

INTERFEROMETRIA

Ing. E. Filloy - Dr. R. Colomb

INTERFEROMETRIA

Informe No. 1

- 1971

F.R. Colomb, E.M. Filloy

En este informe se presentan las características geométricas básicas para un interferómetro de dos antenas y en especial aplicadas al futuro interferómetro del Instituto Argentino de Radioastronomía.

Consideremos un interferómetro del tipo mostrado en la fig. 1. Las dos antenas están separadas por una distancia D/λ longitudes de onda. Las antenas tienen un área efectiva A_1 y A_2 y a cada una está asociado un receptor con ganancias G_1 y G_2 respectivamente. El ancho de banda de los receptores es ΔF . Determinaremos la respuesta del interferómetro a una fuente puntual cuya densidad de flujo es S . La radiación incidente forma un ángulo θ con la línea que une las dos antenas. Asumimos que las antenas siguen a la radiofuente.

Las potencias en los terminales de cada antena son :

$$(1) \quad \begin{array}{l} 1/2 A_1 S \Delta F \\ \text{y} \quad 1/2 A_2 S \Delta F \end{array}$$

El factor $1/2$ es debido a que las antenas aceptan solo un estado de polarización. Los voltajes en los puntos A y B de la fig. 1 son :

$$(2) \quad \begin{array}{l} V_A = \sqrt{1/2 A_1 G_1 \Delta F S} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi D}{\lambda} \cos \theta \right) \\ V_B = \sqrt{1/2 A_2 G_2 \Delta F S} \sin \omega t \end{array}$$

Estas señales son multiplicadas en el correlador (o multiplicador) y luego filtradas de tal manera que las componentes de alta frecuencia son eliminadas. La salida $f(\theta)$ es entonces :

$$(3) \quad f(\theta) = 1/8 AG \Delta F S \cos \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \cos \theta + a \right)$$

$$A = \sqrt{A_1 A_2} \quad G = \sqrt{G_1 G_2}$$

a es una constante de fase que depende de la diferencia del camino eléctrico entre el oscilador local y las antenas.

$f(\theta)$ nos da el diagrama de las franjas de interferencia cuyo máximo ocurre en direcciones donde la diferencia en caminos desde las dos antenas es un número entero de longitudes de onda. θ es una función del tiempo (ángulo horario) debido al movimiento de la radiofuente. Desarrollaremos θ en función de las coordenadas de la fuente y del interferómetro. En la fig. 2 puede verse la porción

de la esfera celeste por sobre el horizonte local. La posición de la fuente S se da en términos del ángulo horario H y de la declinación δ . La proyección norte a lo largo de la línea de base determina un punto I que designaremos como el polo del interferómetro. Este punto tiene un ángulo horario fijo h y una declinación d.

El triángulo esférico formado por la fuente (S), el polo celeste (PN) y el polo del instrumento (I), nos permite expresar $\cos \theta$ en términos de las coordenadas de la fuente (H, δ) y las del interferómetro (h, d). Por la ley de los cosenos obtenemos :

$$(4) \quad \cos \theta = \sin d \sin \delta + \cos d \cos \delta \cos (H - h)$$

Introduciendo este valor en (3) obtenemos :

$$(5) \quad f(H, \delta, h, d) = \text{cte.} \cos \left\{ \frac{2\pi D}{\lambda} \cos \left(\sin d \sin \delta + \cos d \cos \delta \cos(H-h) \right) \right\} + a$$

La proyección de la línea de base en la dirección de la fuente, como puede verse en la fig. 2 es $D/\lambda \sin \theta$, con ángulo de posición p. Las componentes este-oeste y norte-sur de la línea de base proyectada son :

$$(6) \quad \begin{aligned} u &= D/\lambda \sin \theta \sin p \\ v &= D/\lambda \sin \theta \cos p \end{aligned}$$

Usando las leyes de la trigonometría esférica podemos expresar u y v en función de H, δ , h, d.

$$(7) \quad \begin{aligned} u &= D/\lambda \cos d \sin(H-h) \\ v &= D/\lambda \sin d \cos \delta - \cos d \sin \delta \cos(H-h) \end{aligned}$$

Estas relaciones son las ecuaciones paramétricas de una elipse, (H-h) es el parámetro. Esta elipse tiene las siguientes propiedades :

- 1) El eje mayor es paralelo al eje u
- 2) el centro está en $u = 0$, $v = D/\lambda \sin d \cos \delta$
- 3) El eje mayor es $D/\lambda \cos d$ y el menor $D/\lambda \cos d \sin \delta$
- 4) La excentricidad es $\cos \delta$

La velocidad a la cual las franjas de interferencia pasan a través de una fuente dependen del ángulo horario y declinación de dicha fuente y de los parámetros del interferómetro. Esta velocidad es la frecuencia de las franjas de interferencia definida como:

$$(8) \quad F(H, \delta) = \left[\frac{\partial (D/\lambda \cos \theta)}{\partial H} \right]_{\delta} \quad (\text{para un interferómetro dado})$$

$$= D/\lambda \cos d \cos \delta \operatorname{sen} (H - h) \quad \text{ciclos/radianos}$$

$$= D/\lambda \frac{\cos d \cos \delta \operatorname{sen} (H - h)}{13751} \quad \text{ciclos/segundos}$$

La relación entre los parámetros de la línea de base y las coordenadas geográficas del lugar están dadas por la siguiente fórmulas :

$$(9) \quad \operatorname{sen} d = \operatorname{sen} \xi \operatorname{sen} \varphi + \cos \xi \cos \varphi \cos A$$

$$\operatorname{cotg} h = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{cotg} A - \operatorname{tg} \xi \cos \varphi \operatorname{cose} A$$

φ latitud del lugar , A = azimut de la línea de base, ξ elevación del polo del interferómetro.

