
Instituto Argentino de Radioastronomía

Camino Gral. Belgrano km 40 - Berazategui
Prov. de Buenos Aires - ARGENTINA
Tel: +54-221-482-4903 Tel/Fax: +54-221-425-4909



Instituto Argentino de Radioastronomía

Estimación de la Rugosidad Superficial de la Antena II

Informe Interno

Nº 95 – C00

Generado por: Ing. Nicolás A. Casco

Revisado por: Ing. Juan A. Sanz

Resumen:

Se presenta un método para la estimación de la rugosidad superficial de un reflector parabólico, que luego es empleado para evaluar la calidad de la superficie de la Antena II del Instituto.

Los parámetros del paraboloide ajustado se encuentran dentro de los valores esperados. Las mediciones arrojaron una rugosidad rms de 2.9 mm, lo que implica una pérdida de ganancia por rugosidad superficial de 0.13 dB para una frecuencia de 1420 MHz. Para una frecuencia de operación de 5.5 GHz la pérdidas por rugosidad son de 1.9 dB.

El listado de los puntos medidos junto con las desviaciones respecto a la superficie ajustada se incluye en un anexo.

Palabras Clave:

Antena II, rugosidad superficial, mediciones, antena parabólica, reflector.

Tabla de Contenidos

Tabla de Contenidos	1
1 Introducción.....	1
2 Rugosidad Superficial.....	1
3 Estimación de la Rugosidad Superficial	4
3.1 Representación Paramétrica de la Superficie.....	4
3.2 Vector Normal a la Superficie	5
3.3 Traslación y Rotación.....	6
3.4 Distancia Ortogonal a la Superficie	6
3.5 Distancia con Signo	9
3.6 Estimación de los Parámetros	9
4 Rutinas para el Ajuste.....	9
4.1 Verificación de las Rutinas.....	10
5 Mediciones de la Superficie de la Antena II.....	11
6 Análisis de los Resultados del Ajuste	11
6.1 Corrección de la Superficie	15
7 Conclusión.....	18
8 Comentarios Adicionales	19
9 Referencias.....	19
Anexo A Listado de Puntos	20
Anexo B Software	37
Control de Cambios	46

1 Introducción

Este trabajo presenta la estimación de la rugosidad superficial de la Antena II del Instituto. En la primera parte se describe el fundamento del método propuesto para el ajuste de los parámetros que será luego aplicado a las mediciones realizadas. En la segunda parte se calcula el ajuste de los datos medidos. Finalmente se realiza un análisis de las pérdidas ante eventuales correcciones que pudieran hacerse.

Se incluyen en los anexos el listado de puntos medidos y el error estimado. También se anexan las rutinas que implementan el ajuste.

2 Rugosidad Superficial

La rugosidad superficial de una antena reflectora es uno de los parámetros que reduce la ganancia, lo que repercute directamente en la sensibilidad del sistema receptor. Es posible encontrar una expresión que vincula la desviación *rms* de la superficie ideal $\mathcal{E}$ con las pérdidas α [1], [2], [3] y [4]. La expresión está dada por

$$\alpha = e^{-\left(\frac{4\pi\mathcal{E}}{\lambda}\right)^2} \quad (1)$$

donde λ es la longitud de onda de operación. La ecuación (1) se la conoce como *ecuación de Ruze*. La Figura 1 muestra las pérdidas en función de la desviación normalizada $\mathcal{E}/\lambda$. Se puede notar que son

necesarias pequeñas imperfecciones para no afectar la ganancia de la antena (y por ende la sensibilidad del sistema) de manera significativa.

Para calcular las pérdidas totales de la antena reflectora se deben tener en cuenta además otros parámetros que degradan las prestaciones. Entre ellos, los más importantes que se pueden mencionar son

- **Eficiencia de spillover:** Fracción de la potencia radiada por el alimentador interceptada y colimada por la superficie reflectora.
- **Eficiencia de tapering (o de apertura):** Uniformidad de la distribución de amplitudes del alimentador sobre la superficie del reflector.
- **Eficiencia de fase:** Uniformidad de la fase en el plano de la apertura.
- **Eficiencia de polarización:** Uniformidad de la polarización en el plano de la apertura.
- **Eficiencia de bloqueo:** Pérdidas por el bloqueo del alimentador y su estructura de soporte.
- **Eficiencia de radiación:** Pérdidas por efecto Joule en la superficie reflectora.
- **Pérdidas de inserción:** Pérdidas debido a la desadaptación de impedancias entre la antena y el receptor.

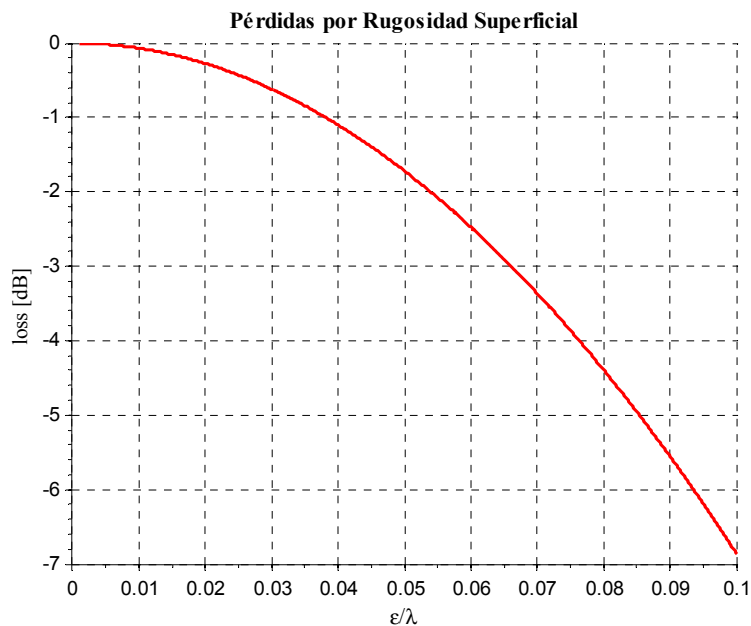


Figura 1. Pérdidas por rugosidad superficial ϵ , normalizadas por la longitud de onda λ .

La ganancia de la antena G en función de la longitud de onda λ para un reflector de diámetro D se puede aproximar mediante

$$G(\lambda) = \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 e^{-\left(\frac{4\pi\epsilon}{\lambda} \right)^2} \quad (2)$$

Esta expresión se obtiene de multiplicar la ganancia “teórica” de un reflector por las pérdidas dadas en la ecuación (1) y despreciando todos los demás términos de eficiencia antes mencionados. La Figura 2 muestra el efecto de la rugosidad para dos valores particulares y $D = 30$ m (el diámetro de los radiotelescopios del IAR).

A modo informativo se incluyen la Figura 3 y la Figura 4 que muestra el efecto de las pérdidas por rugosidad superficial de otras antenas reflectoras de gran diámetro.

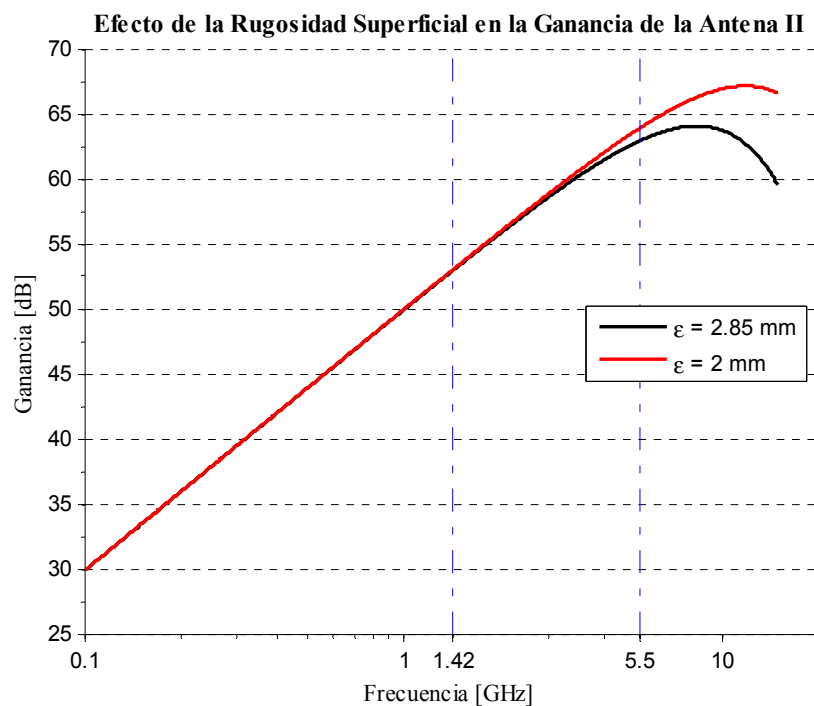


Figura 2. Ganancia en función de la frecuencia de operación para antena II.

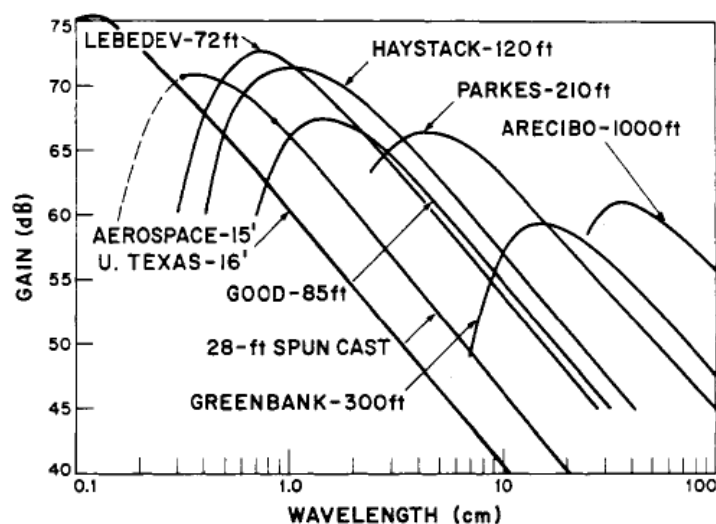


Figura 3. Efectos de la rugosidad superficial en la ganancia de algunos radiotelescopios [1].

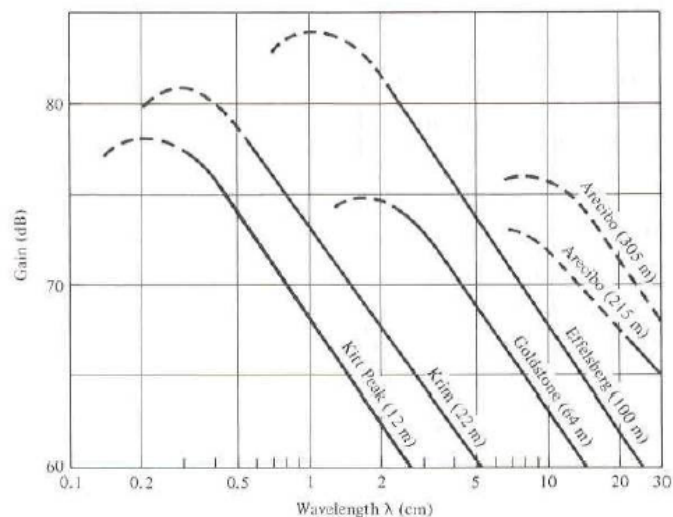


Figura 4. Efectos de la rugosidad superficial en la ganancia de algunos radiotelescopios [2].

3 Estimación de la Rugosidad Superficial

Esta sección presenta el método empleado para la estimación de la rugosidad superficial de la antena. El método aplicado está basado en los resultados publicados en [5]. Se implementan algunas mejoras respecto al trabajo realizado para la Antena I [6].

El método consiste en estimar de manera conjunta los parámetros geométricos de la superficie $\mathbf{a}_g$, y los parámetros de traslación $\mathbf{a}_p$ y de rotación $\mathbf{a}_r$ del sistema de referencia del sistema de medida. Una vez obtenida la superficie y el sistema de referencia de la medición óptimo en un sentido de mínimo error cuadrático, se calculan las desviaciones de las medidas respecto a la superficie. El estimador de la rugosidad superficial está dado por el promedio *rms* de los desvíos calculados. Es de fundamental importancia estimar en forma conjunta tanto los parámetros geométricos de la superficie $\mathbf{a}_g$ como los errores sistemáticos de posicionamiento del sistema de medida $\mathbf{a}_p$ y $\mathbf{a}_r$ para evitar cometer errores groseros en la estimación de la rugosidad superficial.

A diferencia de [6] la optimización implementada minimiza el valor *rms* de la distancia ortogonal que es justamente el parámetro de interés y no la relación algebraica que define a la superficie.

3.1 Representación Paramétrica de la Superficie

Para la implementación del método se requiere de una descripción paramétrica de la superficie. Un paraboloide de revolución de eje z está definido mediante su representación paramétrica dada por

$$\mathbf{X}(\mathbf{a}_g, \mathbf{u}) = \begin{pmatrix} u_1 \cos(u_2) & u_1 \sin(u_2) & \frac{u_1^2}{4a_f} \end{pmatrix}^T \quad (3)$$

donde el vector de parámetros $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2)^T$ engendra la superficie al recorrer los valores

$$\begin{aligned} 0 &\leq u_1 \\ 0 &\leq u_2 < 2\pi \end{aligned} \quad (4)$$

En el caso más general $\mathbf{a}_g$ es un vector cuyos elementos definen todos los parámetros de la superficie. En el caso particular de un paraboloide de revolución $\mathbf{a}_g$ contiene un único parámetro

$$\mathbf{a}_g = a_f \quad (5)$$

que es el foco de la parábola.

Para cada valor particular de $\mathbf{u}$ la ecuación (3) define un punto perteneciente a $\mathbb{R}^3$ en un sistema de coordenadas denominado *sistema de la superficie* que se lo identifica en letras minúscula. La Figura 5 muestra una vista de un paraboloide de revolución.

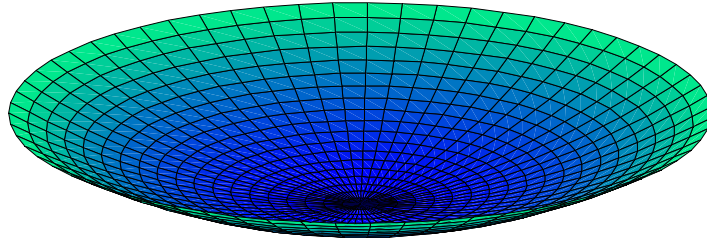


Figura 5. Paraboloide de revolución.

3.2 Vector Normal a la Superficie

Dado que se debe determinar si la deformación se encuentra por encima o por debajo de la superficie ideal, es necesario encontrar una expresión para el vector normal en función de la expresión paramétrica de la superficie. Para el punto sobre la superficie $\mathbf{X}(\mathbf{u})$ el vector normal se obtiene a partir de

$$\mathbf{N} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u_1} \times \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u_2} \quad (6)$$

La Figura 6 muestra los vectores $\mathbf{N}$, $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u_1}$ y $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u_2}$. Las derivadas parciales de (3) respecto a los parámetros resultan

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u_1} &= \begin{pmatrix} \cos(u_2) & \sin(u_2) & \frac{u_1}{2a_f} \end{pmatrix}^T \\ \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u_2} &= \begin{pmatrix} -u_1 \sin(u_2) & u_1 \cos(u_2) & 0 \end{pmatrix}^T \end{aligned} \quad (7)$$

El producto cruz se calcula mediante el determinante

$$\mathbf{N}(\mathbf{u}) = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ \cos(u_2) & \sin(u_2) & \frac{u_1}{2a_f} \\ -u_1 \sin(u_2) & u_1 \cos(u_2) & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -u_1^2 \frac{\cos(u_2)}{2a_f} \\ -u_1^2 \frac{\sin(u_2)}{2a_f} \\ u_1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Este resultado puede ser expresado en función de las coordenadas del punto $\mathbf{X}(\mathbf{u}) = (X \ Y \ Z)^T$

$$\mathbf{N}(\mathbf{u}) = \frac{u_1}{4a_f} \begin{pmatrix} -X \\ -Y \\ 4a_f \end{pmatrix} \quad (9)$$

Finalmente el versor normal $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{u})$ se calcula mediante

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{u}) = \frac{\mathbf{N}(\mathbf{u})}{\|\mathbf{N}(\mathbf{u})\|} \quad (10)$$

Asumiendo que $a_f > 0$ el vector normal definido en la ecuación (9) es el vector interno a la superficie. Esto implica que las proyecciones del vector de error sobre este vector serán positivas si el punto está sobre la superficie y negativas en caso de que se encuentren por debajo.

