

**ANALISIS DE LA FUNCION DE
SALIDA DE UN
INTERFEROMETRO**

José Alberto Bava

ANALISIS DE LA FUNCION DE SALIDA DE UN INTERFEROMETRO

INTRODUCCION:

Dos datos de importancia pueden ser estudiados de la salida de un interferómetro:

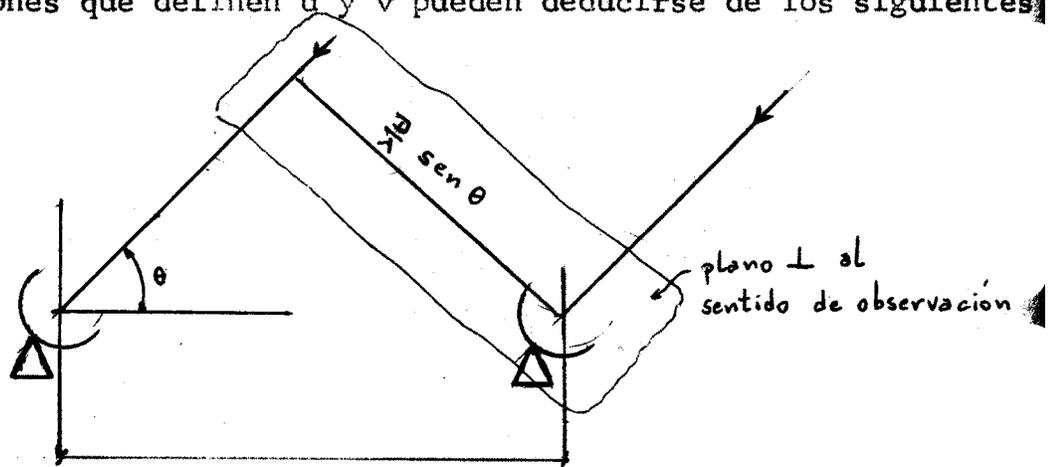
- a) Síntesis de la distribución de brillo en radiofuentes.
- b) Posición de radiofuentes casi puntuales.

a) Síntesis de la distribución de brillo en radiofuentes

La respuesta en función del tiempo de un interferómetro es una sinusoidal, que posee una cierta amplitud y fase, las que determinan la función de visibilidad $V(u,v)$, siendo u y v las frecuencias espaciales de la radiofuente observada.

Las coordenadas u y v resultan ser la proyección de la línea de base del interferómetro, en un plano perpendicular al sentido de observación, correspondiéndoles las direcciones N-S (v) y E-O (u).

Las ecuaciones que definen u y v pueden deducirse de los siguientes gráficos.



La proyección de la línea de base en el sentido de observación es

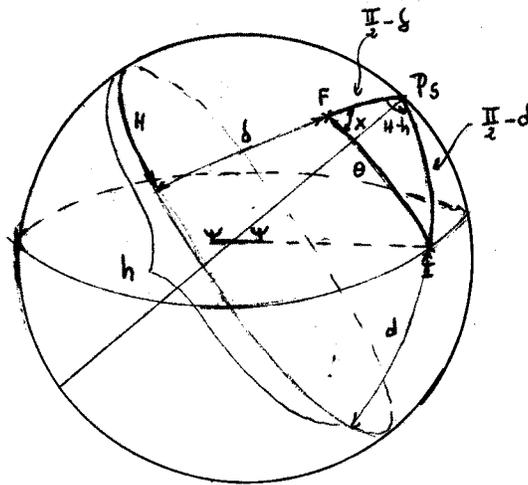
$\frac{D}{\lambda} \sin \theta$, siendo:

D : distancia entre antenas

λ : longitud de onda

θ : ángulo entre la línea de base y la trayectoria de la señal emitida por la radiofuente.

En la esfera celeste se observa:



Donde:

F: radiofuentes

δ : declinación de la radiofuente

H: ángulo horario de la radiofuente

I: polo del interferómetro (proyección de la línea de base sobre la esfera celeste)

h: ángulo horario del polo del interferómetro

d: declinación del polo del interferómetro

P_s : polo sur celeste

X: ángulo comprendido entre θ y el meridiano que contiene la radiofuente en ese instante.

