haz (se usó para los cálculos la línea de HI de $\nu = 1420.40576$ MHz), consideramos que la intensidad está dada por:

$$I(v) = I_0 exp\left(\frac{-(v-v_0)^2}{2(\sigma_v)^2}\right)$$

donde σ_v =FWHM/2.35 con FWHM ancho natural (térmico) de la línea y v_0 la velocidad central de la línea corrida y que es calculada aplicando las correcciones enunciadas en el capítulo anterior. La resolución en velocidad del instrumento fue modelada en base a las características de un hipotético autocorrelador de 39649 'lags' ; el ancho de banda de observación utilizado para los modelos fue de 5 MHz, por lo tanto la resolución en velocidad está dada por 1.21 × 5 MHz/39649=152.5 Hz=0.0322 km/seg.

Los puntos dentro del haz para los cuales se calcularon las líneas con sus respectivos corrimientos, fueron encontrados dividiendo el haz en anillos concéntricos y segmentos radiales equiespaciados. Se supuso que las líneas se originan en la intersección de los anillos con los segmentos radiales. Se usaron 100 anillos y 100 segmentos radiales, es decir que se tomaron unos 10000 puntos dentro del haz para el cálculo de las líneas (ver Figura 2)

El parámetro de ensanchamiento considerado en este trabajo fue $\Delta V_{obs}/\Delta V_t$, donde ΔV_t es el ensanchamiento natural (térmico) de la línea y ΔV_{obs} es el ensanchamiento observado por efecto del haz.

Las correcciones en las velocidades centrales de las líneas dependen, tanto de la posición en el cielo como del día del año en el que se observa; por tal motivo, se analizó el ensanchamiento producido en la línea para aproximadamente 500 puntos en el cielo en distintos días del año 2000, considerando una resolución angular del telescopio de 30'. Se encontró que para el día 15/03/2000, el ensanchamiento era máximo respecto de los demás días del año analizados.

Para este día se graficó el parámetro ensanchamiento $(\Delta V_{obs}/\Delta V_t)$ para dos posiciones en el cielo (en una de ellas este parámetro es máximo y en otra es mínimo) en función de cuatro resoluciones angulares: 3',10',30' y 100' que corresponden a las resoluciones en la línea de HI para radiotelescopios cuyos reflectores principales son de 300, 100, 30, y 10 metros de diámetro, respectivamente. Este análisis se hizo para líneas con anchos térmicos de 0.1, 0.5 y 1 km/seg, respectivamente.



Figura 2: Esquema simplificado de los puntos tomados dentro del haz para el calculo de las líneas. Para esto se tomó la intersección entre los segmentos radiales y las circunferencias.

Las líneas espectrales originadas en una fuente puntual (fuente cuyo tamaño angular es muy pequeño comparado con el poder resolvente del radiotelescopio) también puede sufrir los efectos de ensanchamiento. En este caso el origen del ensanchamiento está en el denominado 'juego libre'. Como se explicó en la Sección 1, el juego libre puede entenderse como la limitación que posee una antena para seguir el mismo punto en el cielo. Un origen del 'juego libre' puede encontrarse en el desgaste de los sistemas mecánicos que se usan para posicionar a la antena en una dirección dada.

Para el estudio del ensanchamiento producido por el 'juego libre' para las fuentes puntuales, se sumaron las líneas producidas en puntos aleatorios dentro del haz hasta un radio máximo de 6', 10',15 y 20', respectivamente. Las posiciones dentro del haz fueron calculadas mediante un sencillo programa generador de números aleatorios. Se consideró también para este caso los apuntamientos aleatorios producidos por un efecto sistemático del viento teniendo en cuenta sólo la mitad del haz.

3. Resultados

En esta sección se detallan los resultados obtenidos; para un mejor análisis, éstos se presentan separados para fuentes extendidas y fuentes puntuales.