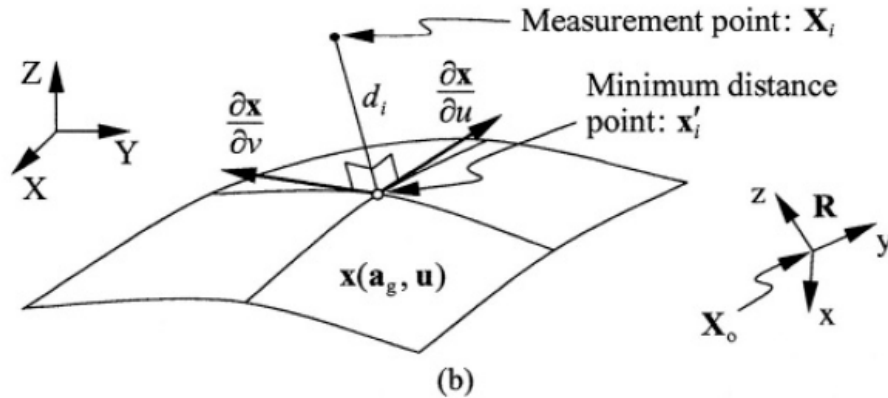


Figura 6. Definición de distancia ortogonal para una superficie definida en forma paramétrica.

3.3 Traslación y Rotación

Dado que los ejes del sistema de medición no se encuentran perfectamente alineados con los ejes del paraboloide, es necesario realizar una transformación del sistema de coordenadas de la superficie al sistema de referencia de la medición. Esta transformación se la modela mediante una traslación y una rotación

$$\mathbf{X}(\mathbf{a}_p, \mathbf{a}_r) = \mathbf{R}(\mathbf{a}_r)(\mathbf{x} + \mathbf{X}_0(\mathbf{a}_p)) \quad (11)$$

En el caso más general la traslación $\mathbf{X}_0(\mathbf{a}_p)$ puede depender de una manera compleja del vector de parámetros de traslación. En este caso

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{a}_p = (a_x \quad a_y \quad a_z)^T \quad (12)$$

La matriz de rotación $\mathbf{R}(\mathbf{a}_r)$ está definida en función de los parámetros de rotación $\mathbf{a}_r = (a_\theta \quad a_\phi)^T$. Aunque en el caso más general puede existir un tercer parámetro de rotación, dada la simetría de revolución respecto a uno de los ejes, se puede prescindir de este parámetro. La matriz $\mathbf{R}(\mathbf{a}_r)$ se obtiene de multiplicar dos rotaciones ortogonales respecto a los ejes x e y .

$$\mathbf{R}(\mathbf{a}_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(a_\theta) & \sin(a_\theta) \\ 0 & -\sin(a_\theta) & \cos(a_\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(a_\phi) & 0 & -\sin(a_\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(a_\phi) & 0 & \cos(a_\phi) \end{pmatrix} \quad (13)$$

3.4 Distancia Ortogonal a la Superficie

En el trabajo [6] el cálculo de la rugosidad superficial estaba dividido en dos etapas. En la primera etapa se encontraban los parámetros de la superficie $\mathbf{a}_g$, los parámetros de traslación $\mathbf{a}_p$ y de rotación $\mathbf{a}_r$, realizando un ajuste algebraico de los puntos medidos $\mathbf{X}' = (X' \quad Y' \quad Z')^T$. Luego una vez obtenida la

superficie se calculaba la distancia ortogonal entre los puntos y la superficie ajustada previamente para calcular así la rugosidad.

Sin tener en cuenta la rotación y traslación, el ajuste algebraico para un paraboloide de revolución está dado por

$$\operatorname{argmin}_{a_f} \sum_{i=1}^p \left(X_i'^2 + Y_i'^2 - 4a_f Z_i' \right)^2 \quad (14)$$

En el presente informe se sigue la metodología de [5] que sugiere obtener los parámetros $\mathbf{a}_g$, $\mathbf{a}_p$ y $\mathbf{a}_r$ minimizando la distancia ortogonal entre la superficie y los puntos medidos. Este enfoque tiene como ventaja que el valor de rugosidad que se encuentra es en efecto el mínimo posible, lo que no es así si se emplea la expresión (14). La desventaja de este método es que requiere dos minimizaciones anidadas lo que se puede traducir en una carga computacional importante cuando el número de puntos es grande. La optimización más interna es la que encuentra la distancia ortogonal (o lo que es equivalente la distancia mínima) para un valor dado de parámetros y la optimización externa es la que minimiza los parámetros propiamente dichos.

En esta sección se deduce una expresión analítica para la optimización interna de manera de reducir el tiempo de cálculo.

Definiendo los puntos sobre la superficie como $\mathbf{X}(\mathbf{a}_g, \mathbf{u})$ y los puntos medidos transformados según (11) como $\mathbf{X}'(\mathbf{a}_p, \mathbf{a}_r) = \begin{pmatrix} x' & y' & z' \end{pmatrix}$, la distancia al cuadrado está dada por

$$D^2(\mathbf{a}) = \left\| \mathbf{X}(\mathbf{a}_g, \mathbf{u}) - \mathbf{X}'(\mathbf{a}_p, \mathbf{a}_r) \right\|^2 = \left(u_1 \cos(u_2) - x' \right)^2 + \left(u_1 \sin(u_2) - y' \right)^2 + \left(\frac{u_1^2}{4a_f} - z' \right)^2 \quad (15)$$

La distancia ortogonal (o mínima) entre el punto y la superficie $d_i(\mathbf{a})$ se obtiene

$$d_i^2(\mathbf{a}) = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u} \in R^2} D_i^2(\mathbf{a}, \mathbf{u}) = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u} \in R^2} \left\| \mathbf{X}(\mathbf{a}_g, \mathbf{u}) - \mathbf{X}'(\mathbf{a}_p, \mathbf{a}_r) \right\|^2 \quad (16)$$

donde el vector

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_g \\ \mathbf{a}_p \\ \mathbf{a}_r \end{pmatrix} \quad (17)$$

concatena todos los parámetros desconocidos que deben ser ajustados a partir de los datos medidos.

Para encontrar la solución a (16) debo resolver

$$\frac{\partial D^2}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (18)$$

Derivando respecto a los dos parámetros se tiene que

$$\begin{aligned}\frac{\partial D^2}{\partial u_1} &= 2(u_1 \cos(u_2) - x') \cos(u_2) + 2(u_1 \sin(u_2) - y') \sin(u_2) + 2\left(\frac{u_1^2}{4f} - z'\right) \frac{2u_1}{4f} = 0 \\ \frac{\partial D^2}{\partial u_2} &= -2(u_1 \cos(u_2) - x') u_1 \sin(u_2) + 2(u_1 \sin(u_2) - y') u_1 \cos(u_2) = 0\end{aligned}\quad (19)$$

La segunda igualdad puede simplificarse para obtener u_2

$$\begin{aligned}(u_1 \sin(u_2) - y') \cos(u_2) &= (u_1 \cos(u_2) - x') \sin(u_2) \\ u_1 \sin(u_2) \cos(u_2) - y' \cos(u_2) &= u_1 \cos(u_2) \sin(u_2) - x' \sin(u_2) \\ -y' \cos(u_2) &= -x' \sin(u_2) \\ u_2 &= \arctan(y', x')\end{aligned}\quad (20)$$

Finalmente

$$u_2 = \arctan(y', x') \quad (21)$$

Este resultado implica que se puede remplazar

$$\cos(u_2) = \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}, \quad \sin(u_2) = \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} \quad (22)$$

en la ecuación (19) para obtener

$$\frac{\partial D^2}{\partial u_1} = \left(u_1 \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} - x'\right) \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} + \left(u_1 \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} - y'\right) \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} + \left(\frac{u_1^2}{4a_f} - z'\right) \frac{u_1}{2a_f} = 0 \quad (23)$$

Esta expresión se debe despejar u_1 . Distribuyendo los productos

$$u_1 \frac{x'^2}{x'^2 + y'^2} - \frac{x'^2}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} + u_1 \frac{y'^2}{x'^2 + y'^2} - \frac{y'^2}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} + \left(\frac{u_1^2}{4a_f} - z'\right) \frac{u_1}{2a_f} = 0 \quad (24)$$

simplificando,

$$u_1 - \frac{x'^2 + y'^2}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} + \left(\frac{u_1^2}{4a_f} - z'\right) \frac{u_1}{2a_f} = 0 \quad (25)$$

finalmente, agrupando de manera conveniente

$$\frac{u_1^3}{8a_f^2} + \left(1 - \frac{z'}{2a_f}\right) u_1 - \sqrt{x'^2 + y'^2} = 0 \quad (26)$$

La única raíz real de esta ecuación polinómica en u_1 de grado tres tiene solución exacta

$$u_1 = \frac{-23^{1/3} ab + 2^{1/3} \left(9a^2 c + \sqrt{3} \sqrt{a^3 (4b^3 + 27ac^2)}\right)^{2/3}}{6^{2/3} a \left(9a^2 c + \sqrt{3} \sqrt{a^3 (4b^3 + 27ac^2)}\right)^{1/3}} \quad (27)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{8a_f^2} \\ b &= \left(1 - \frac{z'}{2a_f}\right) \\ c &= \sqrt{x'^2 + y'^2} \end{aligned} \quad (28)$$

En resumen, dado $\mathbf{X}'(\mathbf{a}_p, \mathbf{a}_r) = (x' \ y' \ z')$, un punto medido y transformado mediante $\mathbf{a}_p$ y $\mathbf{a}_r$.

La distancia ortogonal a la superficie $d(\mathbf{a})$ para un dado factor de forma $\mathbf{a}_g$ se obtiene de evaluar (15) en u_1 y u_2 dados por (27) y (21) respectivamente.

3.5 Distancia con Signo

A partir de los resultados de la sección anterior se encuentra la magnitud de la distancia mínima entre el punto medido y la superficie. Es importante también determinar el signo de la distancia, para determinar si el punto en cuestión se encuentra por encima o por debajo de la superficie. Esta información es de vital importancia en el caso de que se deseen realizar correcciones a los puntos medidos.

La distancia con signo se determina proyectando el vector de error sobre el versor normal a la superficie.

$$d_i(\mathbf{a}) = (\mathbf{X}'(\mathbf{a}_p, \mathbf{a}_r) - \mathbf{X}(\mathbf{a}_g, \mathbf{u})) \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (29)$$

3.6 Estimación de los Parámetros

El estimado del vector de parámetros $\hat{\mathbf{a}}$ se obtiene de minimizar el valor medio cuadrático de $d(\mathbf{a})$. Es decir

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a} \in R^k} \sum_{i=1}^p d_i^2(\mathbf{a}) \quad (30)$$

donde p es el número de puntos medidos y k es el número total a estimar.

Finalmente, el valor de interés, la desviación *rms* de la superficie, está dado por

$$\mathcal{E}^2 = \min_{\mathbf{a} \in R^k} \sum_{i=1}^p d_i^2(\mathbf{a}) \quad (31)$$

Este nos permite evaluar la expresión (1) para encontrar las pérdidas de ganancia.

4 Rutinas para el Ajuste

Las rutinas empleadas para implementar los algoritmos descriptos en la sección anterior se desarrollaron en Matlab (versión 2008a) [7]. Estas se incluyen en el Anexo B.

La rutina principal que ajusta la ecuación (31) es *estimate_parameters*. Esto se realiza mediante un método de *programación secuencial cuadrática* (sequential quadratic programming, SQP). Este método permite realizar restricciones con el fin de obtener valores razonables de los parámetros [8].

La rutina *minimun_distance* es la que implementa la minimización interna (16) mediante la solución analítica desarrollada en la sección 3.4. Las rutinas *normal_vector* y *generate_surface* se emplean como rutinas auxiliares.

4.1 Verificación de las Rutinas

Se realizó un análisis de Monte Carlo [10] para verificar la estabilidad, consistencia y ausencia de sesgo del estimador. Para esto se ensayó el método de ajuste con datos generados de manera sintética que se asemejaban en posición a los puntos que iban a ser relevados. Cada juego de datos variaba tanto los parámetros a ajustar como el ruido que contaminaba la medición.

Parámetro	Intervalo de Variación	Distribución Estadística
foco	12.5 ± 1.5 m	Uniforme
Traslaciones en x, y y z	10 cm	Uniforme
Rotaciones	$\pm 5^\circ$	Uniforme
Varianza de ruido por dirección	5 mm	Gaussiana
Número de puntos	700	NA
Número de corridas	1000	NA

Tabla 1. Parámetros para el análisis de Monte Carlo.

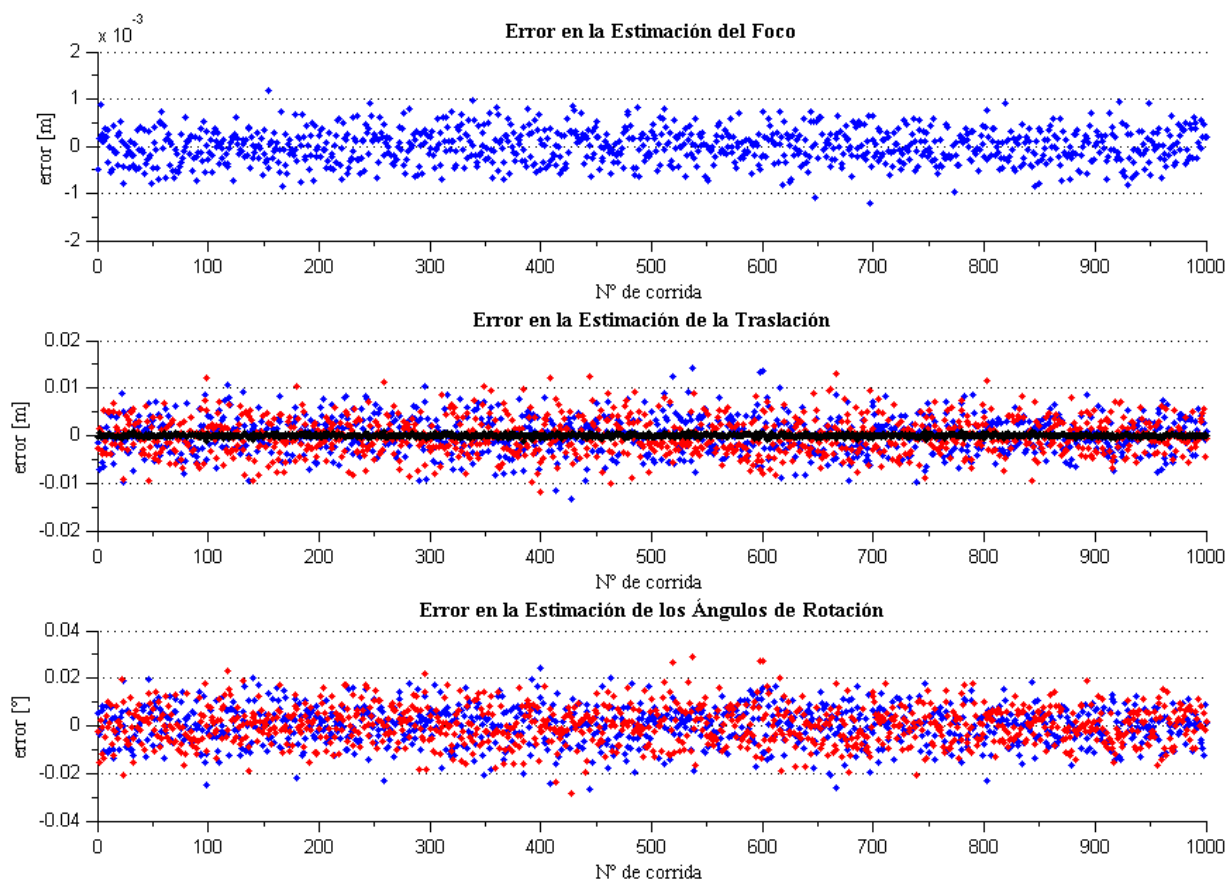


Figura 7. Simulación de Monte Carlo. Error en la estimación de los parámetros.