Aplicación al interferómetro del IAR

En una primera fase el interferómetro del IAR consistirá de dos antenas parabólicas de 30 m de diámetro cada una, montadas ecuatorialmente, con movimientos $-9^\circ \leq \delta \leq -90^\circ$ y $-30^\circ \leq H \leq +30^\circ$, colocadas a una distancia de 120 m en la dirección norte sur. En el futuro se proveen adicionar bases a 200, 400 y 800 m. La frecuencia inicial de trabajo será de 1420 MHz ($\lambda = 21$ cm). Las primeras experiencias se realizarán en el continuo, previéndose las instalaciones para trabajar en la línea de 21 cm del hidrógeno neutro.

Para un interferómetro norte-sur , de las fórmulas (9) obtenemos con $A = 0$
 $\xi = 0$

$$\operatorname{sen} d = \cos \varphi \quad \varphi = -34^\circ 52' \quad d = 55^\circ 08'$$

$$\operatorname{cotg} h = \infty \quad h = 0^\circ$$

(d es positivo porque es la declinación de la intersección norte de la línea de base del interferómetro)

Adoptamos $D/\lambda = 571$ ($D = 120$ m , $\lambda = .21$ m).

De la fórmula (7) obtenemos

$$u = 327 \operatorname{sen} H$$

$$v = 468.22 \cos \delta - 326.61 \operatorname{sen} \delta \cos H$$

De la (8) obtenemos :

$$F = .041 \cos d \cos \delta \operatorname{sen} H \quad \text{ciclos/segundo}$$

Además de la fig. 1 deducimos las siguientes cantidades :

$$R = D \cos e = 98.28 \operatorname{sen} \delta + 68.67 \cos \delta \cos H$$

$$L = \sqrt{D^2 - R^2}$$

$$\tau = R/c \quad (c \text{ velocidad de la luz })$$

Mediante un programa ejecutado en la computadora IBM 360 de la UNLP hemos calculado estas cantidades cada 10° en declinación y cada 2° en ángulo horario, que pueden verse en la tabla 1. En la fig. 3 están representadas u y v para declinaciones -10° , -40° y -70° , variando H de -30° a $+30^\circ$. En la fig. 4 se representan las frecuencias de las franjas de interferencia para distintas declinaciones, en función del ángulo horario. Como vemos la frecuencia varía desde 0 a aproximadamente 1 franja de interferencia cada 2 minutos. Por lo tanto será necesario la introducción de un rotador de fase para acrecentar dicha frecuencia. En la fig. 5 se representa R, que nos da la cantidad de cable necesario a agregar en una de las antenas para compensar el camino adicional recorrido por la señal en una de las antenas, cuando la incidencia no es normal (si las escalas se dividen por .3 obtenemos los retardos en unidades de 10^{-9} s). Por último en la fig. 6 representamos L, que es la longitud de la línea de base efectiva.

En el futuro se redactarán nuevos informes dando cuenta del diseño y fases constructivas del interferómetro.

