

METODO DE VERIFICACION DE IMPERFECCIONES EN SUPERFICIES DE ANTENAS

REFLECTORAS PARABOLICAS

Grupo de trabajo: UNLP Dr J. C. Muravchik e Ing. C. Rago.

IAR Ings. J. A. Bava y A. J. Sanz

BIBLIOTECA
DEL
INSTITUTO ARGENTINO
DE
RADIOASTRONOMIA

INTRODUCCION

Dos de las aplicaciones más comunes donde el uso de grandes antenas parabólicas es indispensable son las comunicaciones satelitales y la radioastronomía. En todos los casos, el objetivo es tener antenas con gran ganancia y directividad, y por lo tanto alta relación señal a ruido. Sin embargo, el desempeño de tales antenas pueden diferir fuertemente del esperado si no se atiende al apartamiento o imperfecciones de la superficie de la antena respecto de un paraboloides ideal y la rugosidad superficial. En efecto, se encuentra que una componente de la eficiencia de apertura de la antena depende exponencialmente (bajo adecuada hipótesis) del valor eficaz de las desviaciones de la superficie. En consecuencia, resulta de interés la caracterización de la superficie de estas antenas, sea en la etapa de diseño o aún durante su mantenimiento, ya que se encuentran expuestas a deformaciones debidas a la carga del viento, peso propio, etc.

Algunos de los métodos más comunes para el estudio de la superficie de reflectores parabólicos son: i) método fotométrico, ii) método holográfico y iii) método con teodolito. Este último es posiblemente el más utilizado puesto que requiere elementos de medición comunes y es el que empleamos en este trabajo. Consiste en ubicar puntos distribuidos sobre la superficie de la parábola y, colocando el teodolito sobre el eje de la parábola, medir los ángulos de elevación y azimuth de cada punto así como su distancia al teodolito con una cinta métrica plana, con las correcciones necesarias por temperatura o catenaria.

Sin embargo, para calcular las desviaciones de los puntos medidos respecto de un paraboloides de revolución ideal, se encuentra con varios impedimentos que pueden originar gruesos errores, debido fundamentalmente a que se desconoce la inclinación del eje del teodolito respecto del eje real de la parábola y la inclinación de este respecto a la vertical. En este trabajo se presenta un método para el mejor paraboloides de revolución a los puntos medidos, en el sentido de minimizar la distancia vertical entre estos y los correspondientes sobre el paraboloides. Así es posible estimar la incertidumbre de en la ubicación del teodolito y del eje de la antena e independizarse de las mismas al calcular la rugosidad. En base a la rugosidad así estimada es posible obtener curvas de nivel de la antena y se puede calcular un espectro de frecuencia angular y radial de las desviaciones, que brinda información mecánica útil.

MEDIDA DE LA RUGOSIDAD DE LA SUPERFICIE DE UNA PARABOLA.

Según la bibliografía consultada sobre el tema en la actualidad, los métodos más utilizados para esta medida son tres:

- 1) Método fotométrico
- 2) Método con teodolito
- 3) Método holográfico.

El método fotométrico⁽⁴⁾, consiste en sacar fotos sobre una escala graduada de puntos fijados en la superficie de la parábola con una cámara fotográfica instalada debajo del vértice de la parábola en el eje focal de la misma, sobre el mismo eje a unos 40 cm sobre el vértice y dentro de la parábola enfrentando a la cámara fotográfica, se instala un espejo regulable que permite apuntar y fotografiar las marcas instaladas sobre la superficie de la parábola de posiciones conocidas.

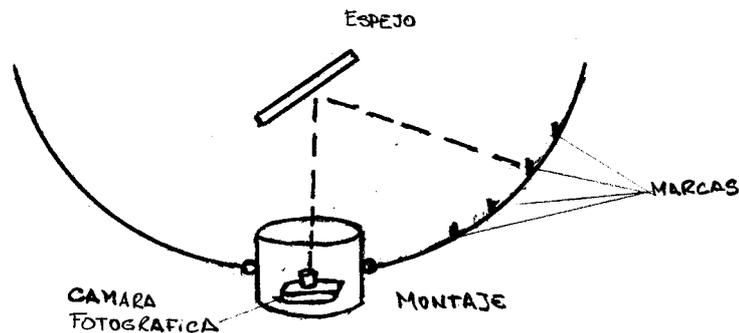


FIGURA 1

La exactitud lograda por este método es de $(\epsilon/D = 1/250000)$ donde ϵ es la exactitud y D es el diámetro de la parábola.

La desventaja de este método es que la construcción del montaje y la óptica son muy elaboradas.

El método por teodolito, es el más utilizado, ya que con una cinta plana al milímetro y un teodolito se puede realizar la medida con buena exactitud. En esta variante se coloca al teodolito alineado con el eje de la parábola y se marcan puntos en la superficie de la parábola de los cuales se han medido sus distancias al teodolito. El método consiste luego en medir la posición angular de cada marca.

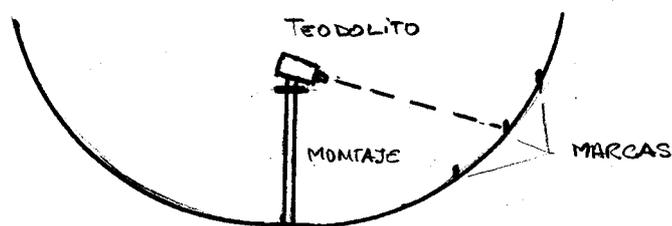


FIGURA 2

Este método reporta un error de 0,2 mm según YARSLEY en su artículo "Antenna Reflector Methodology", IEEE vol 36 Nro. 10 Oct. 1988, utilizando un teodolito con salida digital. Si se utiliza un teodolito común y midiendo las distancias con una cinta métrica podemos obtener

errores del orden del milímetro.

Por último el método holográfico que usa una señal proveniente de un satélite geostacionario permite brindar una información completa del sistema, pero su desventaja es que se necesitan grandes relaciones señal a ruido e integraciones muy largas.

Con estos métodos generalmente muchos autores mencionan las medidas de superficie de parábolas para uso en comunicación satelital.

Nuestro interés se presenta por los métodos fotográfico y con teodolito, ya que el método que se utilizó es este último aunque la determinación de errores en ambos posee una cierta similitud.