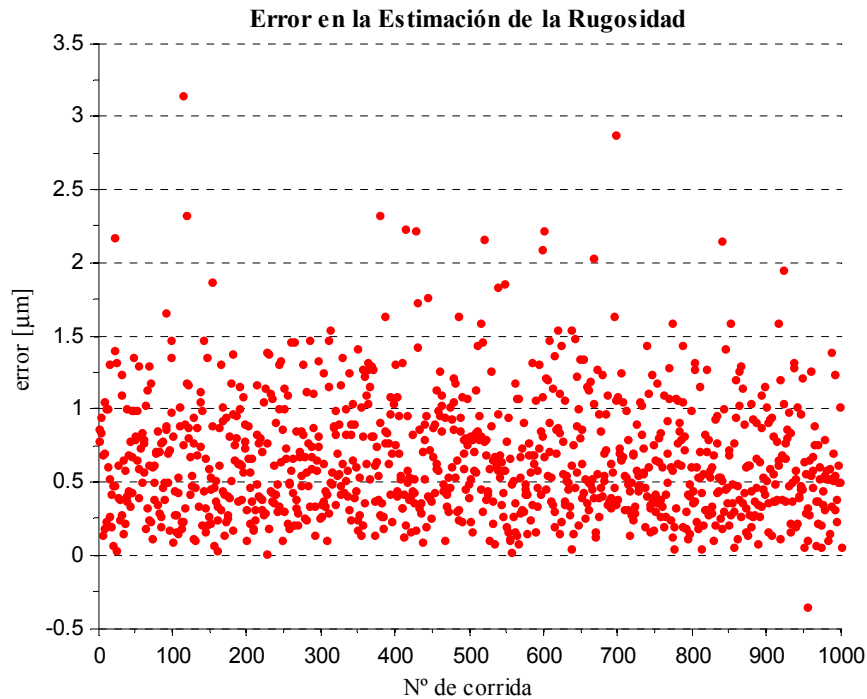


Figura 8. Simulación de Monte Carlo. Diferencia entre la rugosidad estimada y la simulada.

En la Figura 7 se muestra el error para cada uno de los parámetros estimados obtenidos a partir la simulación Monte Carlo. Se puede notar que el desempeño del algoritmo es correcto. No se presentan muestras anómalas, ni sesgo.

La Figura 8 muestra la diferencia entre la rugosidad simulada y la estimada, que es el único parámetro de interés. A pesar del error cometido en la estimación de los parámetros, se puede ver que el error en la estimación de la rugosidad superficial es muy reducido, del orden del criterio de paro del optimizador. Dado que el algoritmo encuentra el valor mínimo, esta diferencia es en todos los casos positiva.

5 Mediciones de la Superficie de la Antena II

Los detalles sobre la metodología de la medición se detallan en [9]. El listado completo de puntos relevado se incluye en el Anexo A. Se realizaron un total de 776 mediciones. El error declarado en la medición es ± 3 mm en cada eje.

6 Análisis de los Resultados del Ajuste

Los resultados del ajuste se resumen en la Tabla 2. Se puede ver que los parámetros obtenidos se encuentran dentro de los valores esperados. La relación f/d de la parábola estimada es 0.42 lo que verifica el valor de diseño.

La Tabla 3 muestra la rugosidad superficial estimada y las pérdidas para diferentes frecuencias de operación.

Parámetro	Descripción	Valor
a_f	Foco de la parábola	12.63 m
a_x	Traslación en x	16 mm
a_y	Traslación en y	28 mm
a_z	Traslación en z	8.55 m
a_θ	Rotación respecto al eje x	0.55°
a_ϕ	Rotación respecto al eje y	-0.38°

Tabla 2. Parámetros obtenidos mediante el ajuste de las mediciones.

Parámetro	Descripción	Valor
ε	Rugosidad <i>rms</i>	2.9 mm
α	Pérdidas por rugosidad (@ $f = 1420$ MHz)	0.13 dB
α	Pérdidas por rugosidad (@ $f = 5.5$ GHz)	1.9 dB

Tabla 3. Rugosidad superficial y pérdidas.

La Figura 9 muestra el desvío respecto a la superficie ideal de las muestras. Se indica a modo de comparación en trazos negros la banda de incertidumbre del instrumento. La Figura 10 agrupa las desviaciones en un histograma.

Finalmente, la Figura 11 representa la distribución de las deformaciones sobre la antena mediante curvas de nivel. Los puntos negros indican los lugares donde la superficie fue relevada.

En la medición pasada de la Antena I [6] se obtuvo $\varepsilon = 10$ mm. Aunque dicha medición corresponde a una antena distinta, se destacan ciertas diferencias entre las mediciones realizadas en aquella oportunidad y la presente.

1. **Mejora en las rutinas de reducción de datos:** A diferencia de la medición anterior, las rutinas de reducción de datos minimizan directamente la rugosidad de la parábola. En el cálculo de rugosidad pasado, se minimizaba la desviación *rms* en un solo eje y posteriormente se calculaba la rugosidad. Ese procedimiento no garantizaba que el resultado de rugosidad obtenido sea el mínimo.
2. **Mejora en la tecnología empleada para relevar la superficie:** Es de esperar que el empleo del teodolito con distanciómetro laser mejore la exactitud y precisión de la medida en comparación con la cinta metálica. Además al no haber una persona parada sobre la superficie en el punto que se está relevando, se evitan las deformaciones mecánicas producidas por el peso del operario.
3. **Reducción de la duración de la medida:** Al poder realizar la medición de la superficie en una sola jornada, se evita tener que referenciar las mediciones de múltiples jornadas a un sistema común de coordenadas, lo que a su vez mejora la calidad de la reducción de datos.

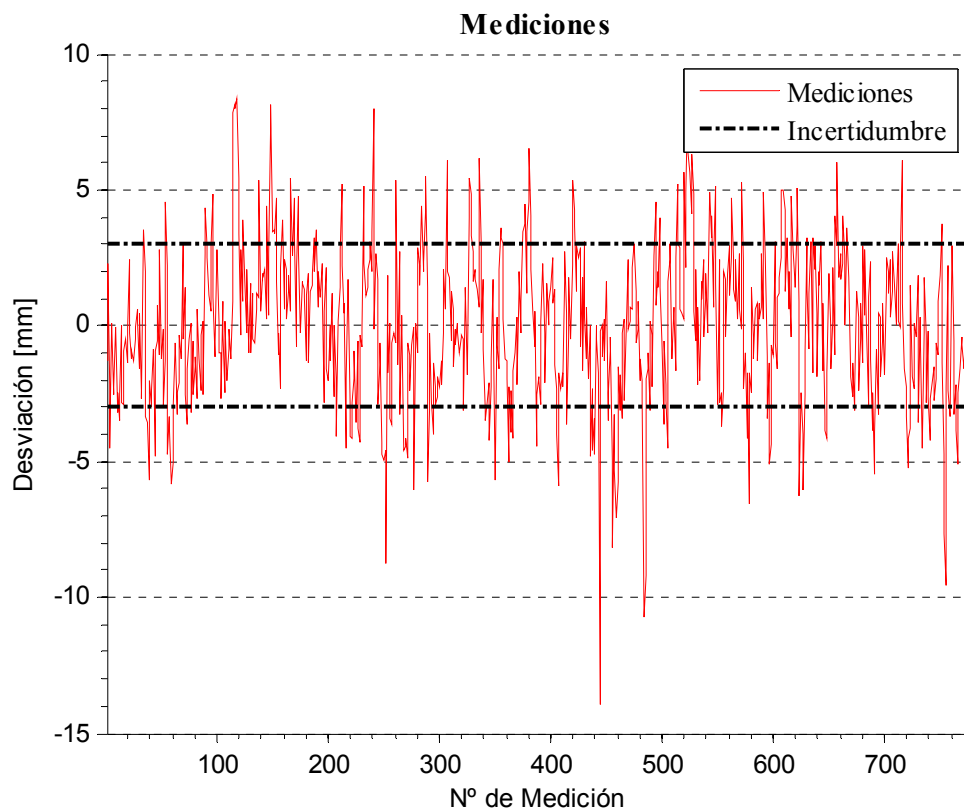


Figura 9. Deformación de la superficie.

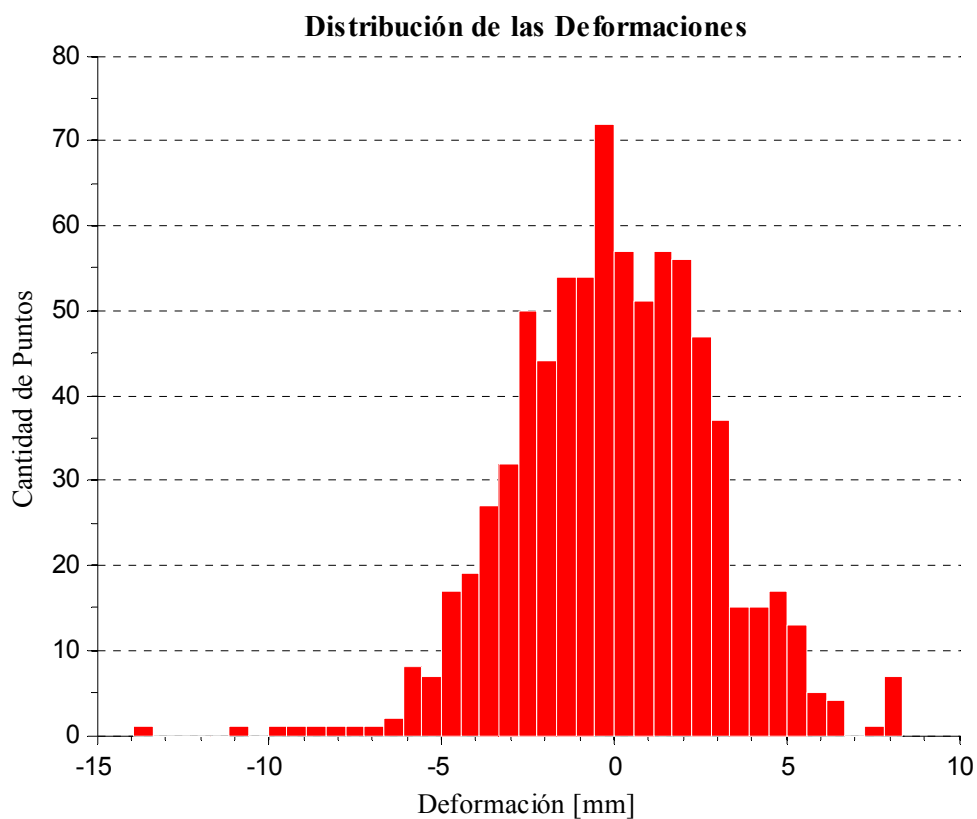


Figura 10. Histograma de las deformaciones.

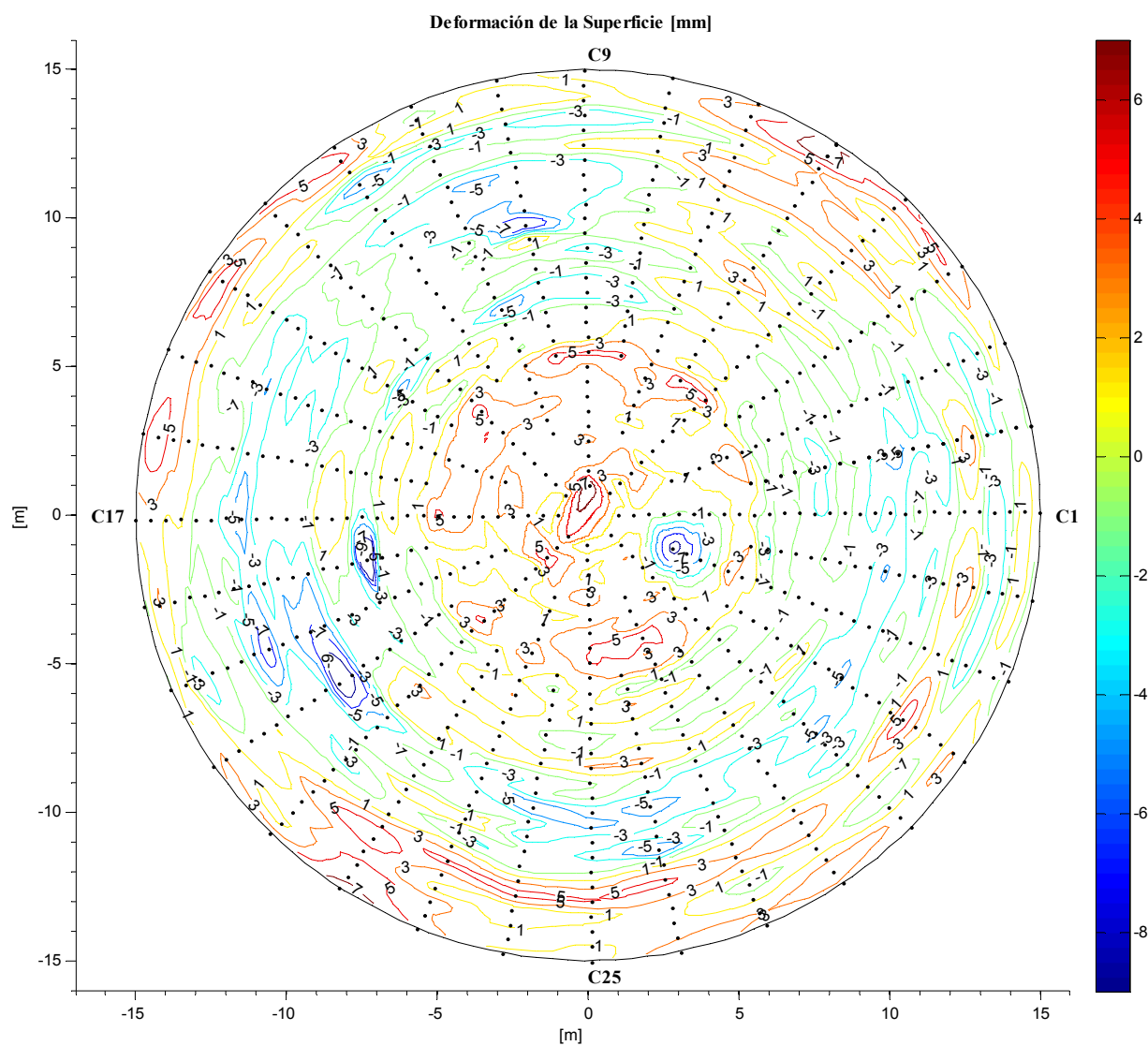


Figura 11. Curvas de nivel de la deformación de la superficie de la antena [mm]. Los puntos negros indican los lugares donde se realizaron las mediciones.

6.1 Corrección de la Superficie

Esta sección analiza el efecto de posibles correcciones de la superficie. El modelo empleado para realizar este análisis consiste en aplicar un umbral. Los puntos cuyo error se encuentra por encima de dicho límite son corregidos al valor del umbral. Esto es equivalente a aplicar un limitador duro. Matemáticamente este se describe mediante la función

$$f(d) = \begin{cases} d & |d| < u \\ u & |d| \geq u \end{cases} \quad (32)$$

La Figura 12 muestra como se reduce la rugosidad a medida que se disminuye el umbral. La Figura 13 muestra la cantidad de puntos que deben ser corregidos en función del umbral seleccionado. A modo de comparación se muestra en trazo negro el error del instrumento. Del total de 776 mediciones realizadas, sólo 200 se encuentran apartadas de la superficie un valor superior a la incertidumbre de la medición.

La Figura 14 y la Figura 15 analizan como se reducen las pérdidas en función del umbral para la frecuencia de 1420 MHz y 5.5 GHz respectivamente. Finalmente la Figura 16 muestra la ubicación sobre la superficie donde las deformaciones supera los 3 mm mediante curvas de nivel. Al igual que en la Figura 11 los puntos negros indican los lugares donde se realizaron las mediciones.