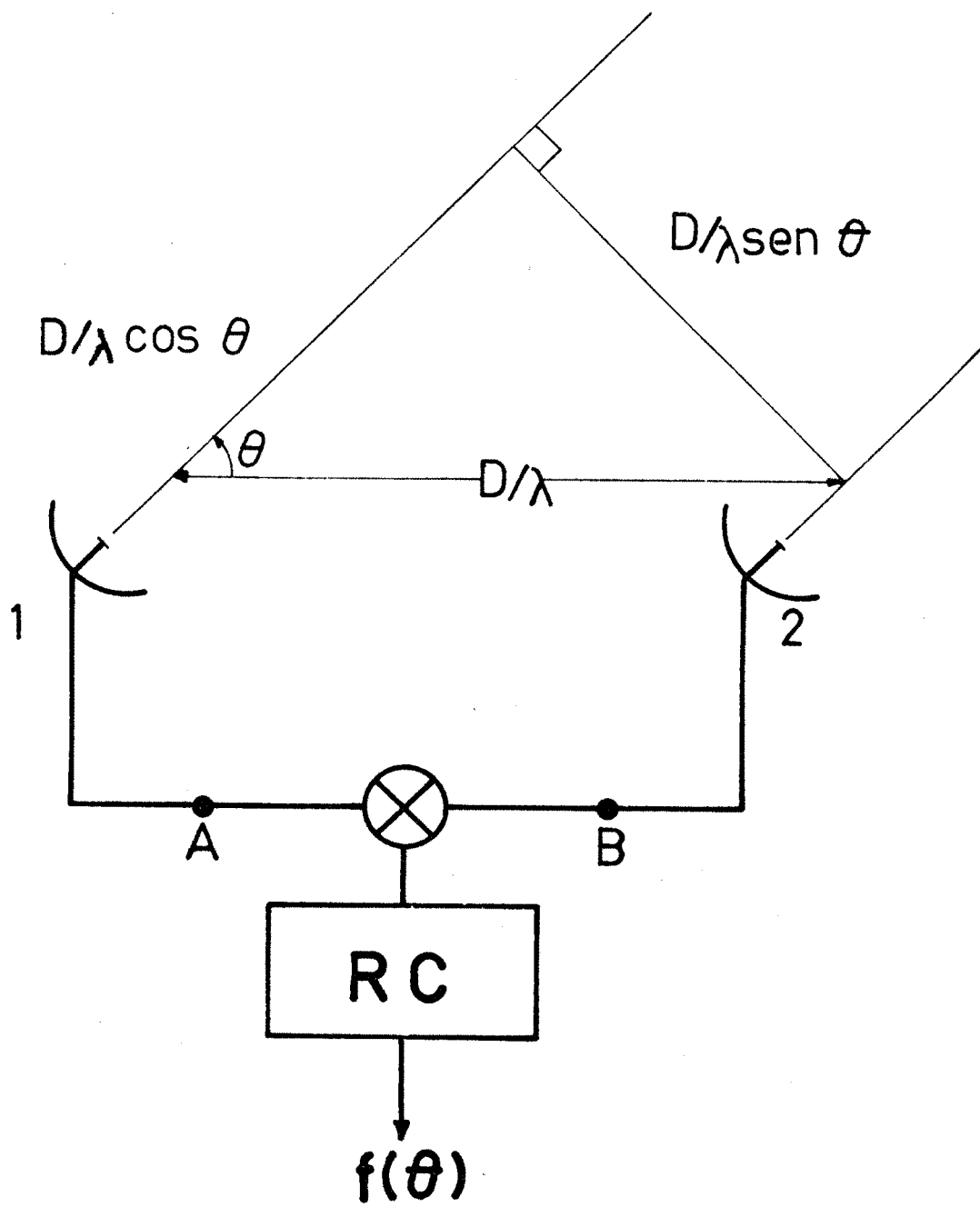


fig 1

```

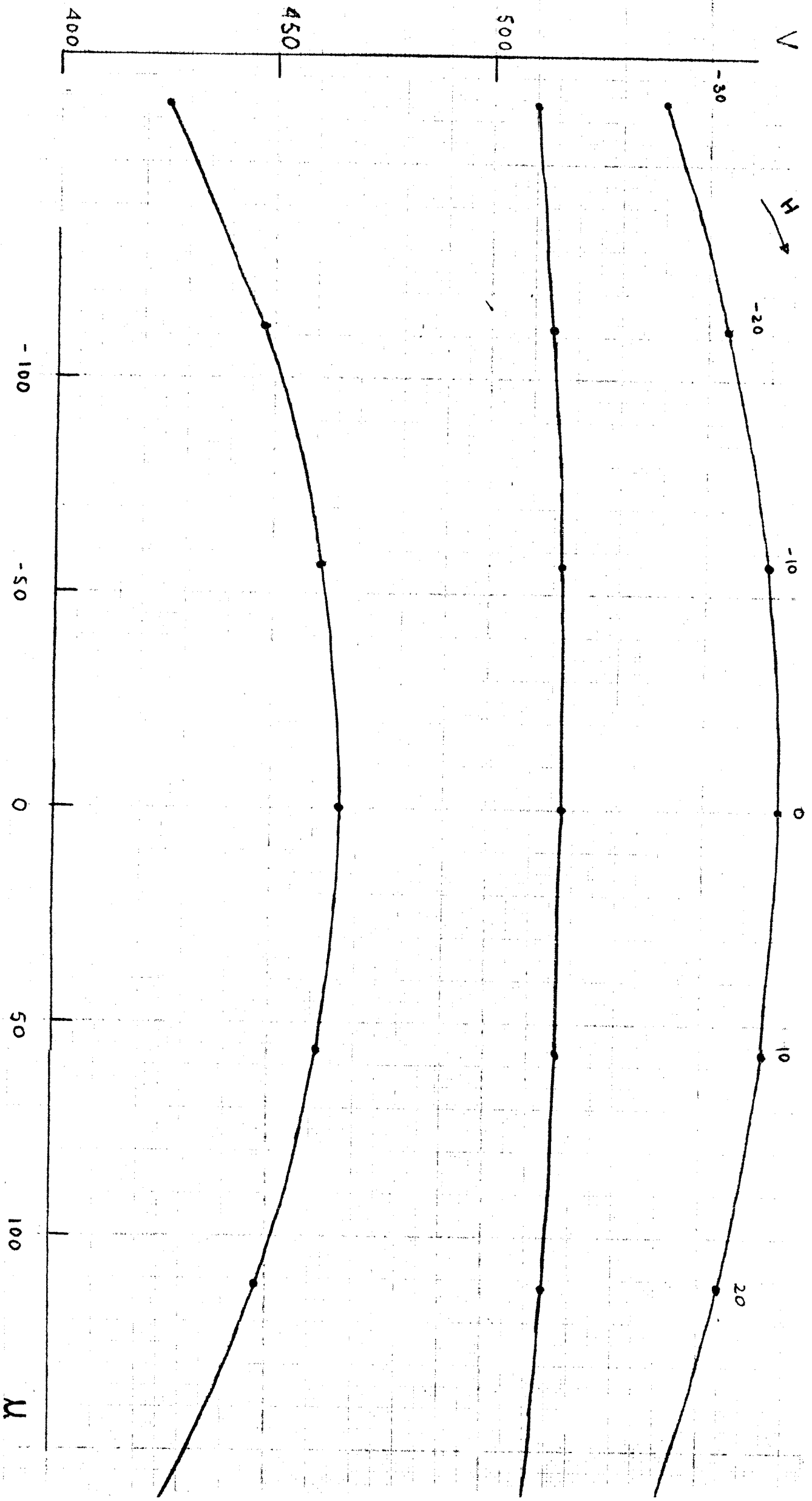
0001 C PROGRAM PARA EL CALCULO DE LAS GANANIAS DE INTERFERENCIA AEREEA .
0002 C RETARROS %REFK, LONGITUD DE BASE EFECTIVA%REFL Y RETARROS%IACK .
0003 C PARA EL INTERFEROMETRO N/S DEL IAB P # 120 M, LONG. DE ONDA 21 CM
0004 DELTA = C.C
0005 AH = 0.
0006 DFC = DELTA/57.29578
0007 ANHC = AH/57.29578