3.1. Fuentes extendidas

A continuación presentamos los gráficos obtenidos, para el día 15/03/2000en la posición para las cual el parámetro ensanchamiento $(\Delta V_{obs}/\Delta V_t)$ es máximo. En cada gráfico la línea original es representada por una línea continua y la línea ensanchada por una línea de trazos. Para cada resolución angular se presenta el gráfico Intensidad (normalizada) vs. velocidad (LSR) para este día. Las velocidades centrales son las correspondientes a las posiciones en el cielo calculadas. Los gráficos resultantes se presentan ordenados por resolución angular.

3.1.1. HPBW = 3'

Se muestran los graficos de Intensidad vs. velocidad (LSR) para una resolución de 3' para líneas de 0.1, 0.5 y 1 km/seg de ancho térmico. En cada figura se muestra el HPBW del instrumento, el ancho térmico de la línea original y el valor del parámetro ensanchamiento ($\Delta V_{obs}/\Delta V_t$) para la línea resultante.



Figura 3: La línea sólida representa la línea que se observa sin considerar los efectos de ensanchaminto. La línea de trazos representa la línea ensanchada.



Figura 4: Idem Fig 3



Figura 5: Idem Fig 3

3.1.2. HPBW=10'



Figura 6: Idem Fig 3. En este caso pueden apreciarse los efectos de un leve ensanchamiento.



Figura 7: Idem Fig 3



Figura 8: Idem Fig 3



Figura 9: Idem Fig 3. Nótese el notable incremento en el ancho de la línea observada respecto del ancho original.



Figura 10: Idem Fig 3



Figura 11: Idm Fig 3



Figura 12: Idem Fig 3



Figura 13: Idem Fig 3



Figura 14: Idem Fig 3

A modo de resumen de lo encontrado con anterioridad, en la Figura 15 se grafica la variación del parámetro de ensanchamiento para distintos poderes resolventes. Puede apreciarse que el ensanchamiento de una línea espectral originada en una fuente extendida por efectos de la resolución angular del instrumento que se usa, es despreciable para líneas con anchos intrínsecos $\Delta V_t \ge 1 \text{ km/seg}$. Este efecto es casi independiente de la resolución angular del radiómetro. Nótese que para una resolución de 100', el ensanchamiento de la línea espectral es del orden de un 15 %, para una línea con un ancho a mitad de potencia de 1 km/seg. Para líneas intrínsecamente muy angostas (~ 0.1 km/seg) puede apreciarce que el ensanchamiento artificial por efecto del poder resolvente es casi un factor 2 para un radiotelescopio como el del IAR.



Figura 15: Valores máximos y mínimos del ensanchamiento para distintas resoluciones angulares. Se puede apreciar que los ensanchamientos en las líneas espectrales son mayores para valores de HPBW grandes y anchos térmicos pequeños.

De esto se concluye que para fuentes extendidas la máxima resolución en frecuencia que tiene sentido usar depende del poder resolvente del instrumento.

A los efectos de realizar una correcta interpretación de los datos es necesario

considerar en forma adecuada los efectos del ensanchamiento mencionados.

3.2. Fuentes puntuales

3.2.1. Problema de juego libre

Como se dijo en la Sección 1, el movimiento del telescopio debido al 'juego libre', produce similares efectos de ensanchamiento en una línea originada en una fuente puntual. En la Figura 16 se puede ver este ensanchamiento producido en una línea cuyo ancho natural es de 0.1 km/seg debido a una oscilación del instrumento alrededor del punto de coordenadas $(\alpha, \delta)=(324^{\circ}, -85^{\circ})$ (que corresponde a la posición en la que se observó mayor ensanchamiento) para una resolución angular de ~ 25' y dentro de un 'juego libre' máximo de 6', 10', 15' y 20'. Esto equivale a un juego libre máximo de 0°.1, 0.°16, 0°.25 y 0°.33 respectivamente.



Figura 16: Ensanchamiento producido en la línea original debido al 'juego libre'.