Vemos que a la proyección de la línea de base en el sentido de observación ($\frac{D}{\lambda} \text{ sen } \theta$), se la debe vincular con $\text{sen } x$ y $\text{cos } x$ para obtener las correspondientes direcciones E-O (u) y NS (v) respectivamente, quedando

$$\text{E-O} \quad u = \frac{D}{\lambda} \text{ sen } \theta \text{ sen } x$$

$$\text{N-S} \quad v = \frac{D}{\lambda} \text{ sen } \theta \text{ cos } x$$

Haciendo desarrollos correspondientes, obtenemos

$$u = \frac{D}{\lambda} \text{ cos } d \text{ sen } (H-h)$$

$$v = \frac{D}{\lambda} \left[\text{sen } d \text{ cos } \delta - \text{cos } d \text{ sen } \delta \text{ cos } (H-h) \right]$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones de u y v puede demostrarse que un punto de una radiofuente observada en seguimiento, generará una elipse en el plano de coordenadas u y v simétrica a los ejes.

Prosiguiendo con el análisis de la función visibilidad V(u,v) podemos decir que:

$$V(u,v) = A(u,v) e^{-j\phi(u,v)}$$

Donde A(u,v) y $\phi(u,v)$, datos de la senoide de salida de un interferómetro, son la amplitud y la fase de las componentes de Fourier de frecuencias espaciales u, v. Esto indica que el interferómetro detecta para cada par de valores de u y v, la transformada de Fourier de una expresión en la que interviene la distribución de brillo y queda expresada por

$$V(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

Donde $c = \frac{\lambda^2 S}{2K}$ es la aproximación de Rayleigh-Jeans siendo:

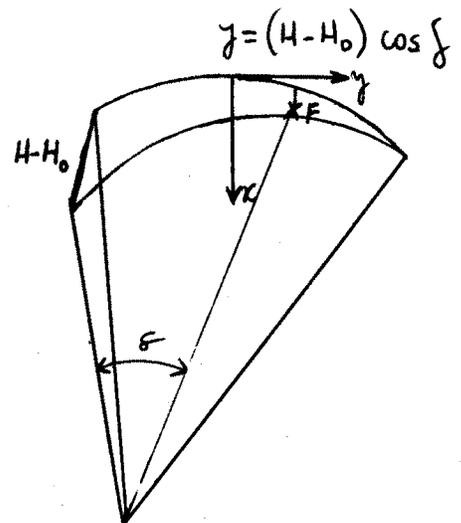
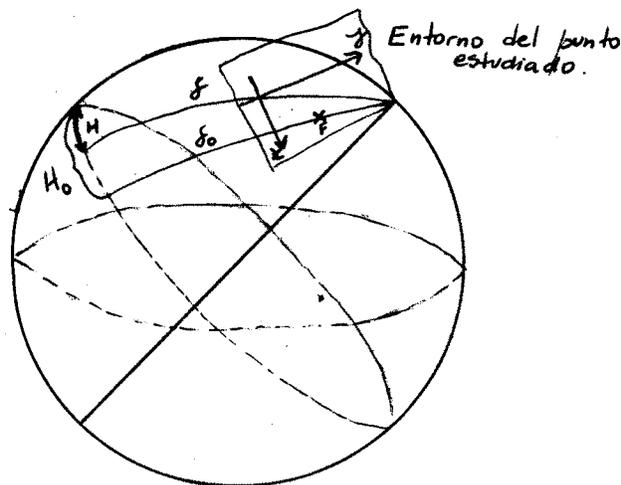
S = densidad de flujo

K = cte de Boltzman

Y el pasaje aproximado a un plano de coordenadas cartesianas x e y del entorno del punto estudiado de coordenadas δ_0 y H_0 cumplen las siguientes ecuaciones.

$$x = (H - H_0) \cos \delta$$

$$y = \delta - \delta_0$$



Por lo tanto para obtener un mapa de la radiofuente, simplemente simplemente se aplica la transformada de Fourier inversa y nos queda

$$t(x,y) = \frac{T(x,y)}{C} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(u,v) e^{j 2\pi (ux+vy)} du dv$$