EFFECTOS DE LAS IRREGULARIDADES DE LA SUPERFICIE SOBRE LA GANANCIA DE ANTENA

La ganancia de una antena referida al radiador isotrópico puede expresarse de la siguiente forma:

$$G_0 = (4 \pi A / \lambda^2) \eta \quad (1)$$

donde:

G_0 : ganancia referida al radiador isotrópico.

λ : longitud de onda.

A : área de apertura.

η : eficiencia de apertura.

En el caso de un reflector parabólico de revolución, el factor A es la proyección del área producida en el disco. Luego el producto de la eficiencia por el área de apertura define el área efectiva.

$$A_{\text{ef}} = \eta A = G_0 \lambda^2 / 4\pi \quad (2)$$

Se puede considerar como área efectiva, a una superficie uniformemente iluminada que tiene la misma ganancia que la antena, para una frecuencia dada. Luego la eficiencia de la antena es el término que evaluará las condiciones de iluminación y la calidad de construcción del reflector parabólico.

La eficiencia de apertura η_a puede determinarse con la siguiente expresión:

$$\eta = \eta_i \eta_s \eta_p \eta_c \eta_b \eta_e \quad (3)$$

donde:

η_i : eficiencia de iluminación.

η_s : eficiencia de sobreiluminación (spillover).

η_p : eficiencia de error de fase.

η_c : eficiencia de polarización cruzada.

η_b : eficiencia de bloqueo.

η_e : eficiencia de error de superficie.

Las eficiencias son dependientes de los diagramas de los campos E y H en amplitud y fase del alimentador que ilumina el reflector, excepto la eficiencia de error de superficie. Si suponemos que los errores están distribuidos sobre la apertura de la antena al azar con un gran número de regiones no correlacionadas dicha eficiencia queda (1), (2) expresada por:

$$\eta_e = \exp \left(- (4\pi \zeta_0 / \lambda)^2 \right) \quad (4)$$

Donde ζ_0 es el valor medio cuadrático (rms) de las desviaciones efectivas de la superficie. Este valor está definido en forma discreta como:

$$\zeta_0^2 = \sum_{i=1}^n \zeta_i^2 / n$$

Donde los ϵ_i son las desviaciones efectivas en cada punto, las que son dependientes de la posición y del número n de puntos medidos.

El camino total en la propagación de RF (figura 3) de un punto sobre una superficie del reflector, en el cual la desviación normal a la superficie teórica es igual a d_n , es de $d_1 + d_2$

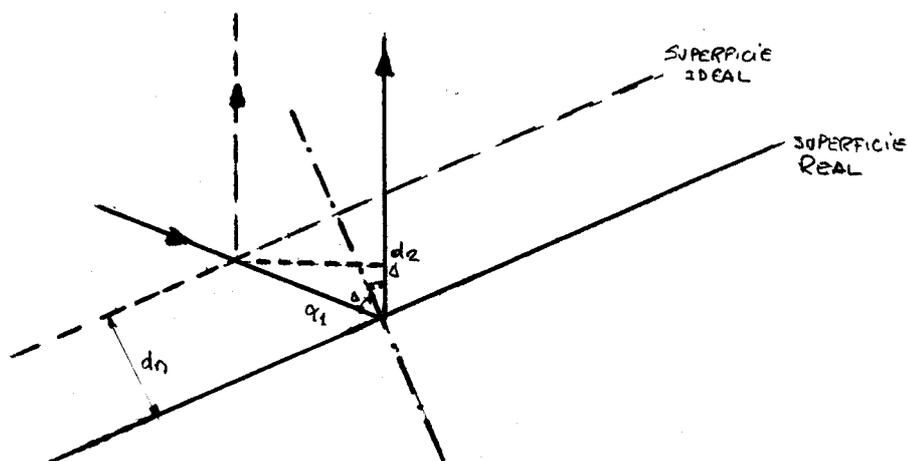


FIGURA 3

Las desviaciones efectivas de la superficie es definida como la mitad del del cambio de recorrido de la propagación de RF.

$$\epsilon = (d_1 + d_2) / 2 \quad (6)$$

$$\epsilon = 1/2 (d_1 + d_1 \cos 2\Delta) = d_1 \cos^2 \Delta = d_n \cos \Delta \quad (6)$$

Esto muestra que las desviación efectiva de la superficie en un punto es igual a la componente axial de la desviación normal de la superficie en ese punto.

El gráfico 4 nos muestra las pérdidas de ganancia en función de las desviaciones efectivas expresadas en longitud de onda, que no es más que la ecuación 4 graficada en donde la abscisa son las imperfecciones de la superficie pero expresadas en longitudes de onda.

PERDIDA DE GANANCIA [dB]