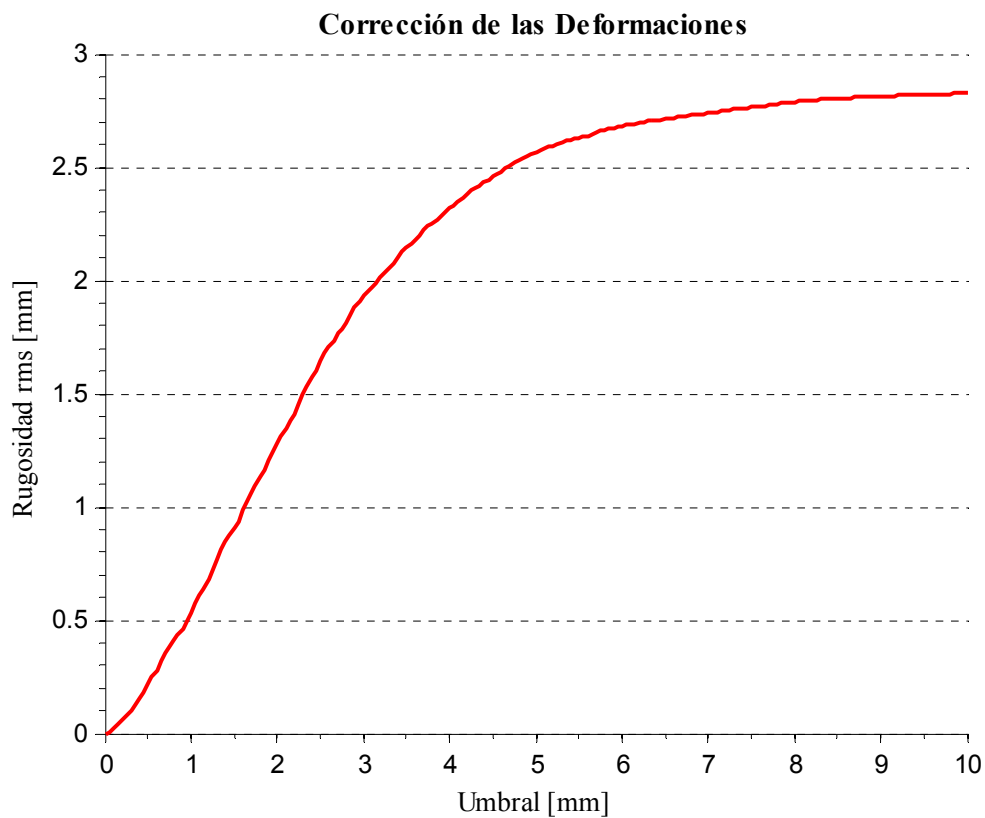


Figura 12. Rugosidad superficial resultante corrigiendo la superficie.

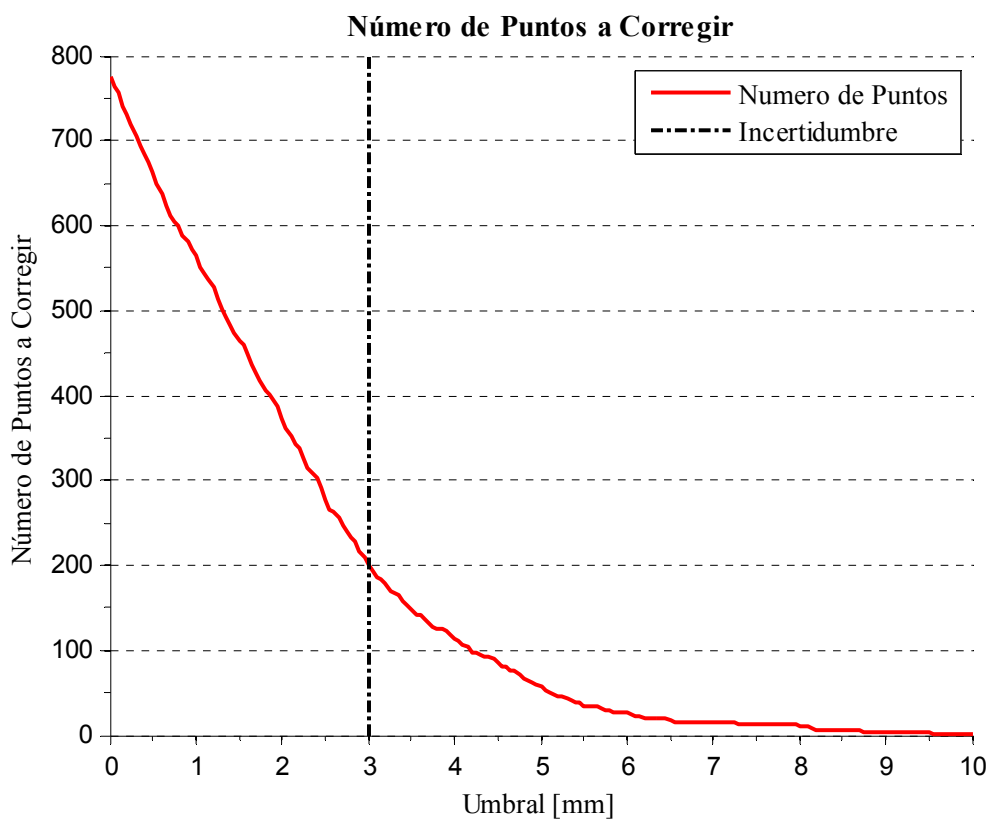


Figura 13. Cantidad de puntos a corregir.

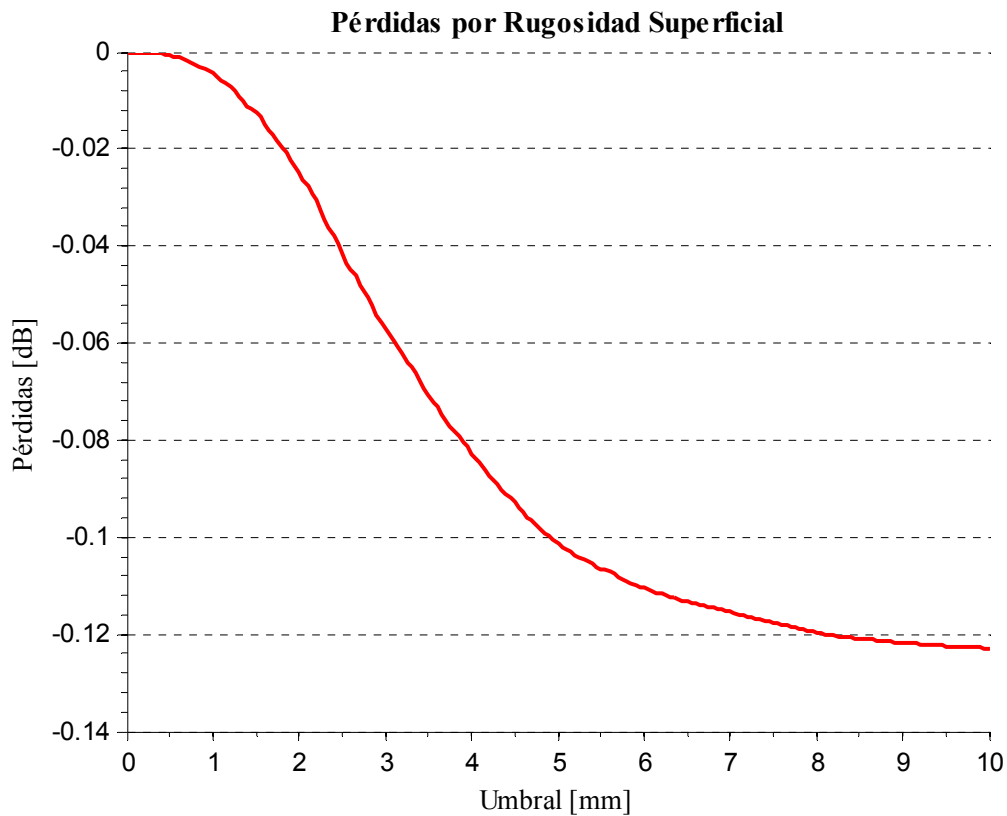


Figura 14. Pérdidas por rugosidad superficial para la superficie corregida (1420 MHz).

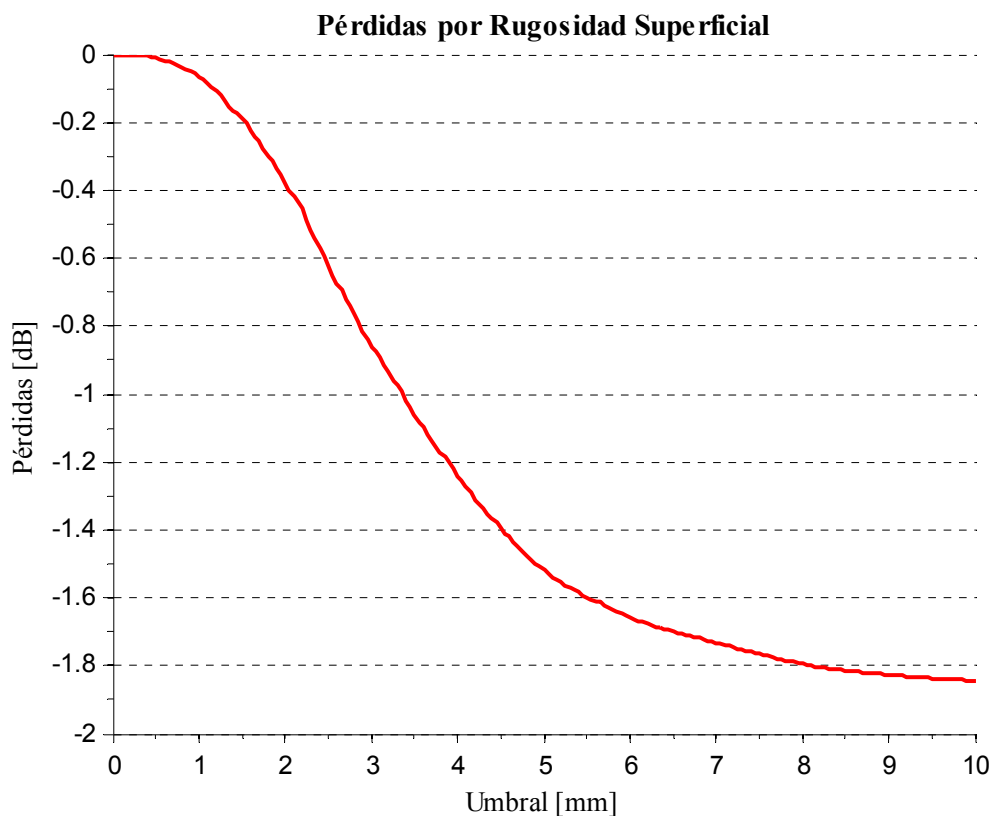


Figura 15. Pérdidas por rugosidad superficial para la superficie corregida (5.5 GHz).

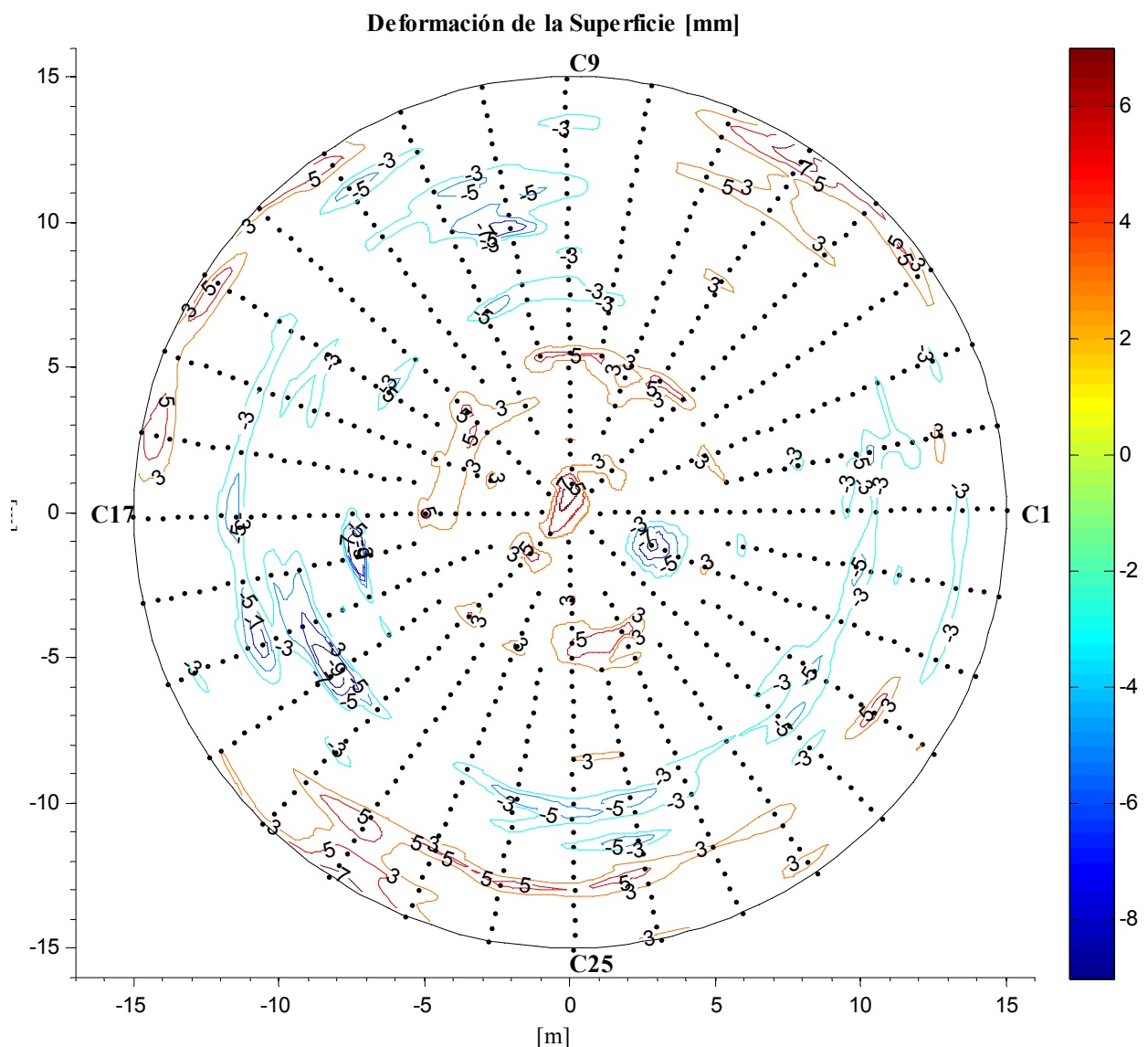


Figura 16. Deformaciones de la superficie mayores a 3 mm.

7 Conclusión

Se presentó el método empleado para reducir las mediciones de la superficie del reflector de la Antena II del IAR. Se propone estimar de manera conjunta los parámetros que definen a la superficie y los errores sistemáticos de la medición de manera de minimizar la distancia ortogonal entre los puntos medidos y la superficie. Este método presenta ciertas ventajas respecto al empleado anteriormente [6] que realizaba un ajuste algebraico. También se realizó un estudio del impacto de la rugosidad superficial en la ganancia obtenida de la antena.

Se procesaron los datos de la medida de la superficie de la Antena II. Estos fueron medidos con una incertidumbre de ± 3 mm. Los parámetros del paraboloide ajustado se encuentran dentro de los valores esperados. Las mediciones arrojaron una rugosidad *rms* de 2.9 mm, lo que implica una pérdida de

ganancia por rugosidad superficial de 0.13 dB para una frecuencia de 1420 MHz. Las pérdidas por rugosidad para una frecuencia de operación 5.5 GHz son de 1.9 dB. Estos valores de rugosidad obtenidos son comparables a los de la Antena I obtenidos en la medición anterior [6].

Finalmente se analiza el impacto de una eventual corrección en la rugosidad y en las pérdidas.

En el Anexo A se indican el listado de puntos medidos y la desviación respecto a la superficie ideal de cada punto. En el Anexo B se adjuntan las rutinas desarrolladas para el ajuste de los datos.

8 Comentarios Adicionales

Dado que las medidas fueron realizadas con la antena en una posición fija, debería estudiarse el impacto en la rugosidad superficial de alterar la posición del reflector. Es sabido que esto puede tener un impacto significativo en la deformación de la superficie. Lo mismo puede decirse sobre las deformaciones térmicas.

También está pendiente el análisis de la especificación de la tolerancia de la medición en función de la sensibilidad requerida del sistema. La tolerancia de la medición realizada implica que no se pueden lograr rugosidades menores $\frac{\varepsilon}{\lambda} \leq 0.05$ (para $\lambda = 5.4$ cm).