Como puede verse, la magnitud de los ensanchamientos es muy similar a la producida en líneas espectrales intrínsecamente angostas emitidas por fuentes extendidas. En la Figura 17a se muestra, a modo de ejemplo, la distribución de puntos aleatorios tomados alrededor de la posición elegida para $R_{max}=6'$. En la Figura 17b se muestran los valores del parámetro ensanchamiento para los distintos R_{max} considerados para caracterizar al 'juego libre'. A modo de comparación se presentan también los resultados obtenidos para una línea cuyo ancho térmico de 1 km/seg en los que se puede ver que este efecto es despreciable. De la Figura 17b puede apreciarse también, que para minimizar el ensanchamiento debido al juego libre (para líneas de ancho intrínseco muy pequeños), debe procurarse que la amplitud del juego libre esté acotada a un máximo del 10 % del poder resolvente del radiotelescopio.



Figura 17: a). Distribución de puntos aleatoriosal rededor de la posición elegida para $R_{max}=6$ '. b). Parámetro ensanchamiento para distintos valores de 'juego libre' para un radioteles copio cuya resolución angular es de 25'.

Para simular el efecto sistemático que podría ser producido por el viento, se repitió el procedimiento empleado en el caso del 'juego libre' pero ahora limitando la variación aleatoria del apuntamiento a sólo la mitad del haz. En la Figura 18 pueden verse los resultados.



Figura 18: Efecto producido en la línea original debido al efecto sistemático del viento proveniente de una dirección dada

Como se ve de la Figura 18, el efecto producido sobre la línea parece ser un ensanchamiento más un corrimiento sistemático hacia velocidades positivas (en el caso analizado). La magnitud de este corrimiento no es superior a los 0.04 km/seg.

3.2.2. Corrimiento de la línea central por errores de apuntamiento

Es conocido que diversas causas (efectos gravitacionales, falta de ortogonalidad entre el eje polar y el plano ecuatorial, falta de alineación entre los ejes ópticos y eléctricos del radiotelescopio, etc.) contribuyen a que una antena cuando es 'calada' en una posición (α, δ) dada, en realidad se encuentre apuntando en una dirección ligeramente diferente de la deseada. Estas diferencias entre ambas posiciones (la deseada y la real de apuntamiento) puden ser corregidas (dentro de ciertos márgenes de error) mediante el denominado 'modelo de apuntamiento' de la antena (ver Informe Técnico N ***). En esta sección se intenta cuantificar los efectos que tendría sobre el perfil observado, errores en el modelo de apuntamiento dados por ($\Delta \alpha, \Delta \delta$)

Utilizando la base de los programas usados en los análisis anteriores, se calcularon los corrimientos producidos en la línea por errores en el apuntamiento del telescopio para el día 15/03/2000 en la posición $\alpha = 266^{\circ}, \delta = -85^{\circ}$.

En las siguientes tablas se muestran los corrimientos en velocidad de la línea de $\lambda \sim 21$ cm para las desviaciones en el apuntamiento indicadas. Los corrimientos se calcularon para desviaciones en el apuntamiento de 0°,1, 0°,05 y 0°,02 respectivamente.

	$\Delta \alpha = 0^{\circ}, 1$	$\Delta \alpha = -0^{\circ}, 1$	$\Delta \alpha = 0$
$\Delta \delta {=} 0^{\circ}{,}1$	0.077	0.077	0.077
$\Delta \delta = -0^{\circ}, 1$	-0.077	-0.077	-0.077
$\Delta \delta = 0$	$-1.10 \ 10^{-5}$	$-8.55 \ 10^{-7}$	-

En esta tabla se muestran los valores de v_c - v_0 (km/seg) donde v_c es la velocidad central de la línea corrida y v_0 la velocidad central de la línea original, para desviaciones máximas en el apuntamiento de $\pm 0^\circ$,1 en ambas coordenadas.

	$\Delta \alpha = 0^{\circ}, 05$	$\Delta \alpha$ =-0°,05	$\Delta \alpha = 0$
$\Delta \delta {=} 0^{\circ}{,} 05$	0.038	0.038	0.038
$\Delta \delta$ =-0°,05	-0.038	-0.038	-0.038
$\Delta \delta = 0$	$-4.03 \ 10^{-6}$	$1.058 \ 10^{-6}$	_

En esta tabla se muestran los valores de v_c-v₀ (km/seg), para desviaciones máximas en el apuntamiento de \pm 0°,05 en ambas coordenadas.