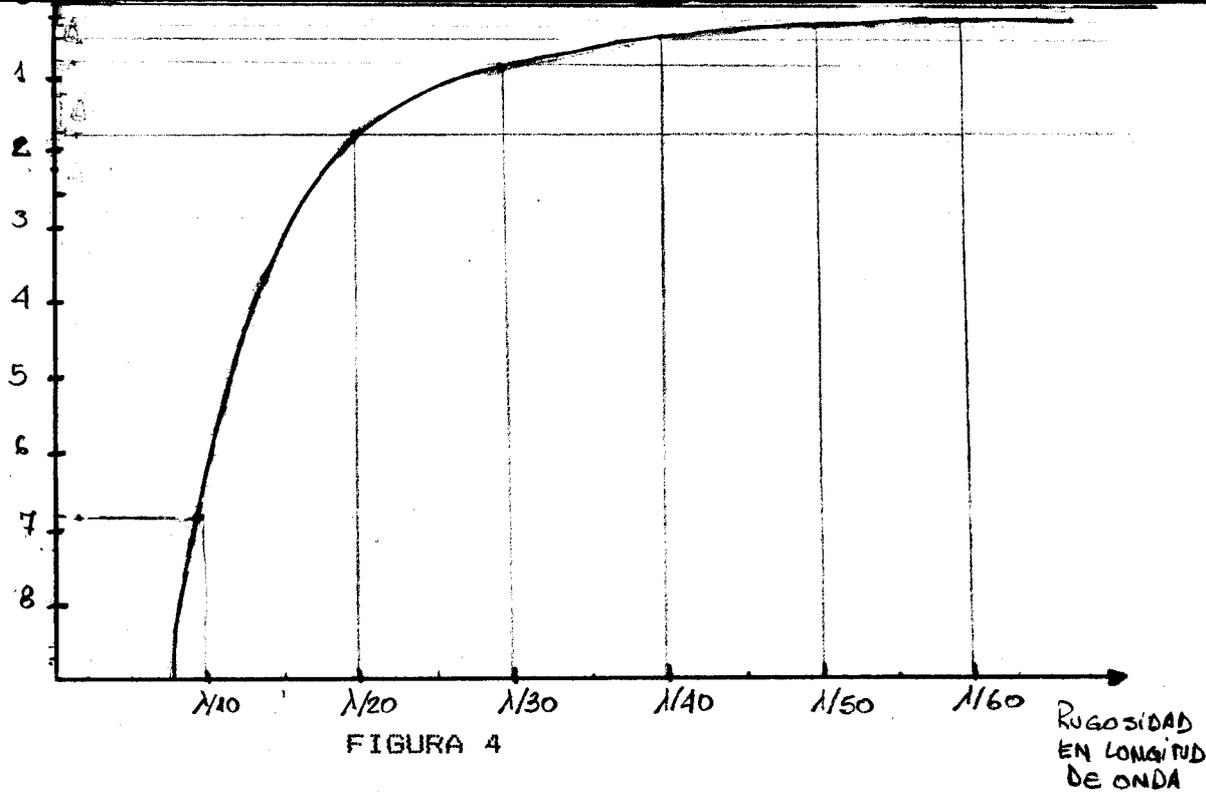


FIGURA 4

Esta gráfica nos muestra que valores por debajo de $\lambda/20$ en desviaciones de superficie representan superficies aceptables para el uso de esa frecuencia. Excelentes superficies se logran con desviaciones de $\lambda/40$.

PERDIDA DE AREA [%]

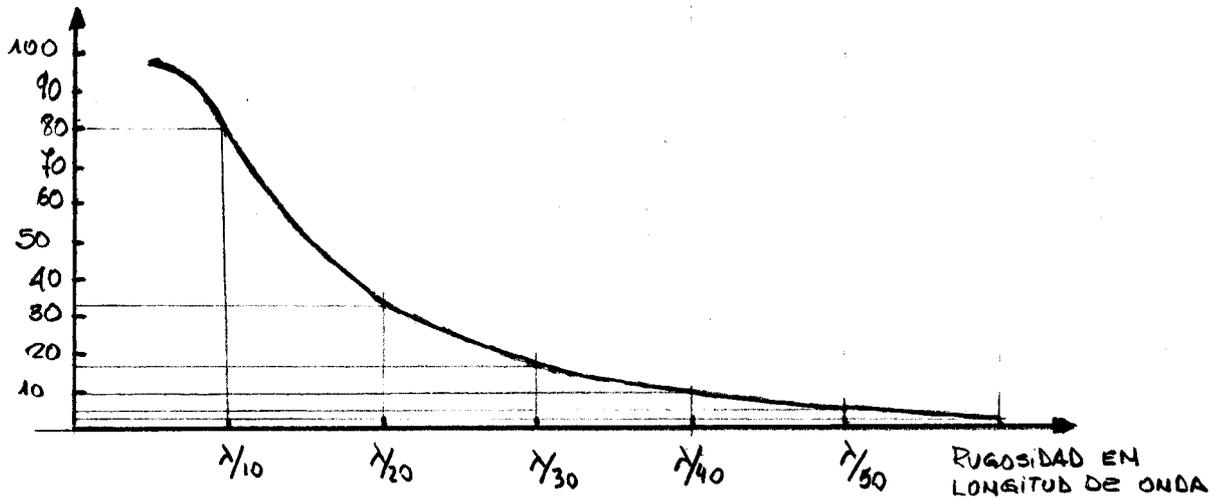


FIGURA 5

Un gráfico comparativo en donde uno puede visualizar los efectos de las imperfecciones de la superficie en el comportamiento de la antena es el de la figura 5; donde el eje de las ordenadas es la pérdida porcentual del área de recolección de señal de la antena, producida por las imperfecciones de la superficie.

GEOMETRIA DEL METODO DE MEDIDAS Y CORRECCION DE LOS ERRORES PRODUCIDOS

EN LAS MISMAS

El método consiste en la medida de la posición angular desde una posición del eje focal de puntos de distancia radial conocida (figura 6a). Dos inconvenientes se debe afrontar con este método. Uno de ellos es que el eje donde se monta el teodolito es muy difícil de alinear con el eje focal. También se puede demostrar que pequeñas desviaciones del eje de montaje producirán errores apreciables en la medida (figura 6b).

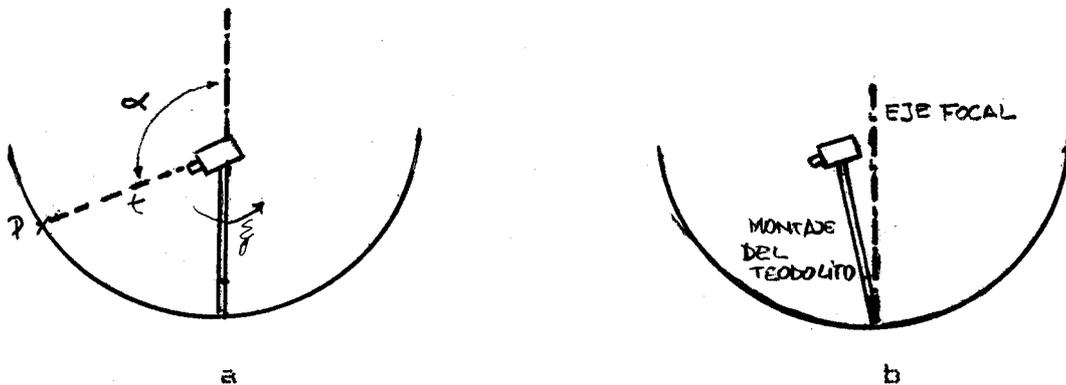


FIGURA 6

Es por eso que uno de los objetivos es corregir la medida del desplazamiento producido por ese efecto, por lo tanto en el cálculo de la geometría se debe tener en cuenta esta desalineación.