0008 REF = 23.78 * SIN(ANHC) * CCS(DFC)
0009 TAG = 58.29 * SIN(DFC) + 68.67 * CCS(DFC) * CCS(ANHC)
0010 WRTT(4,110)DELTA,AH,DFC,REF,FEL,TAF
0011 FORMAT(2F5.1,2F12.6)
0012 FRECUENCIA,DFC,SEP DIVIDIDA CCS MIL
0013 YELAH,CE,30.) GO TO 20
0014 AH = AH + 2.
0015 GO TO 10
0016 DELTA = DELTA + 10.6
0017 AH = 0.
0018 IF(DELTA.GE.80.) GO TO 30
0019 GO TO 5
0020 CALL EXIT
0021 END

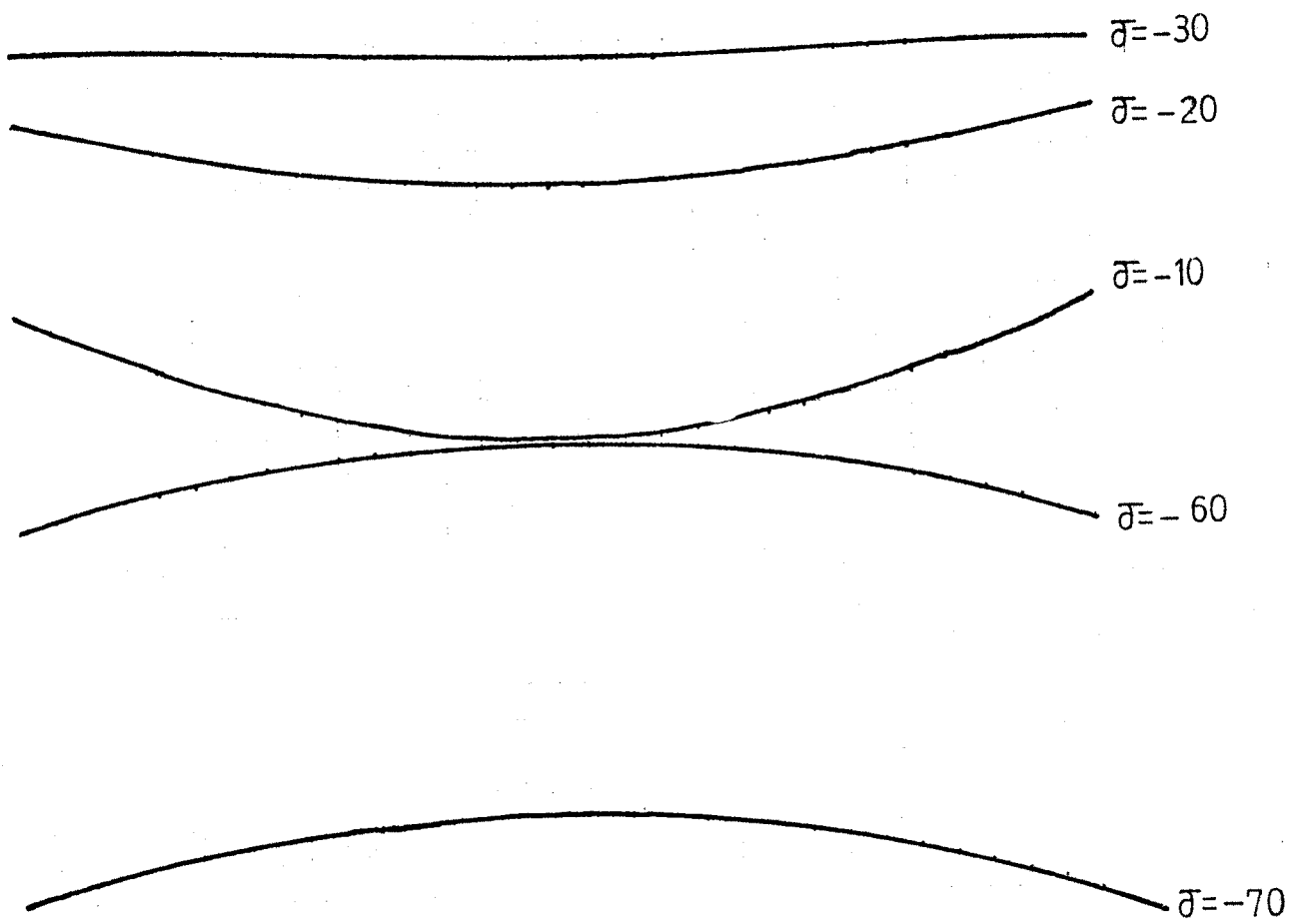
```