	$\Delta \alpha = 0^{\circ}, 02$	$\Delta \alpha$ =-0°,02	$\Delta \alpha = 0$
$\Delta \delta = 0^{\circ}, 02$	0.015	0.015	0.015
$\Delta \delta$ =-0°,02	-0.015	-0.015	-0.015
$\Delta \delta = 0$	$-1.25 \ 10^{-6}$	$7.80 \ 10^{-6}$	_

En esta tabla se muestran los valores de v_c-v₀ (km/seg), para desviaciones máximas en el apuntamiento de \pm 0°,02 en ambas coordenadas.

De acuerdo a nuestras simulaciones estos corrimientos son sistemáticos (sólo afectan al centroide de la línea) y no provocan ensanchamiento adicional al mencionado en las secciones anteriores.

4. Resumen y análisis de los resultados

Se puede concluir que la resolución angular del radiotelescopio tiene influencia en la forma de las líneas espectrales y que la máxima resolución en velocidad está en cierto modo ligada a la resolución angular del mismo y al juego libre del reflector principal. Considerando apuntamientos perfectos, para fuentes extendidas podemos ver que a medida que la resolución angular se hace más pobre las líneas espectrales se hacen más anchas y este efecto es más apreciable en aquellas líneas que son intrínsecamente más angostas. Cuantitativamente podemos ver que en radiotelescopios cuya resolución angular es de 30' (IAR):

- En líneas espectrales de ancho natural
~ $0.1~{\rm km/seg}$ el ensanchamiento puede llegar a un
 $82\,\%$
- En líneas espectrales de ancho natural~0.5 km/seg el ensanchamiento puede llegar a un 6 %
- En líneas espectrales de ancho natural ${\sim}1~{\rm km/seg}$ el ensanchamiento puede llegar a un 1.5~%

Para fuentes puntuales, el efecto de 'juego libre' puede producir efectos similares. Para líneas de ancho natural ~ 0.1 km/seg con un instrumento con una resolución de aproximadamente 25' se ve que:

- Para movimientos de juego libre de hasta 6' el ensanchamiento llega a un 12 %.
- Para movimientos de juego libre de hasta 10' el ensanchamiento llega a un 24 %.
- Para movimientos de juego libre de hasta 15' el ensanchamiento llega a un 41 %.
- Para movimientos de juego libre de hasta 20' el ensanchamiento llega a un 57 %.

Suponiendo que en el problema de juego libre existe un efecto de sesgamiento producido por acción del viento, se vio que además del ensanchamiento (que es casi del mismo orden) existe un leve corrimiento sistemático del centroide de la línea espectral.

Se calcularon también los corrimientos producidos en las líneas espectrales por errores en el modelo de apuntamiento, y se encuentra que en el peor de los casos (errores de apuntamiento de $0^{\circ}.1$), la magnitud del mismo no llega a 0.1 km/seg (en el caso de la Antena 1 del IAR los errores de apuntamiento llegan a $0^{\circ},05 \equiv 3'$). Es importante destacar que tanto el 'tamaño del haz' como el 'juego libre' del telescopio provocan un ensanchamiento de la línea espectral mientras que los errores de apuntamiento provocan principalmente un corrimiento sistemático de la misma.

Como corolario de este informe, puede afirmarse que en el caso de fuentes extendidas la máxima resolución espectral que tiene sentido usar en un sistema espectroscópico depende del poder resolvente del telescopio y del juego libre del reflector principal. Desde un punto de vista práctico, la máxima resolución a usar se puede determinar fijando el máximo ensanchamiento que se está dispuesto a admitir en líneas espectrales intrínsecamente angostas. Para el caso de fuentes puntuales, la máxima resolución espectral debe determinarse en base al 'juego libre' del telescopio.

5. Referencias bibliográficas

- 'Table for the reduction of velocities to the local standard of rest'. Autores: Donald A. MacRae y Gart Westerhout. Publicado por el Observatorio de Lund, Suecia, 1956.
- 'Radio Astronomy', J. D. Krauss, edit. Cygnus-Quasar Books.