El segundo problema que se presenta es la determinación de la distancia focal, ya que si se fija dicha distancia se pueden cometer errores grandes, debido que se estaría comparando con una parábola ideal que no correspondería a los puntos de la parábola medida.

Un mejor planteo del problema permite resolver estos inconvenientes. En efecto, se trata de encontrar los parámetros del paraboloides de revolución que mejor se ajusta a la superficie de la antena; incluyendo también como parámetros los ángulos de desviación del montaje del teodolito respecto del eje focal (del paraboloides ajustado).

Los gráficos que permitirán deducir las expresiones son los siguientes:

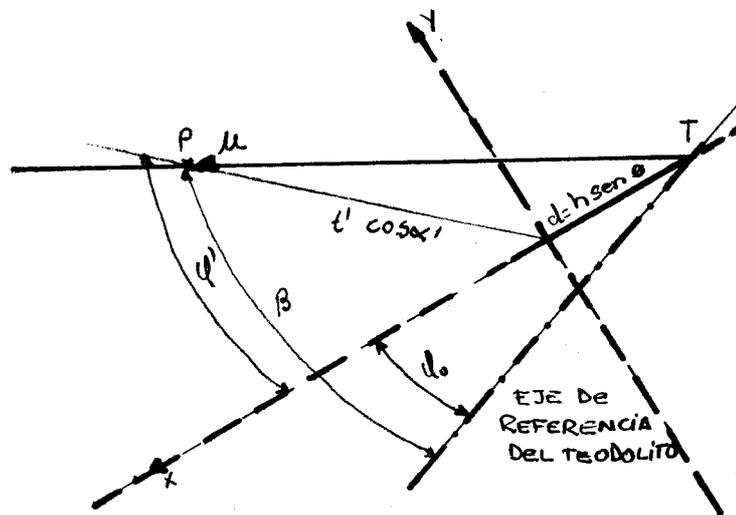


FIGURA 8

Donde en estos gráficos queda definido:

h : altura del teodolito respecto al vértice.

α : ángulo de elevación con respecto a la horizontal (valor que mide el teodolito).

γ : ángulo azimut (valor que mide el teodolito).

t : distancia entre el teodolito y el punto a medir.

ϕ : ángulo entre el eje vertical del paraboloide ajustado y el eje de montaje del teodolito.

ϕ_0 : azimut del plano determinado por ejes del teodolito y paraboloide.

δ : ángulo entre el eje vertical de la parábola y la perpendicular al plano horizontal.

Intentaremos vincular los ángulos γ y δ con valores conocidos.

Según la figura 7a podemos deducir las siguientes expresiones.

$$s = t \cos \alpha \sin \gamma = g \sin \delta \quad (8)$$

$$k = t \cos \alpha \cos \gamma \cos(\beta - \phi_0) = g \cos \delta \quad (9)$$

Dividiendo (9) de (8) obtendremos:

$$(\cos(\beta - \phi_0)) / \operatorname{tg} \gamma = 1 / \operatorname{tg} \delta \quad (10)$$

La expresión final quedará:

$$\operatorname{tg} \gamma' = \operatorname{tg} \delta \cos(\beta - \varphi_0) \quad (11)$$

Sin embargo, los ángulos azimutales medidos por el teodolito están sobre el plano horizontal, por lo tanto se necesita vincular con β . Esto se logra fácilmente considerando el rectángulo rayado de la figura 7a:

$$r = t \cos \alpha \operatorname{sen}(\xi - \xi_0) \quad (12) \text{ y también}$$

$$r = t \cos \alpha \cos \gamma' \operatorname{sen}(\beta - \varphi_0) \quad (13)$$

$$\times \text{ luego } \operatorname{tg}(\xi - \xi_0) = \cos^2 \delta \operatorname{tg}(\beta - \varphi_0) \quad (14)$$

$$\text{notar que también tendremos: } \operatorname{tg} \xi_0 = \cos \delta \operatorname{tg} \varphi_0 \quad (15)$$

\times Evaluaremos la desviación con respecto al eje Z, por lo tanto el valor medido será dado por (figura 7a):

$$Z_m = t \operatorname{sen}(\alpha + \gamma') \quad (16)$$

donde γ' será despejado de la ecuación (11 y 14) $\gamma' = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \delta \cos(\beta - \varphi_0)) = \operatorname{tg}^{-1}(\operatorname{tg} \delta \cos(\operatorname{tg}^{-1}(\frac{\operatorname{tg}(\xi - \xi_0)}{\cos \delta})))$ y lo compararemos con el valor que predice un paraboloides perfecto. Por supuesto este valor está dado por la ecuación de la paraboloides.

$$(Z_p + h \cos \phi) = (1/(4 F))(x'^2 + y'^2) \quad (17)$$

\times donde F es la distancia focal. Notese que hemos tomado como origen de (x, y, Z_p) a la proyección sobre el eje focal del extremo del teodolito.

Esta última ecuación debe ser expresada en función de los parámetros medidos o de las incógnitas que debemos determinar $(F, \phi, \varphi_0, \delta)$ por eso tenemos:

$$x' = t' \cos \alpha' \cos \varphi' = t \cos (\alpha + \gamma) \cos (\beta - \varphi_0) - d \quad (18)$$

$$y' = t' \cos \alpha' \sin \varphi' = t \cos (\alpha + \gamma) \sin (\beta - \varphi_0) \quad (19)$$

como $u = t \cos (\alpha + \gamma)$ tenemos:

$$x' = u \cos (\beta - \varphi_0) - d \quad (20)$$

$$y' = u \sin (\beta - \varphi_0) \quad (21)$$

Reemplazando estos valores en la (17) y expresando $f = 1 / 4F$ tendremos

$$Z_p = f \left((u \cos (\beta - \varphi_0) - d)^2 + (u \sin (\beta - \varphi_0))^2 \right) - h \cos \varphi \quad (22)$$

desarrollando:

$$Z_p = f \left(u^2 (\cos^2 (\beta - \varphi_0) + \sin^2 (\beta - \varphi_0)) + d^2 - 2d/u \cos (\beta - \varphi_0) \right) - h \cos \varphi$$

$$\text{Luego siendo } \cos^2 (\beta - \varphi_0) + \sin^2 (\beta - \varphi_0) = 1$$

$$Z_p = f (u^2 + d^2 - 2d/u \cos (\beta - \varphi_0)) - h \cos \varphi \quad (24)$$

Luego el error medido a lo largo del eje focal entre las dos superficies estará dada por:

$$\text{Error} = Z_m - Z_p \quad (25)$$

Si uno logra minimizar el error cuadrático medio dado por:

$$J = \sum_{i=1}^n (\text{Error})^2 \quad (26)$$

está ajustando a los puntos medidos sobre la superficie de la antena a el mejor paraboloides de distancia focal F a estimar, además, al minimizar esta función J y tener como variables a estimar la posición angular del montaje del teodolito (θ, ϕ_0, δ) independizamos las medidas de la posición del teodolito con respecto al eje focal.