C.F.S.D.I. *****LKED TERMING DIA 72.195 HORA 01.2717 PARTICION 01
 XXCC EXEC 00M=*.LKED.SYSIMOD,COND=((4,LT,FCRT),(4,LT,LKED))
 XXFT05F001 PD PDNAME=SYSIN
 XXFT06F001 PD SYSOUT=A
 XXFT07F001 PD SYSOUT=B

δ	H	FREQ (c/s). 10^3	R (m)	L (m)	ζ ($\times 10^{-9}$ s)
0.0	0.0	0.0	69.469998	99.409515	229.060340
0.0	2.0	0.929910	69.629159	98.438705	228.920702
0.0	4.0	1.658890	68.502716	98.526031	228.502350
0.0	6.0	2.485685	68.293808	98.670059	227.305511
0.0	8.0	3.309924	68.001700	98.872499	226.931161
0.0	10.0	4.129250	67.426740	99.129333	225.580393
0.0	12.0	4.944130	67.160388	99.439904	224.054810
0.0	14.0	5.752901	66.630202	99.801995	222.264271
0.0	16.0	6.554652	66.009842	100.213287	220.184251
0.0	18.0	7.348422	65.309036	100.671402	217.849304
0.0	20.0	8.132227	64.529687	101.173370	215.246307
0.0	22.0	8.908141	63.669708	101.716110	212.381042
0.0	24.0	9.672194	62.733154	102.296387	209.257004
0.0	26.0	10.424464	61.720184	102.910721	205.878092
0.0	28.0	11.164032	60.632004	103.555573	202.248276
0.0	30.0	11.889997	59.469955	104.227280	198.372055
10.0	0.0	0.0	59.560623	108.828400	168.653473
10.0	2.0	0.917302	59.519424	108.847534	168.516052
10.0	4.0	1.632606	59.395880	108.904800	168.103910
10.0	6.0	2.447922	59.190155	108.999756	167.417725
10.0	8.0	3.259254	49.902481	109.131760	166.459130
10.0	10.0	4.066615	49.523218	109.299950	165.236395
10.0	12.0	4.869025	49.082800	109.502953	163.723994
10.0	14.0	5.655022	48.551910	109.729319	161.952774
10.0	16.0	6.425073	47.920872	110.007599	159.014856
10.0	18.0	7.176782	47.250732	110.305786	157.612778
10.0	20.0	7.908675	46.548224	110.621836	155.049286
10.0	22.0	8.622806	45.812202	110.993459	152.227539
10.0	24.0	9.325252	44.713974	111.358246	149.151001
10.0	26.0	10.016052	43.716285	111.753632	145.823364
10.0	28.0	10.694422	42.644745	112.166062	142.248734
10.0	30.0	11.370362	41.500351	112.595393	138.431412
20.0	0.0	0.0	20.014962	115.949387	103.122070
20.0	2.0	0.779840	20.975641	115.959969	102.990906
20.0	4.0	1.558749	20.757767	115.991196	102.597717
20.0	6.0	2.325780	20.561462	116.043076	101.942902
20.0	8.0	3.109944	20.286972	116.115021	101.027298
20.0	10.0	3.890230	20.044616	116.206360	99.951950
20.0	12.0	4.645970	20.004852	116.316209	99.418411
20.0	14.0	5.409958	28.668184	116.443573	96.729333
20.0	16.0	6.159250	29.415222	116.587189	94.783752
20.0	18.0	6.905258	27.756600	116.745712	92.587143
20.0	20.0	7.642742	27.022407	116.917633	90.141120
20.0	22.0	8.370914	26.216232	117.101273	87.448654
20.0	24.0	9.088990	25.236151	117.294930	84.513000
20.0	26.0	9.795792	24.384262	117.496614	81.337914
20.0	28.0	10.490750	22.361710	117.703995	77.926910
20.0	30.0	11.172942	22.269745	117.915466	74.284495
30.0	0.0	0.0	10.329971	119.554550	34.557352
30.0	2.0	0.718722	10.292732	119.557678	34.336472
30.0	4.0	1.434568	10.185104	119.566971	33.974121
30.0	6.0	2.152666	10.004181	119.582245	33.526770
30.0	8.0	2.866140	9.751200	119.603140	32.970621
30.0	10.0	3.576121	9.426482	119.629181	31.442610
30.0	12.0	4.281740	9.030411	119.659729	29.122452
30.0	14.0	4.982159	8.563461	119.694046	28.564865
30.0	16.0	5.676406	8.026100	119.731277	26.772736
30.0	18.0	6.363010	7.419296	119.770416	24.748306
30.0	20.0	7.042590	6.743484	119.810364	22.404010
30.0	22.0	7.714676	6.009588	119.849930	20.012634
30.0	24.0	8.376366	5.188507	119.887772	17.307120
30.0	26.0	9.027850	4.211245	119.922516	14.380898
30.0	28.0	9.668225	3.268866	119.952698	11.237420
30.0	30.0	10.297029	2.362502	119.976746	7.880527
40.0	0.0	0.0	-10.568802	119.533661	-35.254318
40.0	2.0	0.625748	-10.600052	119.530923	-35.361252
40.0	4.0	1.270720	-10.697027	119.522263	-35.621763
40.0	6.0	1.904145	-10.959071	119.507829	-36.215901
40.0	8.0	2.535250	-11.090941	119.487305	-36.962006
40.0	10.0	3.162255	-11.268072	119.460312	-37.920120
40.0	12.0	3.787430	-11.719420	119.426453	-39.098701
40.0	14.0	4.406978	-12.121470	119.385193	-40.466553
40.0	16.0	5.021155	-12.606705	119.335053	-42.051798
40.0	18.0	5.629219	-13.142520	119.278015	-43.842494
40.0	20.0	6.230421	-13.741318	119.210632	-45.836472
40.0	22.0	6.824032	-14.390238	119.132935	-48.031418
40.0	24.0	7.409221	-15.116776	119.044022	-50.424545
40.0	26.0	7.985602	-15.892761	118.942917	-53.012985
40.0	28.0	8.552145	-16.722634	118.828552	-55.792504
40.0	30.0	9.108267	-17.616531	118.699860	-58.762909
50.0	0.0	0.0	-31.146627	115.987290	-103.804852
50.0	2.0	0.522456	-31.173528	115.880142	-103.994599
50.0	4.0	1.066260	-31.254166	115.856420	-104.253540
50.0	6.0	1.597373	-31.290563	115.833120	-104.572733