9 Referencias

- [1] J. Ruze, “Antenna Tolerance Theory A Review”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 4, 1966, pp 633–640.
- [2] C. A Balanis,, *Antenna Theory: Analysis and Design*, John Wiley & Sons, New York, NY, 1982 H.
- [3] L. Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory – Part IV -Optimum Array Processing*, John Wiley & Sons, 2002.
- [4] M. S. Zarghamee, “On Antenna Tolerace Theory”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 15 No 6, Nov 1967.
- [5] S. J. Ahn, *Least Squares Orthogonal Distance Fitting of Curves and Surfaces in Space*, Springer, 2005.
- [6] C. Muravchik, C. Rago, J. A. Bava, A. J. Sanz, “Método de Verificación de Imperfecciones en Superficies de Antenas Reflectoras Parabólicas”, *Informe Interno IAR N° 66*, Instituto Argentino de Radioastronomía, 1990.
- [7] The MathWorks, <http://www.mathworks.com/>
- [8] Optimization Toolbox 4 User’s Guide, The Mathworks, 2008.
- [9] J.M. Cáceres, G. M. E. Villa, A. P. Lucchesi, *Determinación de la rugosidad de una superficie*, Facultad de Ingeniería, UNLP, 19 de Mayo 2008.
- [10] P. R. Bevington, D. K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, McGraw-Hill, 3rd Edition, 2003.

Anexos

Anexo A Listado de Puntos

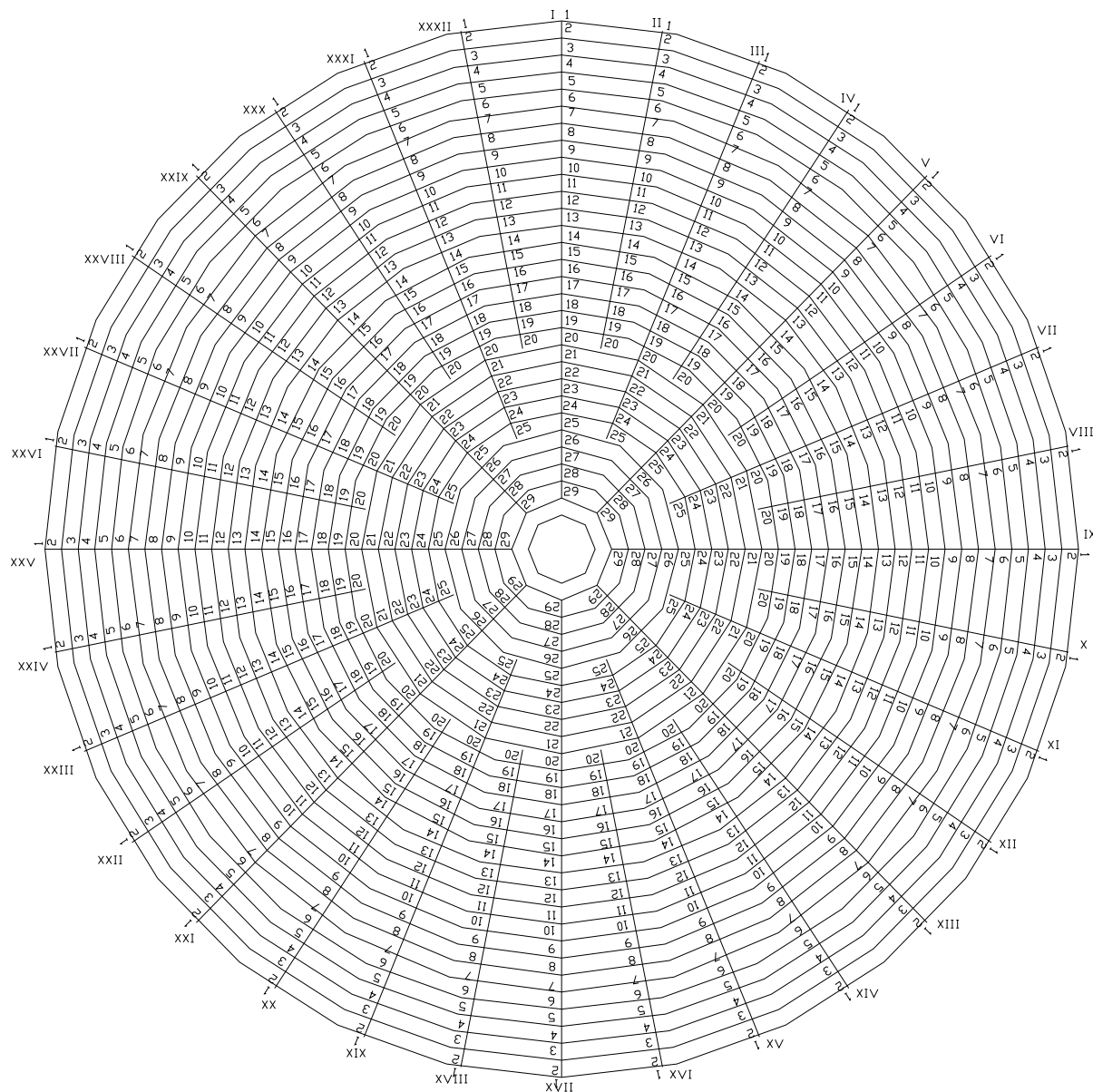


Figura I. Puntos relevados sobre la Antena II.

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C1	1	1	14.987	0.095	13.1283	-1.318
C1	2	2	14.485	0.140	12.8348	2.289
C1	3	3	13.988	0.135	12.5443	-2.177
C1	4	4	13.490	0.082	12.2647	-4.529
C1	5	5	12.988	0.129	12.0024	0.027
C1	6	6	12.495	0.125	11.7486	0.074
C1	7	7	11.994	0.073	11.4972	-2.512
C1	8	8	11.493	0.115	11.2608	-2.231
C1	9	9	10.994	0.113	11.0359	-0.073
C1	10	10	10.498	0.057	10.8162	-3.223
C1	11	11	10.003	0.099	10.6122	-2.429
C1	12	12	9.502	0.098	10.4131	-3.456
C1	13	13	9.003	0.040	10.2264	-2.511
C1	14	14	8.504	0.083	10.0525	-0.006
C1	15	15	8.006	0.079	9.8823	-2.857
C1	16	16	7.507	0.028	9.7242	-2.925
C1	17	17	7.006	0.071	9.5789	-0.903
C1	18	18	6.510	0.070	9.4425	-0.522
C1	19	19	6.009	0.021	9.3129	-1.338
C1	20	20	5.498	0.012	9.1938	-0.054
C1	21	21	4.992	0.059	9.0878	2.409
C1	22	22	4.495	0.056	8.9879	-0.253
C1	23	23	4.004	0.052	8.9006	-1.249
C1	24	24	3.508	0.042	8.8232	-0.910
C1	25	25	3.014	0.035	8.7553	-1.315
C1	26	26	2.511	0.030	8.6973	-0.510
C1	27	27	2.010	0.023	8.6491	-0.087
C1	28	28	1.512	0.011	8.6113	0.601
C1	29	29	1.015	-0.006	8.5822	0.129
C1	1	30	14.682	3.008	13.1621	-1.563
C2	2	31	14.177	2.951	12.8626	0.439
C2	3	32	13.693	2.853	12.5744	-2.405
C2	4	33	13.210	2.699	12.2924	-2.716
C2	5	34	12.709	2.651	12.0314	3.544
C2	6	35	12.224	2.548	11.7735	2.003
C2	7	36	11.753	2.402	11.5230	-3.318
C2	8	37	11.249	2.346	11.2823	-3.544
C2	9	38	10.763	2.242	11.0549	-3.659
C2	10	39	10.283	2.095	10.8339	-5.686
C2	11	40	9.790	2.047	10.6331	-2.013
C2	12	41	9.297	1.946	10.4319	-2.974
C2	13	42	8.819	1.798	10.2443	-2.395
C2	14	43	8.325	1.746	10.0695	-0.827
C2	15	44	7.838	1.642	9.8974	-4.780
C2	16	45	7.354	1.497	9.7409	-0.955
C2	17	46	6.860	1.442	9.5946	-0.555
C2	18	47	6.366	1.333	9.4553	0.781
C2	19	48	5.889	1.189	9.3251	-1.048
C2	20	49	5.382	1.084	9.2058	2.774
C2	1	50	14.682	3.007	13.1625	-1.200
C2	2	51	14.177	2.951	12.8620	-0.100

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C2	3	52	13.694	2.851	12.5743	-2.975
C2	4	53	13.209	2.698	12.2934	-1.319
C2	5	54	12.708	2.649	12.0319	4.547
C2	6	55	12.224	2.547	11.7738	2.247
C2	7	56	11.756	2.401	11.5229	-4.765
C2	8	57	11.250	2.344	11.2829	-3.373
C2	9	58	10.764	2.240	11.0554	-3.607
C2	10	59	10.283	2.095	10.8337	-5.824
C2	11	60	9.792	2.047	10.6303	-5.038
C2	12	61	9.296	1.945	10.4316	-2.867
C2	13	62	8.819	1.797	10.2461	-0.693
C2	14	63	8.326	1.745	10.0701	-0.632
C2	15	64	7.838	1.642	9.8990	-3.232
C2	16	65	7.354	1.497	9.7394	-2.434
C2	17	66	6.859	1.442	9.5927	-2.085
C2	18	67	6.367	1.333	9.4544	-0.361
C2	19	68	5.890	1.188	9.3249	-1.234
C2	20	69	5.381	1.083	9.2059	3.034
C3	1	70	13.805	5.805	13.1847	-0.471
C3	2	71	13.326	5.656	12.8881	1.436
C3	3	72	12.874	5.468	12.6000	-2.539
C3	4	73	12.436	5.230	12.3206	-3.605
C3	5	74	11.952	5.081	12.0515	-1.582
C3	6	75	11.495	4.889	11.7956	-0.464
C3	7	76	11.053	4.648	11.5457	0.112
C3	8	77	10.578	4.506	11.3064	-3.168
C3	9	78	10.116	4.310	11.0787	-0.568
C3	10	79	9.679	4.073	10.8586	-2.543
C3	11	80	9.204	3.919	10.6516	-1.481
C3	12	81	8.740	3.730	10.4517	-1.160
C3	13	82	8.304	3.489	10.2618	-2.698
C3	14	83	7.826	3.340	10.0863	0.587
C3	15	84	7.367	3.143	9.9149	-1.242
C3	16	85	6.928	2.902	9.7540	-2.380
C3	17	86	6.446	2.750	9.6057	-0.341
C3	18	87	5.987	2.553	9.4668	0.202
C3	19	88	5.555	2.318	9.3364	-2.503
C3	20	89	5.077	2.114	9.2170	2.674
C3	21	90	4.590	1.966	9.1079	4.346
C3	22	91	4.142	1.774	9.0092	2.931
C3	23	92	3.680	1.581	8.9189	2.478
C3	24	93	3.225	1.385	8.8381	1.136
C3	25	94	2.770	1.187	8.7678	0.518
C4	1	95	12.387	8.395	13.2017	2.946
C4	2	96	11.947	8.148	12.9023	4.832
C4	3	97	11.541	7.873	12.6135	1.053
C4	4	98	11.158	7.553	12.3321	-1.120
C4	5	99	10.717	7.316	12.0639	-0.706
C4	6	100	10.307	7.035	11.8094	2.767
C4	7	101	9.920	6.718	11.5564	0.128
C4	8	102	9.485	6.477	11.3178	-1.032
C4	9	103	9.074	6.194	11.0879	-1.004

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C4	10	104	8.690	5.878	10.8678	-2.673
C4	11	105	8.255	5.635	10.6632	0.917
C4	12	106	7.842	5.354	10.4620	-0.269
C4	13	107	7.458	5.032	10.2696	-2.464
C4	14	108	7.022	4.795	10.0943	0.202
C4	15	109	6.612	4.512	9.9223	-2.022
C4	16	110	6.221	4.193	9.7622	-0.870
C4	17	111	5.787	3.950	9.6140	-0.130
C4	18	112	5.375	3.674	9.4736	-1.213
C4	19	113	4.988	3.348	9.3420	-1.114
C4	20	114	4.566	3.060	9.2213	0.924
C5	1	115	8.219	12.496	13.2197	7.832
C5	2	116	8.218	12.496	13.2200	8.112
C5	3	117	8.218	12.496	13.2199	7.971
C5	4	118	7.909	12.101	12.9193	8.362
C5	5	119	10.506	10.655	13.2176	5.453
C5	6	120	10.126	10.327	12.9141	3.398
C5	7	121	9.777	9.973	12.6208	-0.316
C5	8	122	9.467	9.588	12.3478	2.775
C5	9	123	9.082	9.264	12.0746	0.866
C5	10	124	8.734	8.910	11.8194	3.922
C5	11	125	8.425	8.521	11.5689	1.649
C5	12	126	8.040	8.200	11.3266	-0.281
C5	13	127	7.687	7.842	11.0975	2.078
C5	14	128	7.379	7.456	10.8774	-1.005
C5	15	129	6.996	7.143	10.6707	-0.582
C5	16	130	6.647	6.782	10.4714	1.557
C5	17	131	6.332	6.396	10.2794	-0.982
C5	18	132	5.948	6.071	10.1007	1.226
C5	19	133	5.598	5.713	9.9279	-0.519
C5	20	134	5.287	5.326	9.7688	-0.619
C5	21	135	4.904	5.005	9.6200	0.572
C5	22	136	4.551	4.644	9.4786	1.190
C5	23	137	4.235	4.254	9.3476	1.019
C5	24	138	3.878	3.889	9.2289	5.386
C5	25	139	3.502	3.570	9.1161	1.259
C5	26	140	3.156	3.211	9.0148	0.547
C5	27	141	2.808	2.854	8.9256	1.889
C5	28	142	2.461	2.499	8.8451	1.784
C5	29	143	2.116	2.149	8.7754	2.100
C5	30	144	1.761	1.796	8.7122	0.270
C5	31	145	1.406	1.439	8.6648	4.422
C5	32	146	1.053	1.092	8.6198	0.411
C5	33	147	0.700	0.747	8.5909	2.663
C6	1	148	8.217	12.494	13.2175	7.285
C6	2	149	7.909	12.100	12.9186	8.151
C6	3	150	7.639	11.695	12.6300	3.470
C6	4	151	7.413	11.243	12.3482	3.501
C6	5	152	7.100	10.855	12.0792	3.385
C6	6	153	6.832	10.438	11.8221	4.679
C6	7	154	6.599	10.000	11.5708	1.654
C6	8	155	6.284	9.607	11.3266	-1.087

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C6	9	156	6.011	9.192	11.0985	-0.247
C6	10	157	5.782	8.753	10.8786	-2.311
C6	11	158	5.466	8.362	10.6727	2.177
C6	12	159	5.188	7.947	10.4737	3.924
C6	13	160	4.958	7.502	10.2804	0.603
C6	14	161	4.648	7.115	10.1036	2.461
C6	15	162	4.375	6.693	9.9315	2.078
C6	16	163	4.144	6.254	9.7709	0.229
C6	17	164	3.833	5.864	9.6221	1.295
C6	18	165	3.557	5.444	9.4811	1.864
C6	19	166	3.329	4.999	9.3494	0.516
C6	20	167	3.044	4.565	9.2291	5.399
C7	1	168	5.617	13.870	13.2133	2.550
C7	2	169	5.387	13.424	12.9156	4.697
C7	3	170	5.205	12.964	12.6262	3.250
C7	4	171	5.071	12.486	12.3445	-0.773
C7	5	172	4.840	12.039	12.0765	2.040
C7	6	173	4.655	11.578	11.8204	4.756
C7	7	174	4.515	11.100	11.5699	2.712
C7	8	175	4.283	10.658	11.3272	-0.257
C7	9	176	4.100	10.190	11.0976	1.595
C7	10	177	3.959	9.714	10.8797	1.521
C7	11	178	3.728	9.272	10.6701	1.353
C7	12	179	3.539	8.812	10.4702	1.015
C7	13	180	3.400	8.330	10.2777	-1.321
C7	14	181	3.171	7.888	10.1007	1.111
C7	15	182	2.985	7.421	9.9300	1.951
C7	16	183	2.843	6.947	9.7684	-1.397
C7	17	184	2.611	6.499	9.6194	1.231
C7	18	185	2.427	6.038	9.4798	1.470
C7	19	186	2.288	5.552	9.3490	1.891
C7	20	187	2.105	5.082	9.2284	3.209
C7	21	188	1.872	4.638	9.1167	2.017
C7	22	189	1.689	4.175	9.0177	3.529
C7	23	190	1.505	3.711	8.9267	3.156
C7	24	191	1.326	3.255	8.8449	0.687
C7	25	192	1.145	2.788	8.7748	1.962
C8	1	193	2.790	14.708	13.2020	1.035
C8	2	194	2.654	14.226	12.9036	2.297
C8	3	195	2.558	13.730	12.6090	1.150
C8	4	196	2.520	13.241	12.3316	-2.794
C8	5	197	2.382	12.749	12.0600	0.535
C8	6	198	2.288	12.263	11.8047	2.124
C8	7	199	2.249	11.773	11.5563	-1.608
C8	8	200	2.111	11.290	11.3152	-2.007
C8	9	201	2.021	10.799	11.0875	0.022
C8	10	202	1.976	10.301	10.8674	-1.322
C8	11	203	1.840	9.821	10.6610	1.178
C8	12	204	1.748	9.332	10.4610	0.310
C8	13	205	1.702	8.834	10.2683	-2.624
C8	14	206	1.563	8.352	10.0909	0.023
C8	15	207	1.469	7.864	9.9196	-1.980