Una vez determinadas las variables f, θ, ϕ_0 y δ podemos determinar las desviaciones en cada punto en la dirección del eje Z con la ecuación (21) en donde se determina el error.

Según lo expresado cuando se analizó las pérdidas de ganancia en función de las desviaciones (expresión 6) en donde:

$$C = dn \cos \Delta \quad (27)$$

Para deducir la desviación normal dn en cada punto nos referiremos al siguiente gráfico que sería el perfil parabólico de una de las costillas del paraboloides.

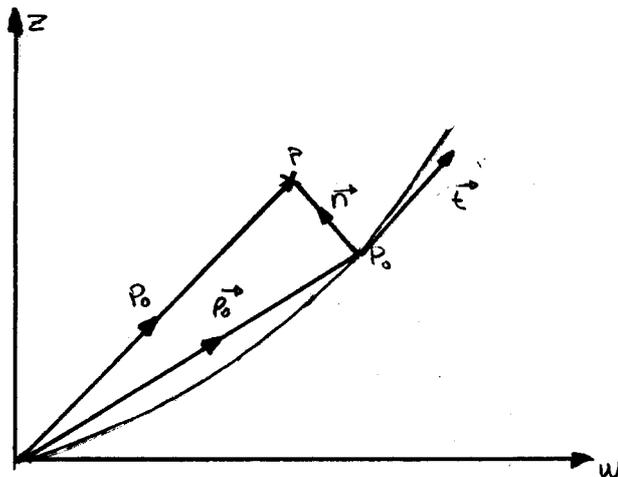


FIGURA 9

El plano de cada costilla estará definido por $Y/X = cte$ y el perfil estará definido por:

$$Z_0 = f W_0^2 \quad (28)$$

Donde W esta dado por:

$$W^2 = X^2 + Y^2 \quad (29)$$

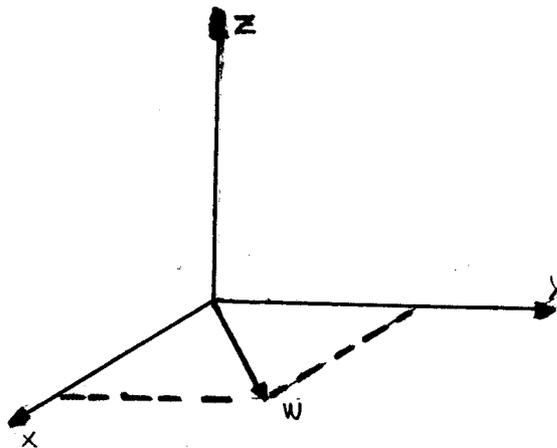


FIGURA 10

El vector t tangente a la parábola en el punto P_0 esta dado por:

$$\vec{t} = (1, \int Z_0 / \int W_0) = (1, 2fW_0) \quad (30)$$

Luego el vector normal será:

$$\vec{n} = (-\int Z_0 / \int W_0, 1) = (n_w, n_z) = (-(2fW_0), 1) \quad (31)$$

De la figura 9 podemos deducir también que el punto P_0 esta definido por la siguiente suma vectorial.

$$\vec{P}_0 = \vec{P} - \lambda \vec{n} \text{ siendo } \lambda \geq 0 \quad (32)$$

En coordenadas esta ecuación puede expresarse como:

$$\vec{P}_0 = \vec{P} - \lambda \vec{n} = \begin{cases} Z_0 = Z - \lambda n_z = Z - \lambda & (33) \\ W_0 = W - \lambda n_w = w + 2\lambda fW_0 & (34) \end{cases}$$

Despejando de (33) y usando (28).

$$Z - Z_0 = Z - fW_0^2 \quad (35)$$

luego, reemplazando en (34):

$$W_0 = W + 2fW_0(Z - fW_0^2) \quad (36)$$

$$W_0 = W + 2fZW_0 - 2f^2W_0^3 \quad (37)$$

$$2f^2W_0^3 + (1 - 2fZ)W_0 - W = 0 \quad (38)$$

Resolviendo esta ecuación de tercer orden obtendremos las coordenadas W_0 para cada punto. Luego con la expresión (28) de la parábola se tiene el Z_0 correspondiente, obteniéndose la distancia normal como:

$$dn^2 = \left| \vec{P} - \vec{P}_0 \right|^2 = (W - W_0)^2 + (Z - Z_0)^2 \quad (39)$$

La ecuación (6) puede expresarse como:

$$\epsilon_i = dn_i \cos \Delta_i = (dn_i^2 / Z_i) \quad (40)$$

donde i expresa el valor de los puntos P_i , así se determinaremos el deseado para obtener la pérdida de ganancia y por lo tanto la calidad de la superficie para una determinada frecuencia de trabajo. Entonces:

$$\epsilon_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \epsilon_i / n} \quad (41)$$

donde n es la cantidad de puntos medidos sobre la superficie de antena.

Para deducir el ángulo Δ_i debemos referirnos a la siguiente gráfica.