40.0	24.0	2.400000	15.116776	118.044022	-50.424545
40.0	26.0	7.085600	-15.892761	118.942917	-53.012985
40.0	28.0	9.552145	-16.726364	118.929552	-55.703504
40.0	30.0	0.109267	-17.616531	118.699960	-59.762909
50.0	0.0	0.000000	-31.146627	115.987290	-103.804852
50.0	2.0	0.522456	-31.172528	115.980142	-103.984589
50.0	4.0	1.066260	-31.254166	115.858429	-104.253540
50.0	6.0	1.597767	-31.388442	115.822128	-104.701431
50.0	8.0	2.127327	-31.576218	115.771072	-105.327789
50.0	10.0	2.654254	-31.917230	115.705078	-106.121729
50.0	12.0	3.178030	-32.111206	115.623825	-107.112235
50.0	14.0	3.697803	-32.457704	115.527008	-108.268837
50.0	16.0	4.213249	-32.856552	115.414230	-109.589572
50.0	18.0	4.722474	-33.297022	115.285034	-111.101191
50.0	20.0	5.227943	-33.808624	115.139047	-112.774368
50.0	22.0	5.726042	-34.360764	114.975372	-114.616119
50.0	24.0	6.217166	-34.962760	114.793732	-116.624207
50.0	26.0	6.700716	-35.613892	114.593300	-118.796143
50.0	28.0	7.176101	-36.313370	114.373672	-121.129364
50.0	30.0	7.642742	-37.060318	114.133925	-123.629941
60.0	0.0	0.000000	-50.777054	108.727172	-169.378412
60.0	2.0	0.414955	-50.798974	108.717392	-169.442212
60.0	4.0	0.829404	-50.861603	108.688065	-169.657455
60.0	6.0	1.242843	-50.966040	108.639130	-170.005844
60.0	8.0	1.654767	-51.112106	108.570480	-170.493042
60.0	10.0	2.064675	-51.299591	108.482040	-171.119439
60.0	12.0	2.472070	-51.528250	108.373506	-171.881105
60.0	14.0	2.876451	-51.797852	108.244905	-172.780457
60.0	16.0	3.277227	-52.108022	108.096024	-173.815125
60.0	18.0	3.674212	-52.458435	107.926407	-174.983048
60.0	20.0	4.066610	-52.848618	107.735901	-176.285477
60.0	22.0	4.454071	-53.278107	107.524130	-177.718100
60.0	24.0	4.836008	-53.746384	107.290833	-179.280121
60.0	26.0	5.212232	-54.252860	107.035629	-180.960589
60.0	28.0	5.582017	-54.796051	106.758102	-182.774470
60.0	30.0	5.945000	-55.377075	106.457870	-184.722565
70.0	0.0	0.000000	-68.866455	98.272141	-229.715668
70.0	2.0	0.283846	-68.880768	98.262100	-229.763412
70.0	4.0	0.567246	-68.923676	98.232010	-229.906540
70.0	6.0	0.850155	-68.995117	98.181854	-230.144852
70.0	8.0	1.131927	-69.095032	98.111572	-230.478119
70.0	10.0	1.412321	-69.223282	98.021110	-230.905930
70.0	12.0	1.690905	-69.379700	97.910477	-231.427699
70.0	14.0	1.967608	-69.564117	97.779526	-232.042847
70.0	16.0	2.241824	-69.776291	97.628220	-232.750530
70.0	18.0	2.512205	-70.015976	97.456482	-233.550025
70.0	20.0	2.781732	-70.282867	97.264175	-234.442353
70.0	22.0	3.046765	-70.576660	97.051208	-235.420349
70.0	24.0	3.309086	-70.896972	96.817459	-236.499900
70.0	26.0	3.568278	-71.242420	96.562805	-237.644501
70.0	28.0	3.818225	-71.615616	96.287100	-238.885956
70.0	30.0	4.066621	-72.013062	95.990219	-240.211700