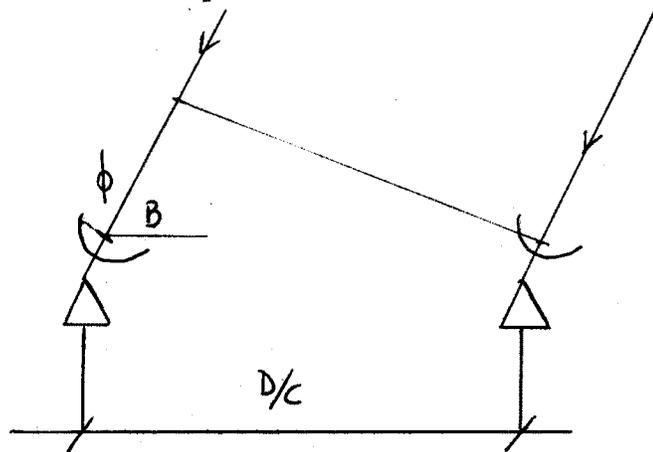
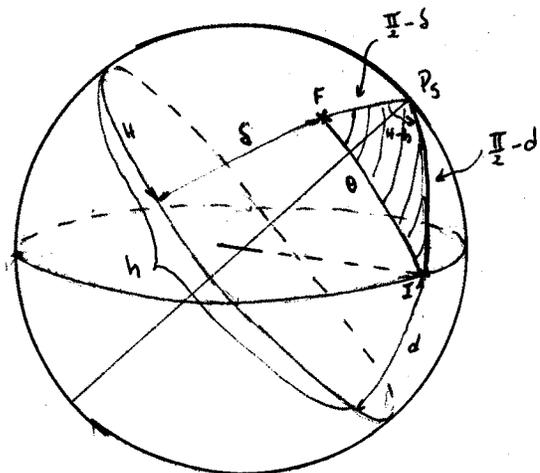
Escrita esta función en términos de parámetros adquiridos por la salida del interferómetro resulta

$$t(x,y) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} A(u,v) \cos 2\pi \left(ux+vy - \frac{\phi(u,v)}{2\pi} \right) du dv$$

Cabe señalar que para hacer la correcta síntesis de distribución de brillo de una radiofuente, se deben obtener la mayor cantidad de valores $V(u,v)$. Esto significa lograr el mayor cubrimiento posible del plano de coordenadas u,v , que en el caso del interferómetro del IAR se logra con las disposiciones de bases para el movimiento de una de las antenas (variación de la distancia D) sugeridas en el informe: "Estudio de la orientación de la línea de base para el Instituto Argentino de Radioastronomía" por Fernando Raúl Colomb - Valentín Boriakoff

b) Posición de radiofuentes casi puntuales

Con una orientación de línea de base Norte Sur el interferómetro nos brinda la posibilidad de medir con buena exactitud la declinación de una radiofuente de pequeño ancho de brillo. Esto puede demostrarse de la siguiente manera



Siendo

c = velocidad de la luz

ϕ = diferencia de fase entre las señales que llegan a las antenas

De los gráficos se deduce que:

$$\phi = \frac{D}{c} \cos \theta$$

Del triángulo esférico se obtiene

$$\cos \theta = \cos \left(\frac{\pi}{2} - d \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) + \sin \left(\frac{\pi}{2} - d \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \cos H$$

$$\cos \theta = \sin d \sin \delta + \cos d \cos \delta \cos (h-H)$$

Reemplazando queda

$$\phi = \frac{D}{c} \left[\sin d \sin \delta + \cos d \cos \delta \cos (h-H) \right] \textcircled{*}$$

Luego la medida consistirá en determinar el ϕ ~~que se produce~~ cuando el $\cos (H-h)$ es la unidad (observación en tránsito), pudiéndose calcular de la última ecuación la declinación con la deseada exactitud. Para hacer uso de este método es necesario conocer la posición aproximada de la radiofuente.

También se deduce que si

$$H = t - \alpha$$

siendo

t = tiempo sidéreo

α = ascensión recta

La ecuación $\textcircled{*}$ nos quedará

$$\phi = \frac{D}{c} \left[\sin d \sin \delta + \cos d \cos \delta \cos (t + \alpha - h) \right]$$

Con lo que el interferómetro presenta, en este caso, una interesante posibilidad de medir la ascensión recta (α)

REFERENCIAS

- 1) Fitting Source Models to Interferometer Observations- G.M.Wade
Green Bank, West Virginia.
- 2) Estudio de la orientación de la línea de base para el interferómetro del Instituto Argentino de Radioastronomía- Fernando Raúl Colomb- Valentín Boriakoff
- 3) Theory of Interferometers and Aperture Synthesis - W.C.Tyler -
National Radio Astronomy Observatory
- 4) Two - Element Interferometer for accurate position determinations
at 960 Mc/s - Richard B. Read - California Institute of Technology
Radio Observatory - Owens Valley - California.