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C8	16	208	1.426	7.369	9.7596	-4.041
C8	17	209	1.288	6.879	9.6111	0.172
C8	18	210	1.199	6.388	9.4725	1.404
C8	19	211	1.156	5.893	9.3454	2.789
C8	20	212	1.069	5.383	9.2236	5.196
C9	1	213	-0.132	14.969	13.1815	2.238
C9	2	214	-0.180	14.474	12.8826	0.485
C9	3	215	-0.178	13.974	12.5939	0.801
C9	4	216	-0.132	13.481	12.3125	-4.492
C9	5	217	-0.176	12.981	12.0455	-1.953
C9	6	218	-0.166	12.478	11.7890	1.668
C9	7	219	-0.112	11.991	11.5409	-2.908
C9	8	220	-0.149	11.487	11.2981	-4.093
C9	9	221	-0.137	10.987	11.0688	-4.163
C9	10	222	-0.076	10.492	10.8533	-2.808
C9	11	223	-0.115	9.996	10.6464	-1.948
C9	12	224	-0.104	9.495	10.4474	-0.945
C9	13	225	-0.051	8.997	10.2563	-3.530
C9	14	226	-0.095	8.500	10.0807	-0.597
C9	15	227	-0.083	8.006	9.9098	-3.743
C9	16	228	-0.032	7.505	9.7494	-4.283
C9	17	229	-0.068	7.001	9.6027	-0.330
C9	18	230	-0.062	6.503	9.4629	-0.782
C9	19	231	-0.007	6.010	9.3362	-0.146
C9	20	232	-0.002	5.495	9.2181	5.109
C9	21	233	-0.045	4.992	9.1048	2.255
C9	22	234	-0.035	4.498	9.0052	1.105
C9	23	235	-0.027	4.003	8.9167	1.435
C9	24	236	-0.018	3.505	8.8379	2.102
C9	25	237	-0.011	3.008	8.7686	2.465
C9	26	238	-0.004	2.506	8.7090	3.121
C9	27	239	0.004	2.008	8.6579	2.003
C9	28	240	0.020	1.508	8.6193	3.440
C9	29	241	0.033	1.012	8.5938	7.995
C10	1	242	-3.054	14.658	13.1520	-0.115
C10	2	243	-3.000	14.153	12.8532	2.664
C10	3	244	-2.896	13.673	12.5689	1.694
C10	4	245	-2.740	13.199	12.2884	-2.875
C10	5	246	-2.687	12.700	12.0220	-1.456
C10	6	247	-2.581	12.214	11.7658	-0.612
C10	7	248	-2.431	11.744	11.5186	-4.322
C10	8	249	-2.370	11.238	11.2756	-4.726
C10	9	250	-2.265	10.752	11.0484	-4.963
C10	10	251	-2.118	10.276	10.8326	-4.608
C10	11	252	-2.068	9.782	10.6216	-8.744
C10	12	253	-1.968	9.284	10.4315	1.868
C10	13	254	-1.814	8.809	10.2412	-1.713
C10	14	255	-1.759	8.311	10.0645	0.102
C10	15	256	-1.653	7.830	9.8949	-3.425
C10	16	257	-1.500	7.346	9.7350	-3.611
C10	17	258	-1.438	6.853	9.5905	-0.646
C10	18	259	-1.332	6.364	9.4522	-0.267

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C10	19	260	-1.181	5.885	9.3236	-0.616
C10	20	261	-1.070	5.377	9.2066	5.348
C11	1	262	-5.865	13.788	13.1235	-0.481
C11	2	263	-5.713	13.309	12.8244	-1.454
C11	3	264	-5.517	12.852	12.5441	2.715
C11	4	265	-5.272	12.417	12.2626	-3.239
C11	5	266	-5.121	11.940	11.9999	-0.008
C11	6	267	-4.927	11.480	11.7437	0.409
C11	7	268	-4.687	11.043	11.4933	-4.615
C11	8	269	-4.533	10.563	11.2549	-4.467
C11	9	270	-4.336	10.105	11.0287	-4.147
C11	10	271	-4.096	9.668	10.8128	-4.899
C11	11	272	-3.943	9.190	10.6099	-0.660
C11	12	273	-3.740	8.732	10.4116	-1.088
C11	13	274	-3.492	8.297	10.2247	-2.380
C11	14	275	-3.336	7.820	10.0485	-0.675
C11	15	276	-3.133	7.360	9.8808	-0.059
C11	16	277	-2.895	6.927	9.7203	-6.020
C11	17	278	-2.738	6.444	9.5758	-0.739
C11	18	279	-2.541	5.984	9.4390	0.124
C11	19	280	-2.301	5.542	9.3107	-0.994
C11	20	281	-2.103	5.069	9.1941	2.868
C11	21	282	-1.954	4.594	9.0862	2.225
C11	22	283	-1.760	4.132	8.9877	1.494
C11	23	284	-1.561	3.673	8.9029	4.412
C11	24	285	-1.366	3.221	8.8238	1.985
C11	25	286	-1.164	2.768	8.7569	2.354
C12	1	287	-8.444	12.390	13.0954	4.165
C12	2	288	-8.199	11.946	12.7981	5.491
C12	3	289	-7.919	11.537	12.5104	1.442
C12	4	290	-7.591	11.160	12.2294	-5.750
C12	5	291	-7.350	10.720	11.9666	-3.097
C12	6	292	-7.064	10.306	11.7122	-0.302
C12	7	293	-6.743	9.928	11.4679	-2.836
C12	8	294	-6.500	9.492	11.2315	-3.999
C12	9	295	-6.214	9.075	11.0062	-1.336
C12	10	296	-5.894	8.688	10.7896	-2.263
C12	11	297	-5.651	8.254	10.5843	-2.918
C12	12	298	-5.370	7.837	10.3875	-2.591
C12	13	299	-5.043	7.453	10.2025	-1.845
C12	14	300	-4.801	7.020	10.0276	-2.225
C12	15	301	-4.514	6.608	9.8617	-1.288
C12	16	302	-4.192	6.222	9.7050	-2.147
C12	17	303	-3.950	5.787	9.5612	-0.247
C12	18	304	-3.663	5.372	9.4261	2.095
C12	19	305	-3.340	4.986	9.2985	0.583
C12	20	306	-3.048	4.564	9.1795	0.878
C13	1	307	-10.714	10.497	13.0581	6.076
C13	2	308	-10.388	10.115	12.7586	2.030
C13	3	309	-10.030	9.767	12.4750	1.769
C13	4	310	-9.636	9.456	12.1998	-0.529
C13	5	311	-9.312	9.072	11.9369	1.295

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C13	6	312	-8.952	8.722	11.6810	0.572
C13	7	313	-8.561	8.414	11.4380	-1.522
C13	8	314	-8.235	8.029	11.2032	-0.133
C13	9	315	-7.873	7.681	10.9777	-0.678
C13	10	316	-7.483	7.367	10.7655	0.120
C13	11	317	-7.156	6.980	10.5582	-0.180
C13	12	318	-6.798	6.637	10.3647	-1.001
C13	13	319	-6.402	6.326	10.1812	-0.403
C13	14	320	-6.078	5.941	10.0055	-0.375
C13	15	321	-5.724	5.594	9.8421	-0.500
C13	16	322	-5.327	5.281	9.6845	-3.151
C13	17	323	-5.002	4.901	9.5439	0.988
C13	18	324	-4.643	4.548	9.4082	1.411
C13	19	325	-4.256	4.241	9.2828	-1.778
C13	20	326	-3.886	3.879	9.1694	3.951
C13	21	327	-3.557	3.485	9.0630	5.460
C13	22	328	-3.202	3.135	8.9678	4.869
C13	23	329	-2.847	2.788	8.8818	3.348
C13	24	330	-2.493	2.441	8.8064	2.717
C13	25	331	-2.143	2.101	8.7415	1.622
C13	26	332	-1.790	1.745	8.6861	2.093
C13	27	333	-1.437	1.392	8.6399	1.698
C13	29	334	-0.744	0.682	8.5778	1.357
C14	1	335	-12.565	8.217	13.0158	0.699
C14	2	336	-12.156	7.899	12.7200	6.168
C14	3	337	-11.739	7.629	12.4359	3.017
C14	4	338	-11.293	7.409	12.1646	-0.255
C14	5	339	-10.893	7.089	11.8987	1.703
C14	6	340	-10.483	6.822	11.6483	-0.888
C14	7	341	-10.032	6.592	11.4029	-3.047
C14	8	342	-9.638	6.281	11.1689	-3.498
C14	9	343	-9.216	6.011	10.9468	-2.814
C14	10	344	-8.769	5.780	10.7351	-2.102
C14	11	345	-8.379	5.472	10.5315	-4.181
C14	12	346	-7.956	5.204	10.3402	-2.280
C14	13	347	-7.503	4.969	10.1562	-1.239
C14	14	348	-7.111	4.659	9.9859	1.670
C14	15	349	-6.693	4.384	9.8216	0.713
C14	16	350	-6.252	4.153	9.6635	-5.670
C14	17	351	-5.852	3.838	9.5234	0.302
C14	18	352	-5.433	3.563	9.3887	-0.715
C14	19	353	-4.990	3.332	9.2655	-1.584
C14	20	354	-4.558	3.048	9.1519	2.098
C15	1	355	-13.932	5.584	12.9726	3.568
C15	2	356	-13.482	5.357	12.6801	3.219
C15	3	357	-13.016	5.178	12.3997	2.994
C15	4	358	-12.531	5.039	12.1262	0.272
C15	5	359	-12.090	4.813	11.8663	-1.246
C15	6	360	-11.619	4.629	11.6128	-1.261
C15	7	361	-11.131	4.493	11.3703	-1.941
C15	8	362	-10.687	4.266	11.1366	-5.026
C15	9	363	-10.220	4.084	10.9180	-2.252

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C15	10	364	-9.737	3.946	10.7059	-3.906
C15	11	365	-9.291	3.713	10.5050	-2.368
C15	12	366	-8.828	3.531	10.3125	-4.174
C15	13	367	-8.342	3.391	10.1332	-1.642
C15	14	368	-7.894	3.165	9.9615	-0.989
C15	15	369	-7.426	2.975	9.7992	0.280
C15	16	370	-6.943	2.841	9.6461	-2.143
C15	17	371	-6.494	2.611	9.5064	1.281
C15	18	372	-6.027	2.424	9.3740	1.988
C15	19	373	-5.547	2.286	9.2509	-0.305
C15	20	374	-5.069	2.097	9.1368	0.929
C15	21	375	-4.621	1.861	9.0357	3.490
C15	22	376	-4.161	1.674	8.9443	3.729
C15	23	377	-3.696	1.487	8.8623	4.499
C15	24	378	-3.230	1.302	8.7863	1.211
C15	25	379	-2.769	1.123	8.7266	3.488
C16	1	380	-14.764	2.773	12.9391	4.564
C16	2	381	-14.267	2.634	12.6439	6.492
C16	3	382	-13.782	2.551	12.3666	4.077
C16	4	383	-13.281	2.509	12.0965	2.097
C16	5	384	-12.799	2.369	11.8348	0.503
C16	6	385	-12.304	2.282	11.5831	-0.783
C16	7	386	-11.799	2.242	11.3438	0.526
C16	8	387	-11.320	2.103	11.1098	-4.419
C16	9	388	-10.822	2.008	10.8888	-2.550
C16	10	389	-10.324	1.965	10.6815	-1.878
C16	11	390	-9.839	1.822	10.4797	-2.059
C16	12	391	-9.345	1.731	10.2877	-2.892
C16	13	392	-8.842	1.688	10.1105	0.151
C16	14	393	-8.360	1.551	9.9424	2.273
C16	15	394	-7.865	1.465	9.7784	-0.254
C16	16	395	-7.369	1.416	9.6275	-2.117
C16	17	396	-6.882	1.283	9.4887	1.108
C16	18	397	-6.386	1.191	9.3572	1.527
C16	19	398	-5.890	1.152	9.2366	-0.007
C16	20	399	-5.384	1.064	9.1237	0.924
C17	1	400	-15.028	-0.150	12.9006	1.420
C17	2	401	-14.525	-0.187	12.6125	2.503
C17	3	402	-14.020	-0.175	12.3309	0.847
C17	4	403	-13.518	-0.118	12.0629	1.312
C17	5	404	-13.017	-0.160	11.8012	-1.467
C17	6	405	-12.517	-0.155	11.5524	-2.300
C17	7	406	-12.018	-0.097	11.3133	-3.979
C17	8	407	-11.511	-0.139	11.0793	-5.902
C17	9	408	-11.010	-0.138	10.8652	-1.733
C17	10	409	-10.510	-0.088	10.6564	-2.316
C17	11	410	-10.008	-0.129	10.4571	-1.737
C17	12	411	-9.506	-0.126	10.2672	-2.212
C17	13	412	-9.005	-0.070	10.0923	1.622
C17	14	413	-8.500	-0.110	9.9222	2.734
C17	15	414	-8.001	-0.103	9.7609	0.476
C17	16	415	-7.503	-0.046	9.6083	-3.608

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C17	17	416	-7.001	-0.083	9.4712	-0.390
C17	18	417	-6.495	-0.074	9.3425	1.802
C17	19	418	-5.999	-0.012	9.2218	-0.468
C17	20	419	-5.486	-0.002	9.1119	2.242
C17	21	420	-4.977	-0.048	9.0131	5.376
C17	22	421	-4.478	-0.045	8.9224	4.248
C17	23	422	-3.980	-0.041	8.8421	3.656
C17	24	423	-3.484	-0.035	8.7701	1.228
C17	25	424	-2.988	-0.028	8.7120	2.950
C17	26	425	-2.485	-0.024	8.6608	2.530
C17	27	426	-1.985	-0.017	8.6206	2.852
C17	28	427	-1.492	-0.002	8.5868	-0.758
C17	29	428	-0.993	0.015	8.5686	1.777
C18	1	429	-14.719	-3.090	12.8696	-1.655
C18	2	430	-14.210	-3.027	12.5826	3.061
C18	3	431	-13.722	-2.923	12.3038	0.306
C18	4	432	-13.243	-2.768	12.0360	-1.191
C18	5	433	-12.742	-2.708	11.7798	0.707
C18	6	434	-12.248	-2.604	11.5277	-1.933
C18	7	435	-11.769	-2.449	11.2928	0.009
C18	8	436	-11.273	-2.390	11.0612	-4.781
C18	9	437	-10.780	-2.280	10.8447	-2.342
C18	10	438	-10.297	-2.130	10.6337	-4.618
C18	11	439	-9.801	-2.072	10.4380	-3.429
C18	12	440	-9.305	-1.966	10.2464	-4.703
C18	13	441	-8.821	-1.811	10.0719	-0.009
C18	14	442	-8.324	-1.752	9.9035	-0.489
C18	15	443	-7.834	-1.645	9.7436	-1.761
C18	16	444	-7.352	-1.493	9.5823	-13.935
C18	17	445	-6.851	-1.438	9.4571	-0.162
C18	18	446	-6.361	-1.334	9.3286	-0.005
C18	19	447	-5.879	-1.183	9.2086	-1.171
C18	20	448	-5.375	-1.075	9.0979	0.225
C19	1	449	-13.845	-5.892	12.8468	-1.288
C19	2	450	-13.359	-5.727	12.5578	1.664
C19	3	451	-12.908	-5.530	12.2814	-3.471
C19	4	452	-12.458	-5.282	12.0114	-2.456
C19	5	453	-11.977	-5.127	11.7557	-0.901
C19	6	454	-11.519	-4.923	11.5096	-0.446
C19	7	455	-11.080	-4.676	11.2691	-4.964
C19	8	456	-10.604	-4.520	11.0395	-8.168
C19	9	457	-10.140	-4.324	10.8267	-3.255
C19	10	458	-9.691	-4.086	10.6159	-5.292
C19	11	459	-9.211	-3.932	10.4164	-7.064
C19	12	460	-8.746	-3.733	10.2288	-5.736
C19	13	461	-8.310	-3.495	10.0586	-1.543
C19	14	462	-7.826	-3.334	9.8865	-3.148
C19	15	463	-7.369	-3.144	9.7323	-1.787
C19	16	464	-6.919	-2.911	9.5819	-3.395
C19	17	465	-6.435	-2.753	9.4452	-0.258
C19	18	466	-5.973	-2.557	9.3176	0.272
C19	19	467	-5.532	-2.314	9.1969	-2.724