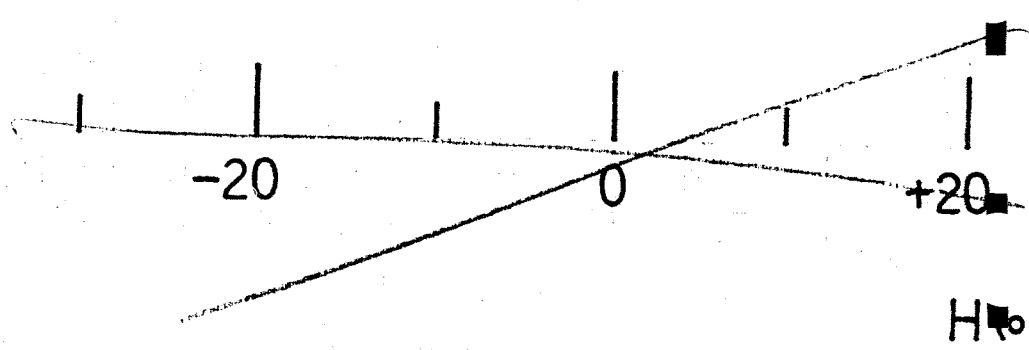
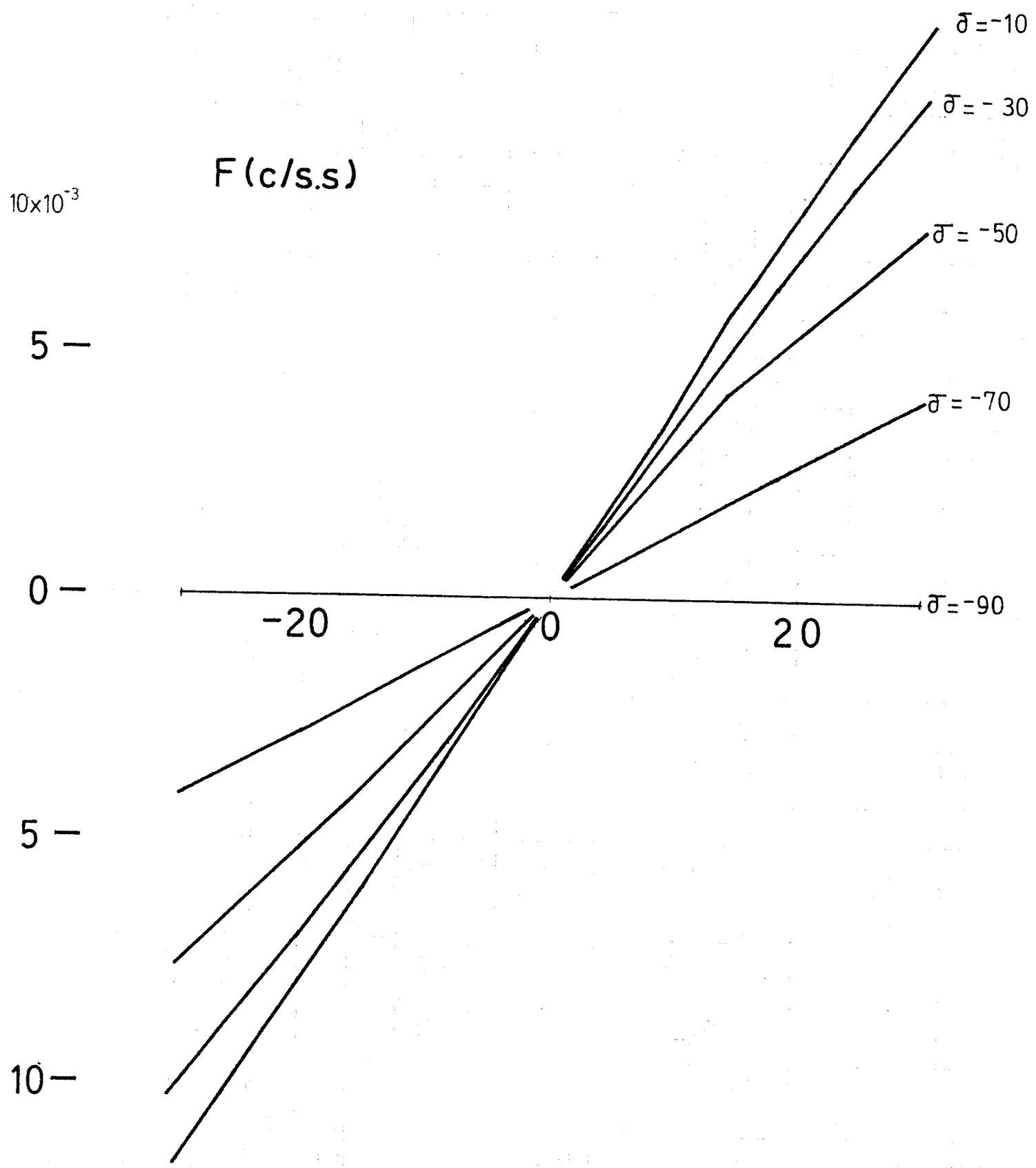