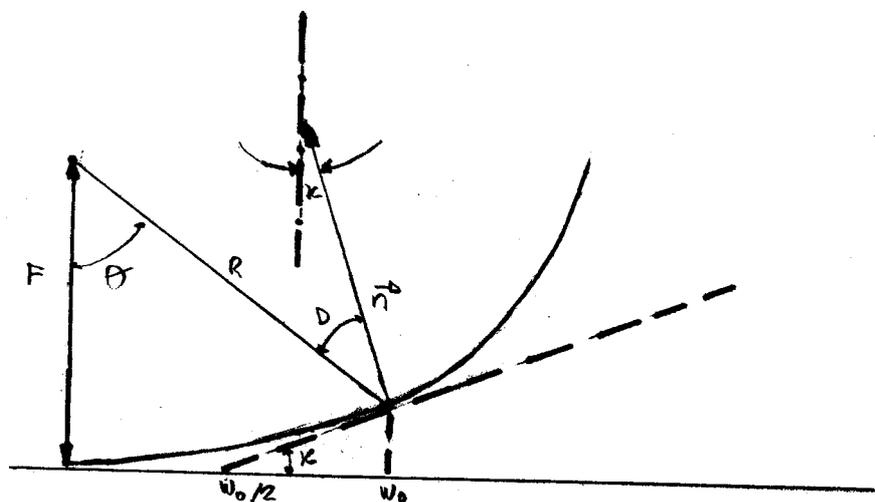


FIGURA 10a

Haciendo la suma de los ángulos de triángulos que contienen al ángulo nos queda que:

$$\Delta + \kappa + (180 - \theta) = 180 \quad (42)$$

$$\Delta = \theta - \kappa \quad (43)$$

Los ángulos θ y κ pueden ser expresado como:

$$\text{tg } \kappa = 2Z_0 / w_0 \quad (44)$$

$$\text{tg } \theta = w_0 / (F - Z_0) \quad (45)$$

Reemplazando en la ecuación 43 queda:

$$\Delta = \text{arctg}(w_0 / (F - Z_0)) - \text{arctg}(2Z_0 / w_0) \quad (46)$$

CALCULO DE ERRORES

Los instrumentos utilizados en la medición de la parábola poseen una cierta exactitud que provocan errores en la determinación de los datos propagándose a la determinación de las desviaciones (ϵ_i).

Los errores en la determinación de los datos son producidos por el

teodolito (errores en el orden de 10 segundos en los ángulos) y la medida de la distancia a los puntos en la que se cometió un error de 2 mm (7). En base a estos errores se utilizó el método de las perturbaciones para intentar definir la exactitud con la cual se efectuaron la determinación de las imperfecciones de la superficie de la parábola.

El método consiste en generar perturbaciones aleatorias con desviación gaussiana (llamada también normal) en los datos, función que generalmente caracteriza los errores cometidos en este tipo de mediciones. La amplitud de las perturbaciones deben ser del orden de los errores cometidos por los instrumentos utilizados.

$$\text{Pert}_t = t \pm g(1 \text{ mm}) \quad (47)$$

$$\text{Pert}_f = f \pm g(10'') \quad (48)$$

$$\text{Pert}_\alpha = \alpha \pm g(10'') \quad (49)$$

siendo $g(x)$ la función aleatoria de la desviación normal.

Con estos valores se obtienen un juego de valores de f, g, d_0, S , que son los parámetros que minimiza el programa.

Se repite este proceso alrededor de veinte veces, valor estadístico suficiente como para determinar la influencia de las perturbaciones.

Uno de los valores de interés es la determinación de la distancia focal. Por lo tanto se determinan los valores de f para las perturbaciones de cada caso y así obtener el valor promedio de los f como:

$$f = \sum_{i=1}^n f_i / n \quad (50)$$

donde según lo dicho anteriormente $n \geq 20$.

Luego la varianza de estos valores estará dada por:

$$\sigma_F^2 = \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2 / (n - 1) \quad (51)$$

y sacar, por supuesto de esta última ecuación los valores de la desviación estandar que será el valor medio de los errores producidos sobre la determinación de f provocados por el instrumental. O sea que se obtendrán tres desviaciones estandar producido una por el error de medida de t y las otras dos por la medida de los ángulos. Si consideramos los errores independientes podemos obtener el error determinado de f como:

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma_{F_{t \pm g(1mm)}}^2 + \sigma_{F_{\alpha \pm g(10'')}}^2 + \sigma_{F_{\beta \pm g(10'')}}^2} \quad (52)$$

Este proceso se realizó por medio de programas de cómputos obteniéndose los siguientes resultados por los errores cometidos de 1 mm para la medida de t y $10''$ para los ángulos siendo debido a estas contribuciones.

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma_{F_{t \pm g(1mm)}}^2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ mts (VALORES DESPRECIABLES)} \quad (53)$$

Otro de los objetivos es obtener los errores que se producen en la determinación de los σ de la primera forma que el caso anterior, perturbando los datos se obtiene un juego de valores de $f, \gamma, \varphi_0, \delta$ que permiten determinar los σ de estos valores perturbados y de la misma forma anterior obtener las desviaciones para cada caso. Luego:

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma_{E_{t \pm g(1mm)}}^2 + \sigma_{E_{\beta_0 \pm g(10'')}}^2 + \sigma_{E_{\alpha \pm g(10'')}}^2} \quad (54)$$

Los valores obtenidos son como en el caso anterior:

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma_{E_{t \pm g(1mm)}}^2} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ mts} \quad (55)$$

Vemos que los errores cometidos en los datos debido a su distribución gaussiana y a la cantidad de puntos tiene poca influencia

en la determinación de la superficie real del paraboloides.

ANÁLISIS DE DATOS DE MEDICIONES DE UNA ANTENA DE 30 MTS DE DIAMETRO

Se recurrió para el análisis de este método a las medidas realizadas por alumnos de la carrera de Agrimensura de la UNLP como trabajo final de una materia del último año.

El objetivo de este trabajo es poder deducir algunos detalles más exactos que se pueden determinar de las medidas efectuadas sobre un paraboloides de 30 mts de diámetro utilizado para observaciones radioastronómicas que al tener deteriorada la superficie debía ser reemplazada. Los 751 puntos medidos son las uniones entre las costillas y los anillos circulares que forman la estructura de la antena.

Era indudable que debido a la matemática anteriormente expresada era necesario un programa de cómputo que permitiera facilitar los cálculos y la graficación de los puntos medidos.

Debido a estos motivos se utilizó un programa utilitario, PC - MATLAB, que corre sobre una IBM - PC compatible, el cual facilitó realizar todos los procesos de minimización y de graficación que se mostrará a continuación.

El primer paso es obtener la mejor parábola ideal para minimizar la distancia a los puntos que surgieron de la medida como se expresó anteriormente (ecuación 25).

El resultado de esto nos da las variables necesarias para el cálculo que son f , θ , U_0 y S_0 .