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C19	20	468	-5.063	-2.105	9.0889	-0.117
C19	21	469	-4.573	-1.956	8.9915	2.412
C19	22	470	-4.120	-1.764	8.9023	-0.122
C19	23	471	-3.660	-1.566	8.8244	0.163
C19	24	472	-3.202	-1.367	8.7568	0.671
C19	25	473	-2.752	-1.169	8.6992	0.606
C20	1	474	-12.437	-8.456	12.8258	2.137
C20	2	475	-11.999	-8.208	12.5417	3.033
C20	3	476	-11.582	-7.925	12.2633	1.251
C20	4	477	-11.198	-7.597	11.9958	-0.609
C20	5	478	-10.751	-7.353	11.7378	-0.104
C20	6	479	-10.337	-7.067	11.4930	0.909
C20	7	480	-9.952	-6.742	11.2542	-2.008
C20	8	481	-9.512	-6.505	11.0309	-1.254
C20	9	482	-9.092	-6.227	10.8128	-2.038
C20	10	483	-8.704	-5.897	10.6040	-2.660
C20	11	484	-8.271	-5.656	10.4017	-10.732
C20	12	485	-7.856	-5.374	10.2166	-9.200
C20	13	486	-7.465	-5.052	10.0465	-1.986
C20	14	487	-7.023	-4.805	9.8786	-1.611
C20	15	488	-6.604	-4.524	9.7213	-1.023
C20	16	489	-6.219	-4.201	9.5725	-3.134
C20	17	490	-5.776	-3.955	9.4375	0.158
C20	18	491	-5.366	-3.672	9.3105	-0.326
C20	19	492	-4.975	-3.343	9.1894	-2.241
C20	20	493	-4.556	-3.055	9.0854	2.593
C21	1	494	-10.567	-10.712	12.8209	4.534
C21	2	495	-10.179	-10.385	12.5297	0.774
C21	3	496	-9.825	-10.025	12.2542	1.996
C21	4	497	-9.508	-9.633	11.9893	1.414
C21	5	498	-9.122	-9.308	11.7363	3.995
C21	6	499	-8.772	-8.946	11.4870	1.421
C21	7	500	-8.455	-8.558	11.2506	-0.630
C21	8	501	-8.069	-8.233	11.0211	-3.666
C21	9	502	-7.713	-7.871	10.8058	-0.542
C21	10	503	-7.396	-7.478	10.5978	-2.203
C21	11	504	-7.011	-7.152	10.4007	-2.775
C21	12	505	-6.658	-6.796	10.2127	-4.532
C21	13	506	-6.337	-6.399	10.0407	1.599
C21	14	507	-5.953	-6.075	9.8756	2.453
C21	15	508	-5.598	-5.715	9.7181	3.015
C21	16	509	-5.284	-5.323	9.5677	-1.223
C21	17	510	-4.897	-4.999	9.4323	0.672
C21	18	511	-4.546	-4.646	9.3060	0.444
C21	19	512	-4.231	-4.248	9.1861	-1.679
C21	20	513	-3.873	-3.885	9.0813	2.495
C21	21	514	-3.479	-3.553	8.9846	5.195
C21	22	515	-3.134	-3.196	8.8961	3.052
C21	23	516	-2.783	-2.839	8.8188	2.889
C21	24	517	-2.436	-2.488	8.7501	0.629
C21	25	518	-2.090	-2.135	8.6931	0.431
C21	26	519	-1.733	-1.780	8.6449	0.243

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C21	27	520	-1.383	-1.424	8.6126	5.687
C21	28	521	-1.025	-1.076	8.5812	2.174
C21	29	522	-0.672	-0.723	8.5658	4.906
C22	1	523	-8.276	-12.569	12.8224	8.386
C22	2	524	-7.955	-12.169	12.5308	6.481
C22	3	525	-7.683	-11.750	12.2563	5.629
C22	4	526	-7.453	-11.301	11.9899	4.079
C22	5	527	-7.130	-10.909	11.7357	6.290
C22	6	528	-6.854	-10.490	11.4887	4.843
C22	7	529	-6.616	-10.049	11.2494	0.513
C22	8	530	-6.303	-9.649	11.0209	-0.566
C22	9	531	-6.029	-9.225	10.8064	2.049
C22	10	532	-5.795	-8.777	10.5952	-2.206
C22	11	533	-5.478	-8.385	10.4024	0.662
C22	12	534	-5.204	-7.958	10.2114	-2.000
C22	13	535	-4.969	-7.515	10.0396	1.614
C22	14	536	-4.655	-7.121	9.8724	0.987
C22	15	537	-4.378	-6.700	9.7166	2.437
C22	16	538	-4.146	-6.254	9.5675	-0.403
C22	17	539	-3.825	-5.861	9.4313	1.005
C22	18	540	-3.553	-5.442	9.3058	1.928
C22	19	541	-3.318	-4.994	9.1861	-0.239
C22	20	542	-3.036	-4.567	9.0777	0.553
C23	1	543	-5.667	-13.939	12.8219	4.884
C23	2	544	-5.429	-13.490	12.5332	3.232
C23	3	545	-5.236	-13.020	12.2563	4.037
C23	4	546	-5.096	-12.542	11.9901	0.651
C23	5	547	-4.861	-12.093	11.7356	2.445
C23	6	548	-4.668	-11.623	11.4904	5.125
C23	7	549	-4.528	-11.142	11.2522	1.591
C23	8	550	-4.291	-10.698	11.0223	-2.922
C23	9	551	-4.100	-10.226	10.8088	2.428
C23	10	552	-3.959	-9.747	10.5987	-2.824
C23	11	553	-3.724	-9.297	10.4018	-2.460
C23	12	554	-3.534	-8.834	10.2145	-3.734
C23	13	555	-3.396	-8.350	10.0397	-2.334
C23	14	556	-3.166	-7.900	9.8773	1.985
C23	15	557	-2.973	-7.429	9.7179	1.696
C23	16	558	-2.832	-6.948	9.5694	-0.402
C23	17	559	-2.600	-6.497	9.4342	1.948
C23	18	560	-2.415	-6.031	9.3081	2.977
C23	19	561	-2.277	-5.549	9.1894	1.088
C23	20	562	-2.089	-5.071	9.0812	2.506
C23	21	563	-1.856	-4.620	8.9855	4.701
C23	22	564	-1.671	-4.156	8.8964	2.532
C23	23	565	-1.490	-3.692	8.8184	1.358
C23	24	566	-1.308	-3.229	8.7508	0.881
C23	25	567	-1.124	-2.759	8.6944	2.432
C24	1	568	-2.817	-14.780	12.8296	0.217
C24	2	569	-2.676	-14.288	12.5428	2.629
C24	3	570	-2.588	-13.796	12.2660	0.623
C24	4	571	-2.543	-13.293	11.9992	-0.111

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C24	5	572	-2.407	-12.801	11.7462	5.295
C24	6	573	-2.317	-12.308	11.4971	2.396
C24	7	574	-2.275	-11.808	11.2572	-2.336
C24	8	575	-2.129	-11.323	11.0314	-1.004
C24	9	576	-2.038	-10.826	10.8104	-4.148
C24	10	577	-1.994	-10.325	10.6066	-1.761
C24	11	578	-1.855	-9.846	10.4070	-6.531
C24	12	579	-1.761	-9.350	10.2243	-1.709
C24	13	580	-1.714	-8.846	10.0457	-2.463
C24	14	581	-1.571	-8.359	9.8816	1.421
C24	15	582	-1.480	-7.865	9.7224	-0.397
C24	16	583	-1.428	-7.366	9.5745	-1.185
C24	17	584	-1.288	-6.878	9.4382	0.603
C24	18	585	-1.195	-6.390	9.3121	0.824
C24	19	586	-1.151	-5.885	9.1915	-1.275
C24	20	587	-1.052	-5.382	9.0836	0.843
C25	1	588	0.107	-15.051	12.8535	0.230
C25	2	589	0.144	-14.539	12.5629	0.703
C25	3	590	0.138	-14.035	12.2876	2.647
C25	4	591	0.085	-13.533	12.0176	0.214
C25	5	592	0.134	-13.026	11.7644	4.929
C25	6	593	0.126	-12.532	11.5185	2.624
C25	7	594	0.077	-12.027	11.2755	-1.170
C25	8	595	0.120	-11.523	11.0454	-3.425
C25	9	596	0.115	-11.019	10.8296	-1.381
C25	10	597	0.066	-10.518	10.6178	-5.078
C25	11	598	0.111	-10.016	10.4216	-4.358
C25	12	599	0.112	-9.511	10.2371	-0.673
C25	13	600	0.058	-9.009	10.0581	-1.054
C25	14	601	0.104	-8.504	9.8942	3.087
C25	15	602	0.101	-8.012	9.7354	-0.644
C25	16	603	0.052	-7.505	9.5844	-1.554
C25	17	604	0.092	-7.007	9.4502	1.031
C25	18	605	0.084	-6.501	9.3210	1.211
C25	19	606	0.024	-5.999	9.2027	1.808
C25	20	607	0.025	-5.483	9.0920	2.517
C25	21	608	0.061	-4.974	8.9953	5.028
C25	22	609	0.053	-4.478	8.9080	5.001
C25	23	610	0.041	-3.976	8.8285	4.244
C25	24	611	0.029	-3.485	8.7584	1.254
C25	25	612	0.016	-2.987	8.7019	3.248
C25	26	613	0.004	-2.486	8.6528	2.989
C25	27	614	-0.011	-1.987	8.6115	0.573
C25	28	615	-0.028	-1.486	8.5838	1.996
C25	29	616	-0.051	-0.993	8.5624	-0.384
C26	1	617	3.109	-14.710	12.8786	4.788
C26	2	618	2.956	-14.231	12.5897	2.788
C26	3	619	2.857	-13.736	12.3091	1.465
C26	4	620	2.798	-13.238	12.0432	1.410
C26	5	621	2.653	-12.753	11.7862	3.657
C26	6	622	2.551	-12.266	11.5419	5.100
C26	7	623	2.498	-11.760	11.2977	0.874

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C26	8	624	2.357	-11.278	11.0617	-6.291
C26	9	625	2.256	-10.790	10.8493	-2.493
C26	10	626	2.205	-10.286	10.6391	-3.987
C26	11	627	2.060	-9.803	10.4378	-6.056
C26	12	628	1.958	-9.307	10.2511	-2.530
C26	13	629	1.898	-8.803	10.0735	-0.910
C26	14	630	1.754	-8.327	9.9106	3.203
C26	15	631	1.651	-7.837	9.7501	1.359
C26	16	632	1.599	-7.334	9.5989	-0.848
C26	17	633	1.449	-6.853	9.4614	1.211
C26	18	634	1.346	-6.362	9.3342	3.075
C26	19	635	1.283	-5.858	9.2094	-1.754
C26	20	636	1.084	-5.373	9.1013	3.268
C27	1	637	5.912	-13.824	12.9100	2.035
C27	2	638	5.672	-13.375	12.6188	2.965
C27	3	639	5.477	-12.916	12.3391	0.473
C27	4	640	5.321	-12.435	12.0673	-1.877
C27	5	641	5.084	-11.990	11.8118	1.961
C27	6	642	4.738	-11.046	11.3233	1.479
C27	7	643	4.890	-11.528	11.5644	3.071
C27	8	644	4.500	-10.602	11.0900	-1.627
C27	9	645	4.305	-10.137	10.8724	0.833
C27	10	646	4.149	-9.659	10.6591	-3.371
C27	11	647	3.914	-9.215	10.4589	-3.854
C27	12	648	3.723	-8.753	10.2699	-4.170
C27	13	649	3.566	-8.270	10.0918	-1.716
C27	14	650	3.333	-7.830	9.9269	1.926
C27	15	651	3.135	-7.366	9.7640	-0.101
C27	16	652	2.982	-6.883	9.6120	-1.605
C27	17	653	2.748	-6.445	9.4752	0.183
C27	18	654	2.556	-5.978	9.3461	2.119
C27	19	655	2.403	-5.500	9.2235	-1.069
C27	20	656	2.203	-5.020	9.1145	4.059
C27	21	657	1.964	-4.575	9.0124	2.946
C27	22	658	1.776	-4.113	8.9259	6.029
C27	23	659	1.581	-3.657	8.8420	1.743
C27	24	660	1.389	-3.196	8.7729	2.666
C27	25	661	1.199	-2.743	8.7125	1.727
C28	1	662	8.473	-12.403	12.9411	2.258
C28	2	663	8.155	-12.016	12.6544	4.016
C28	3	664	7.880	-11.596	12.3722	2.583
C28	4	665	7.558	-11.211	12.0999	0.001
C28	5	666	7.319	-10.767	11.8436	3.015
C28	6	667	7.037	-10.352	11.5935	3.618
C28	7	668	6.796	-9.911	11.3524	1.751
C28	8	669	6.477	-9.520	11.1166	-1.795
C28	9	670	6.191	-9.104	10.8947	-1.863
C28	10	671	5.946	-8.663	10.6832	-2.607
C28	11	672	5.631	-8.279	10.4860	-1.350
C28	12	673	5.350	-7.860	10.2920	-3.146
C28	13	674	5.107	-7.424	10.1143	-2.261
C28	14	675	4.789	-7.031	9.9454	1.295

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C28	15	676	4.508	-6.614	9.7828	0.318
C28	16	677	4.268	-6.179	9.6314	-2.413
C28	17	678	3.950	-5.784	9.4904	-0.480
C28	18	679	3.671	-5.367	9.3602	0.858
C28	19	680	3.424	-4.929	9.2371	-1.335
C28	20	681	3.058	-4.552	9.1252	2.966
C29	1	682	10.724	-10.519	12.9820	0.383
C29	2	683	10.329	-10.194	12.6878	2.808
C29	3	684	9.978	-9.847	12.4073	-0.195
C29	4	685	9.655	-9.461	12.1333	-2.886
C29	5	686	9.268	-9.133	11.8731	1.012
C29	6	687	8.915	-8.780	11.6241	2.354
C29	7	688	8.593	-8.392	11.3787	-1.196
C29	8	689	8.212	-8.072	11.1457	-3.862
C29	9	690	7.856	-7.717	10.9245	-2.481
C29	10	691	7.535	-7.334	10.7114	-5.444
C29	11	692	7.148	-7.018	10.5114	-3.910
C29	12	693	6.786	-6.661	10.3197	-0.821
C29	13	694	6.464	-6.277	10.1363	-3.245
C29	14	695	6.077	-5.962	9.9686	0.497
C29	15	696	5.714	-5.606	9.8034	0.294
C29	16	697	5.394	-5.222	9.6506	-1.863
C29	17	698	5.006	-4.904	9.5090	-0.538
C29	18	699	4.646	-4.552	9.3769	0.808
C29	19	700	4.324	-4.166	9.2525	-1.775
C29	20	701	3.960	-3.802	9.1399	1.532
C29	21	702	3.561	-3.485	9.0364	2.494
C29	22	703	3.205	-3.143	8.9444	1.965
C29	23	704	2.848	-2.797	8.8614	1.192
C29	24	705	2.492	-2.448	8.7899	2.405
C29	25	706	2.144	-2.106	8.7262	0.325
C29	26	707	1.793	-1.740	8.6734	1.243
C29	27	708	1.445	-1.381	8.6316	2.704
C29	28	709	1.095	-1.015	8.5970	1.551
C29	29	710	0.755	-0.664	8.5726	0.007
C30	1	711	12.493	-8.320	13.0180	1.163
C30	2	712	12.105	-7.993	12.7266	3.041
C30	3	713	11.693	-7.713	12.4419	0.178
C30	4	714	11.304	-7.394	12.1700	-0.030
C30	5	715	10.867	-7.146	11.9088	2.667
C30	6	716	10.450	-6.863	11.6584	6.065
C30	7	717	10.013	-6.622	11.4102	0.849
C30	8	718	9.626	-6.304	11.1766	-1.596
C30	9	719	9.214	-6.030	10.9549	-2.267
C30	10	720	8.769	-5.785	10.7373	-3.376
C30	11	721	8.381	-5.471	10.5342	-5.236
C30	12	722	7.965	-5.194	10.3422	-4.146
C30	13	723	7.520	-4.959	10.1580	-3.798
C30	14	724	7.128	-4.642	9.9902	1.471
C30	15	725	6.717	-4.366	9.8248	-1.881
C30	16	726	6.269	-4.129	9.6687	-2.291
C30	17	727	5.875	-3.816	9.5276	0.105