!
- 20

!
0

!
+ 20



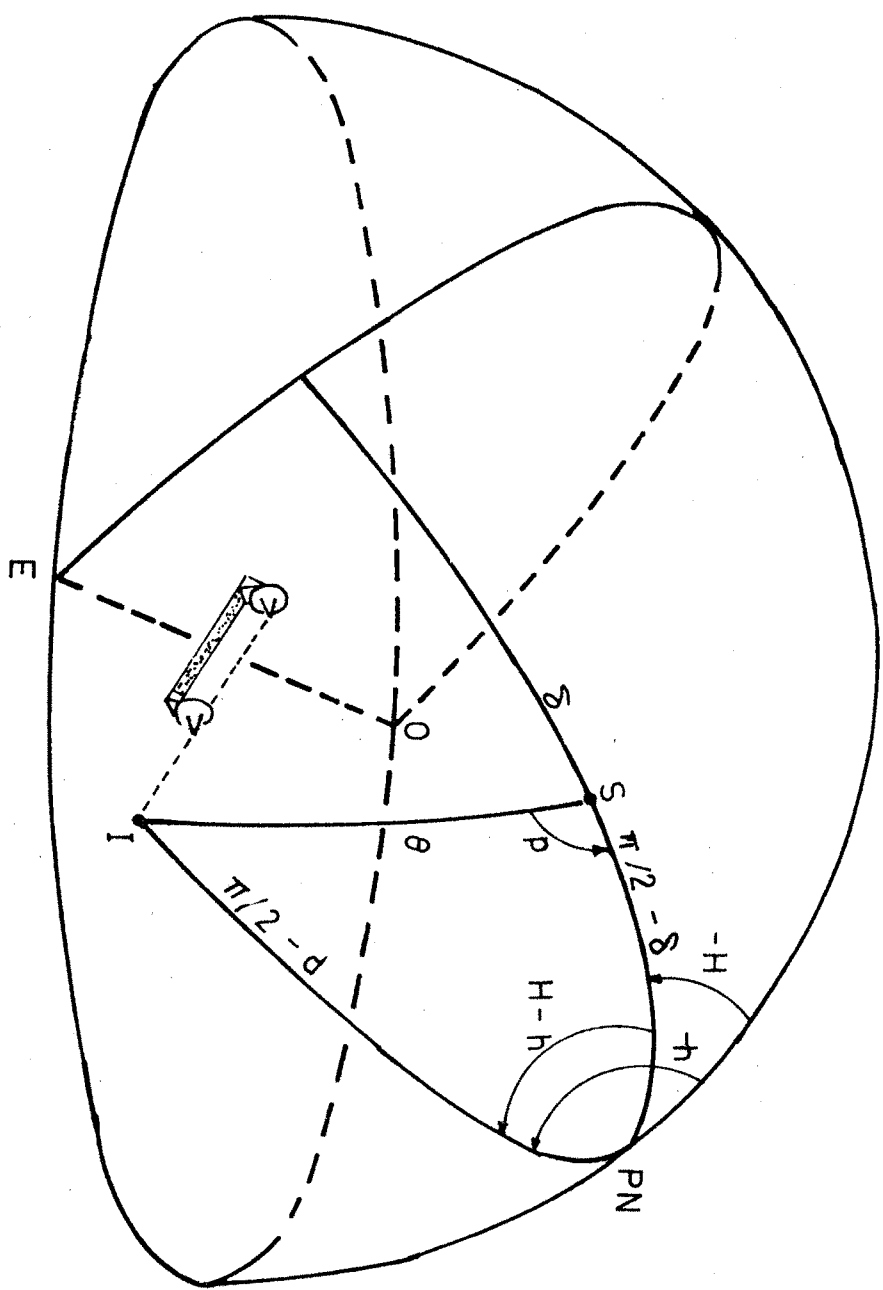


fig 2