Costilla	Anillo	Número	X [m]	Y [m]	Z [m]	Distancia Normal [mm]
C30	18	728	5.455	-3.546	9.3933	-0.411
C30	19	729	5.061	-3.242	9.2712	-0.061
C30	20	730	4.577	-3.034	9.1537	1.840
C31	1	731	13.918	-5.605	13.0553	-3.538
C31	2	732	13.438	-5.451	12.7633	0.318
C31	3	733	12.972	-5.260	12.4768	-0.039
C31	4	734	12.535	-5.033	12.2036	-4.514
C31	5	735	12.053	-4.883	11.9420	-0.298
C31	6	736	11.592	-4.692	11.6902	1.740
C31	7	737	11.150	-4.456	11.4451	-0.362
C31	8	738	10.670	-4.308	11.2070	-2.865
C31	9	739	10.205	-4.118	10.9841	-0.219
C31	10	740	9.762	-3.881	10.7679	-2.652
C31	11	741	9.287	-3.741	10.5638	-4.183
C31	12	742	8.821	-3.543	10.3682	-2.654
C31	13	743	8.372	-3.313	10.1836	-2.063
C31	14	744	7.890	-3.163	10.0077	-1.528
C31	15	745	7.433	-2.977	9.8438	-2.792
C31	16	746	6.988	-2.744	9.6903	-1.946
C31	17	747	6.504	-2.600	9.5448	-0.664
C31	18	748	6.045	-2.420	9.4110	-1.095
C31	19	749	5.595	-2.190	9.2873	0.894
C31	20	750	5.085	-2.088	9.1691	1.849
C31	21	751	4.634	-1.857	9.0654	3.725
C31	22	752	4.178	-1.676	8.9666	-1.374
C31	23	753	3.727	-1.495	8.8798	-4.713
C31	24	754	3.264	-1.308	8.8010	-7.686
C31	25	755	2.796	-1.118	8.7325	-9.521
C32	1	756	14.711	-2.881	13.0893	-2.237
C32	2	757	14.229	-2.731	12.7991	2.195
C32	3	758	13.742	-2.639	12.5101	-2.375
C32	4	759	13.248	-2.586	12.2357	-3.359
C32	5	760	12.760	-2.436	11.9740	2.970
C32	6	761	12.275	-2.340	11.7208	2.973
C32	7	762	11.777	-2.293	11.4714	-0.550
C32	8	763	11.302	-2.147	11.2358	-3.244
C32	9	764	10.808	-2.050	11.0095	-2.193
C32	10	765	10.312	-2.003	10.7929	-3.836
C32	11	766	9.832	-1.860	10.5867	-5.070
C32	12	767	9.337	-1.764	10.3914	-2.457
C32	13	768	8.837	-1.715	10.2055	-1.574
C32	14	769	8.361	-1.574	10.0332	-0.392
C32	15	770	7.863	-1.480	9.8641	-0.724
C32	16	771	7.368	-1.435	9.7078	-1.617
C32	17	772	6.891	-1.293	9.5635	-1.563
C32	18	773	6.396	-1.202	9.4279	0.500
C32	19	774	5.906	-1.154	9.2986	-3.700
C32	20	775	5.387	-1.056	9.1822	2.898
C13	28	776	-1.091	1.036	8.6041	1.675

La distancia normal se define como se muestra en la Figura II.

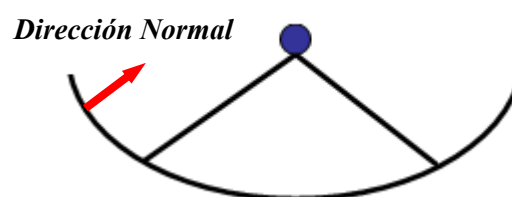


Figura II. Referencia para la medición de la distancia normal.

Anexo B Software

[parameterVector, distance] = estimate_parameters(measuredPoints)

Estima los parámetros de la superficie a partir de los datos `measuredPoints`.

Parameters

`measuredPoints` - Vector con `n` puntos medidos. [3, `n`]

Returns

`parameterVector` - Vector con los parámetros de la superficie.

`fval` - distancia con signo entre los puntos medidos y la superficie estimada. El signo se determina proyectando el vector de error sobre la normal interior.

Sinopsis

- [Inicializo el problema](#)
- [Problem = initialize_problem\(measuredPoints\)](#)
- [Función objetivo](#)
- [Valores iniciales](#)
- [Restricciones](#)
- [Cotas](#)
- [Options = initialize_options\(\)](#)
- [goal = objective_function\(parameterVector, measuredPoints\)](#)

```
function [parameterVector, distance] =  
estimate_parameters(measuredPoints)
```

Inicializo el problema

```
Problem = initialize_problem(measuredPoints);  
  
% Optimización de los valores  
parameterVector = fmincon(Problem);  
  
% Distancia  
distance = objective_function(parameterVector, measuredPoints);  
  
end
```

Problem = initialize_problem(measuredPoints)

Inicializa la estructura para el problema de búsqueda.

Parameters

`measuredPoints` - Vector con `n` puntos medidos. [3, `n`]

Returns

Problem - Estructura de datos con la definición del problema a minimizar.

```
function Problem = initialize_problem(measuredPoints)
```

Función objetivo

```
Problem.objective = @(parameterVector) ...  
    sqrt(sum( objective_function(parameterVector, measuredPoints).^2  
));
```

Valores iniciales

```
Problem.x0(1) = 12.6;    % Foco  
Problem.x0(2) = 0;      % Traslación en x  
Problem.x0(3) = 0;      % Traslación en y  
Problem.x0(4) = 0;      % Traslación en z  
Problem.x0(5) = 0;      % Rotación respecto al eje x.  
Problem.x0(6) = 0;      % Rotación respecto al eje y.
```

Restricciones

```
Problem.Aineq = [];  
Problem.bineq = [];  
Problem.Aeq   = [];  
Problem.beq   = [];
```

Cotas

foco, traslacion y rotacion.

```
Problem.lb = [ 10 -1  -1 -1  -0.6 -0.6 ]; % Lower Bound  
Problem.ub = [ 15  1   1  1   0.6  0.6 ]; % Upper Bound  
  
Problem.nonlcon = []; % Restricciones no  
lineales  
Problem.options = initialize_options; % Opciones del algoritmo  
Problem.solver  = 'fmincon';          % Optimizador  
  
end
```

Options = initialize_options()

Inicializa las opciones de la optimización para búsqueda con restricciones.

Parameters

void

Returns

Options - Estructura de opciones para el algoritmo de optimización.

```
function Options = initialize_options()
```

```
% Opciones para búsqueda del mínimo con restricciones
Options = optimset();
Options.Algorithm      = 'active-set';
Options.Diagnostics    = 'on';
Options.Display        = 'iter';
Options.MaxFunEvals    = 1e6;
Options.MaxIter        = 1e4;
Options.TolX           = 1e-6;
Options.TolFun         = 1e-6;

end
```

goal = objective_function(parameterVector, measuredPoints)

Función objetivo a minimizar. Implementa la interfaz entre la función que calcula la distancia mínima `minimun_distance` y la rutina de optimización.

Parameters

`parameterVector` - Vector que contiene los parámetros de la superficie. Genera la estructura de parámetros a partir de sus elementos. [1, 6]

`measuredPoints` - Vector con `n` puntos medidos. [3, `n`]

Returns

`goal` - valor de la función objetivo. [1, `n`]

```
function goal = objective_function(parameterVector, measuredPoints)

% Asigno los parámetros a la estructura
Param.focus      = parameterVector(1);
Param.offsetX    = parameterVector(2);
Param.offsetY    = parameterVector(3);
Param.offsetZ    = parameterVector(4);
Param.rotX       = parameterVector(5);
Param.rotY       = parameterVector(6);

% Función objetivo
goal = minimun_distance(measuredPoints, Param);

end
```

Instituto Argentino de Radioastronomía®

normalVector = normal_vector(focus, rho, theta)

Calcula el vector normal unitario para el paraboloide de foco `focus` representado paramétricamente por `rho` y `theta`.

Parameters

`focus` - foco del paraboloide. [1, 1]

`rho` - Variable de la representación paramétrica de la superficie. [n, 1]

`theta` - Variable de la representación paramétrica de la superficie. [n, 1]

Returns

`normalVector` - Punto de la superficie. [3, n]

Sinopsis

- [Puntos sobre la superficie](#)
- [Cálculo del vector normal](#)
- [Módulo del vector normal](#)
- [Normalizo para que sea unitario](#)

```
function normalVector = normal_vector(focus, rho, theta)
```

Puntos sobre la superficie

```
surfacePoints = generate_surface(focus, rho, theta);
```

Cálculo del vector normal

```
normalVector = [ -2*surfacePoints(1,:); -2*surfacePoints(2,:);  
4*focus*ones(1, size(surfacePoints,2))];
```

Módulo del vector normal

```
normalVectorModule = sqrt(sum(normalVector.^2));
```

Normalizo para que sea unitario

```
normalVector = normalVector ./  
normalVectorModule(ones(size(surfacePoints,1),1), :);  
end
```

Instituto Argentino de Radioastronomía®

[signedDistance, rho, theta] = minimun_distance(measuredPoints, Param)

Encuentra la mínima distancia `signedDistance` entre los puntos `p` y la superficie definida por los parámetros `Param`.

Parameters

`measuredPoints` - Vector con `n` puntos medidos. [3, n]

`Param` - Estructura de parámetros.

Campos de la estructura: `Param.focus` - foco de la parábola. `Param.rotX` - Rotación respecto al eje x. `Param.rotY` - Rotación respecto al eje y. `Param.offsetX` - Traslación en x. `Param.offsetY` - Traslación en y. `Param.offsetZ` - Traslación en z.

Returns

`signedDistance` - Distancia con signo. El signo se determina proyectando el vector de error sobre el normal interior.

Sinopsis

- [Transformo los puntos Medidos](#)
- [Calculo los puntos de mínima distancia](#)
- [Calculo el vector normal](#)
- [Calculo la distancia con signo](#)
- [\[rho, theta\] = solve_parameters\(focus, measuredPoints\)](#)
- [Solución para theta](#)
- [Calculo de los Coeficientes de la solución de rho](#)
- [Coeficientes de la ecuación polinómica](#)
- [Solución polinómica](#)

```
function signedDistance = minimun_distance(measuredPoints, Param)
```

Transformo los puntos Medidos

```
translationMatrix = [Param.offsetX; Param.offsetY; Param.offsetZ];  
translationMatrix =  
translationMatrix(:,ones(1,size(measuredPoints,2)));  
  
RotA = [  
    1    0    0; ...  
    0 cos(Param.rotX) sin(Param.rotX); ...  
    0 -sin(Param.rotX) cos(Param.rotX)];  
  
RotB = [  
    cos(Param.rotY) 0 -sin(Param.rotY); ...  
    0    1    0; ...  
    sin(Param.rotY) 0 cos(Param.rotY)];  
  
% No se implementa la tercera rotación por la simetría de la  
% superficie.  
% RotC = [cos(Param.RotC) sin(Param.RotC) 0; ...  
%         -sin(Param.RotC) cos(Param.RotC) 0; 0 0 1];
```

```
RotationMatrix = RotA*RotB;  
transformedPoints = RotationMatrix*(measuredPoints +  
translationMatrix);
```

Calculo los puntos de mínima distancia

```
[rho, theta] = solve_parameters(Param.focus, transformedPoints);  
surfacePoints = generate_surface(Param.focus, rho, theta);
```

Calculo el vector normal

```
normalVector = normal_vector(Param.focus, rho, theta);
```

Calculo la distancia con signo

```
errorVector = transformedPoints - surfacePoints;  
signedDistance = sum(errorVector .* normalVector);  
end
```

[rho, theta] = solve_parameters(focus, measuredPoints)

Encuentra el valor de los parámetros de la representación paramétrica de de la superficie que dan solución a la distancia mínima.

Parameters

`focus` - foco del paraboloide. [m] [1, 1]

`measuredPoints` - Vector con `n` puntos medidos. [3, `n`]

Returns

`rho` - valor del parámetro. [1, `n`]

`theta` - valor del parámetro. [1, `n`]

```
function [rho, theta] = solve_parameters(focus ,measuredPoints)
```

Solución para theta

$$\theta = \arctan(y, x)$$

```
theta = atan2(measuredPoints(2,:), measuredPoints(1,:))';
```

Calculo de los Coeficientes de la solución de rho

Coeficientes de la ecuación polinómica

$$\frac{u_1^3}{8f^2} + \left(1 - \frac{z}{2f}\right) u_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

```
a = 1 / (8 * focus.^2);  
b = 1 - (measuredPoints(3,:) / (2*focus));  
c = sqrt( measuredPoints(1,:).^2 + measuredPoints(2,:).^2 );
```

Solución polinómica

$$\rho = \frac{-2 \cdot 3^{1/3} ab + 2^{1/3} \left(9a^2c + \sqrt{3} \sqrt{a^3(4b^3 + 27ac^2)} \right)^{2/3}}{6^{2/3} a \left(9a^2c + \sqrt{3} \sqrt{a^3(4b^3 + 27ac^2)} \right)^{1/3}}$$

```
t1 = (9*a^2*c + sqrt(3)*sqrt(a^3*(4*b.^3 + (27*a*c.^2))));  
num = -2*3^(1/3)*a*b + (2^(1/3))*t1.^(2/3);  
den = 6^(2/3)*a*t1.^(1/3);  
rho = (num ./ den)';  
  
% Verifico que la solución sea real.  
if angle(rho) < 1e-9  
    rho = real(rho);  
else  
    error('roots must be real');  
end  
end
```

Instituto Argentino de Radioastronomía®

surfacePoints = generate_surface(focus, rho, theta)

Evalúa la superficie de un paraboloide de revolución definido por `focus` para los parámetros `rho` y `theta`. El parabolóide tiene vértice en (0, 0, 0).

Parameters

`focus` - foco del paraboloide. [m] [1,1]

`rho` - Variable de la representación paramétrica de la superficie. [n, 1]

`theta` - Variable de la representación paramétrica de la superficie. [n, 1]

Returns

`surfacePoints` - Punto de la superficie. [3, n]

Sinopsis

- [Ajusto la forma de los vectores de entrada](#)
- [Genero la superficie en forma paramétrica](#)

```
function surfacePoints = generate_surface(focus, rho, theta)
```

Ajusto la forma de los vectores de entrada

```
rho    = rho(:);  
theta  = theta(:);
```

Genero la superficie en forma paramétrica

```
x = rho .* cos(theta);  
y = rho .* sin(theta);  
z = (rho.^2) / (4*focus);  
  
surfacePoints = [x(:)'; y(:)'; z(:)'];  
  
end
```

Instituto Argentino de Radioastronomía®

Control de Cambios

Versión	Fecha	Autor	Descripción del Cambio
A00	05 SEP 2008	NAC	Primera versión.
A01	12 SEP 2008	NAC	Tabla 1. Se agrega rango de variación del foco.
A02	15 SEP 2008	NAC	Corrección de ecuaciones Sección 3.
A03	17 SEP 2008	JS	Revisión.
B00	22 SEP 2008	NAC	Documento aprobado.
C00	14 OCT 2008	NAC	Corrección nombre de archivo.