Con el programa "Antenaz1", el cual figura a continuación, se determina el error en la dirección Z dado por la expresiones 25 y 26 y la rutina Fmins del programa utilitario permite minimizar utilizando aproximaciones sucesivas el error cuadrático medio de la desviación en la dirección del eje z, con lo cual se obtienen las variables deseadas.

Con estos datos y el programa "Antnorma" determinamos las

desviaciones deducidas y expresadas anteriormente (ecuación 41) con respecto a la parábola ideal que permitirá estimar las pérdidas de ganancia. Además nos permitirá graficar el diagrama de contorno de la parábola en su conjunto que nos dará una idea clara de las zonas de desviaciones y el tipo de estas.

RESULTADOS

Efectuando el pasaje de términos de los datos medidos se realiza la evaluación de los mismos por medio de programas antes mencionados.

Los primeros datos obtenidos son la posición del foco $F = 1/4 F$ y la posición del teodolito expresada por los ángulos ξ_0 , φ y ψ . El resultado de interés es la distancia focal F ya que se permite evaluar si la superficie respondía a los F/D originalmente diseñado. Los valores obtenidos son $F=0,1977$ que equivale a un $F=12,6$ dando un $F/D=0,42$ el que verifica el correcto valor de la distancia focal.

El segundo resultado de importancia era la desviación sobre toda la superficie y el valor medio cuadrático $(rms)\xi_0$ lo que permitiría evaluar el correcto funcionamiento para ciertas frecuencias según lo expresado y graficado anteriormente.

Los valores obtenidos son de $\xi_0 = 0,0099$ mts lo que indica el perfecto funcionamiento en banda L ($\lambda = 21$ cm y $\lambda = 18$ cm), frecuencias que actualmente son utilizadas por los radiotelescopios.

Si eliminamos los errores del orden del decímetro suponiendo que son errores cometidos en la lectura de los datos, luego con estos valores determinamos un valor de desviación de $\xi_0 = 0,0066$ mts, esto indicaría una superficie mejor que la determinada anteriormente.

Las imperfecciones también se pueden evaluar en los gráficos mostrados a continuación. En el primer gráfico se muestran las desviaciones de los puntos con respecto a la superficie ideal, representada por un plano en tres dimensiones, vemos que este gráfico

permite determinar valores muy grandes que pudieron ser producto de algún dato mal cargado, u error en la medida o bien valores de desviaciones grandes.

Los gráficos que siguen a continuación son gráficos de contornos de 10 a 20 mm, de 10 a 5 mm y 5 a 2,5 mm.

En los dos primeros gráficos de contorno nos permiten ver que la zona central esta ajustada con mayor exactitud, lo que es lógico, ya que es sólida y según informes de su diseño el proposito es llegar a frecuencias más elevadas.

En el último gráfico de contorno se distinguen perfectamente las tres desviaciones de la patas que sostienen el cabezal del receptor en el foco primario de la parábola y que han producido un deterioro de la superficie hacia abajo.

También de los gráficos de contorno se puede destacar que la pata en dirección sur es la que ha producido mayor deformación (algo lógico por el tipo de movimiento y de situaciones límites que tiene la antena).

Por último debemos realizar el análisis de las frecuencias de las rugosidades en forma angular y radial de las desviaciones que virtualmente pueden brindar información mecánica útil. Esto se realiza haciendo la FFT en los datos de las costillas o de los anillos circulares.

En el gráfico 5 podemos ver los resultados del análisis espectral realizado sobre una de las costillas, podemos ver que no se poseen componentes en frecuencias mecánicas altas, todas las componentes se encuentran ubicadas en baja frecuencias. La forma del espectro es producido por el tipo de ventana (rectangular) que esta colocando el programa para realizar la FFT.

PROCESO DE FUNCIONAMIENTO DE LOS PROGRAMAS.

LOAD ANTENA1.DAT

LOAD T.DAT

P=ANTENA1.DAT*T

A=[PI/2 0 0; 0 0 0; 0 0 0]

X=ones(751,3)*A

DATA=P+H

DATAH=0.78

GLOBAL DATA DATAH

X0=[0.0198 5.716 0.032 0.001]

X1=Fmins('antena1',X0) X1= 0.0198 5.7157 0.0817 0.0001

PACK

[EXILON]=antnorma(X1) <-----> 16^2=tcomputado

STD(EXILON)=0.0099

RAND('normal')

pertur=1E-3*rand(751,1)

DATA(:,3)=DATA(:,3)+pertur

GLOBAL DATA DATAH

xpertur=Fmins('antena1',X0)

[exilon pertur]=antnorma(X1)

sigma F=STD(xpertur)

sigma exilon=STD(exilon pertur)

PROCESO DE IMPRESION DE GRAFICOS

1) Luego de realizar el gráfico ingresar el comando:

>> META nombre del archivo

Genera un archivo del tipo "nombre.met".

2) Salir del MATLAB con el comando QUIT.

3) Desde el Sistema Operativo DOS ingresar la orden:

E> GPP nombre /DEPSD/FPRN

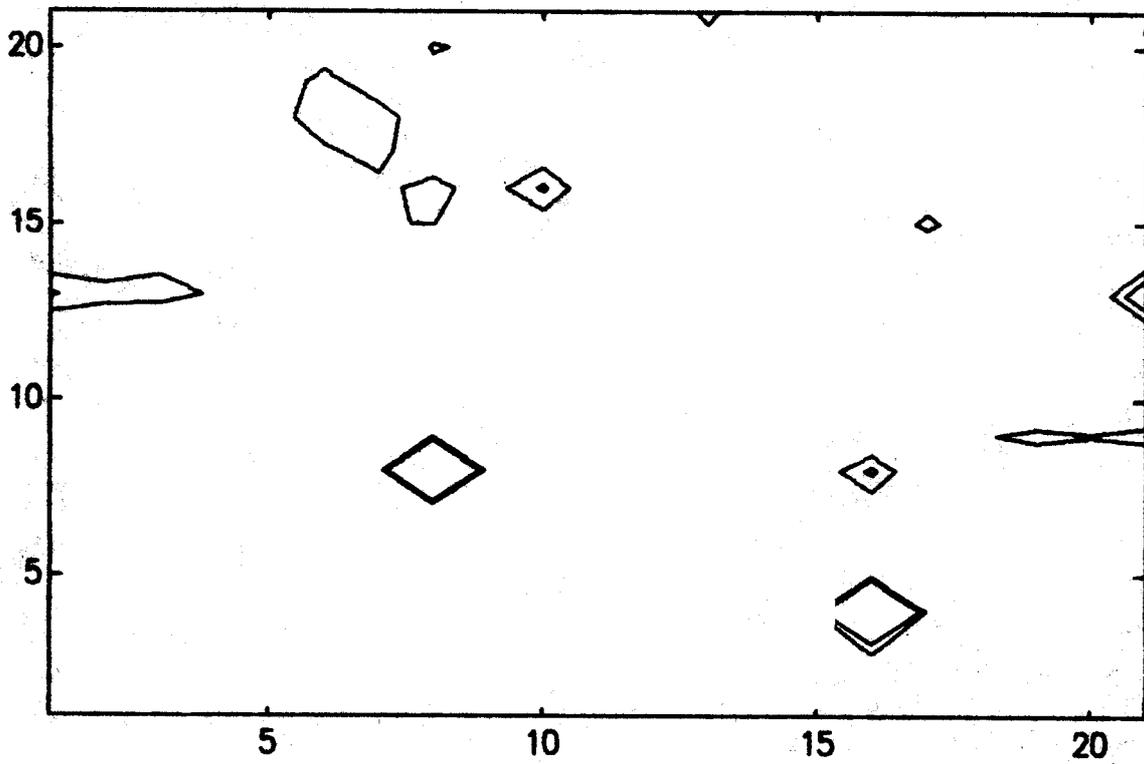
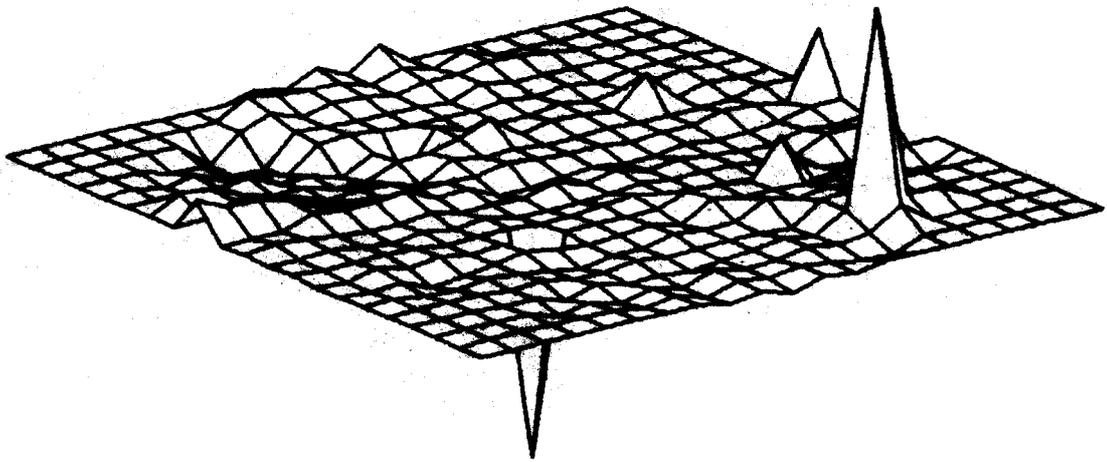
Envía el archivo "nombre" que contiene el gráfico a la impresora.

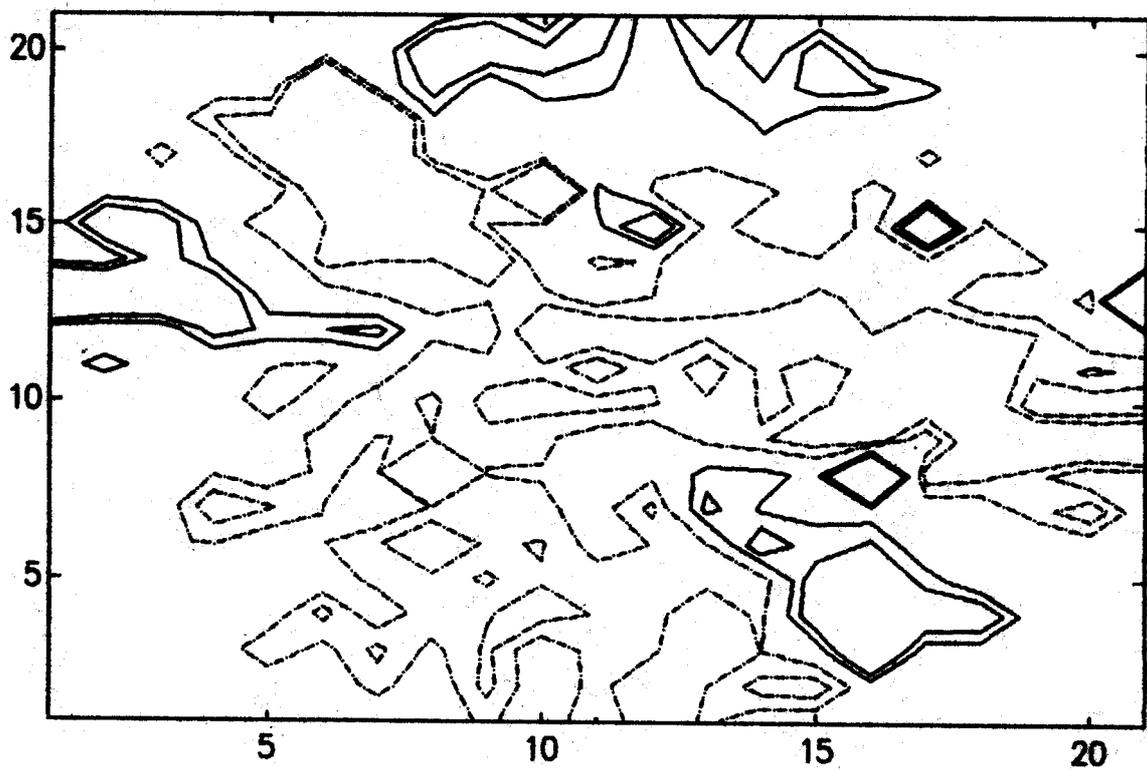
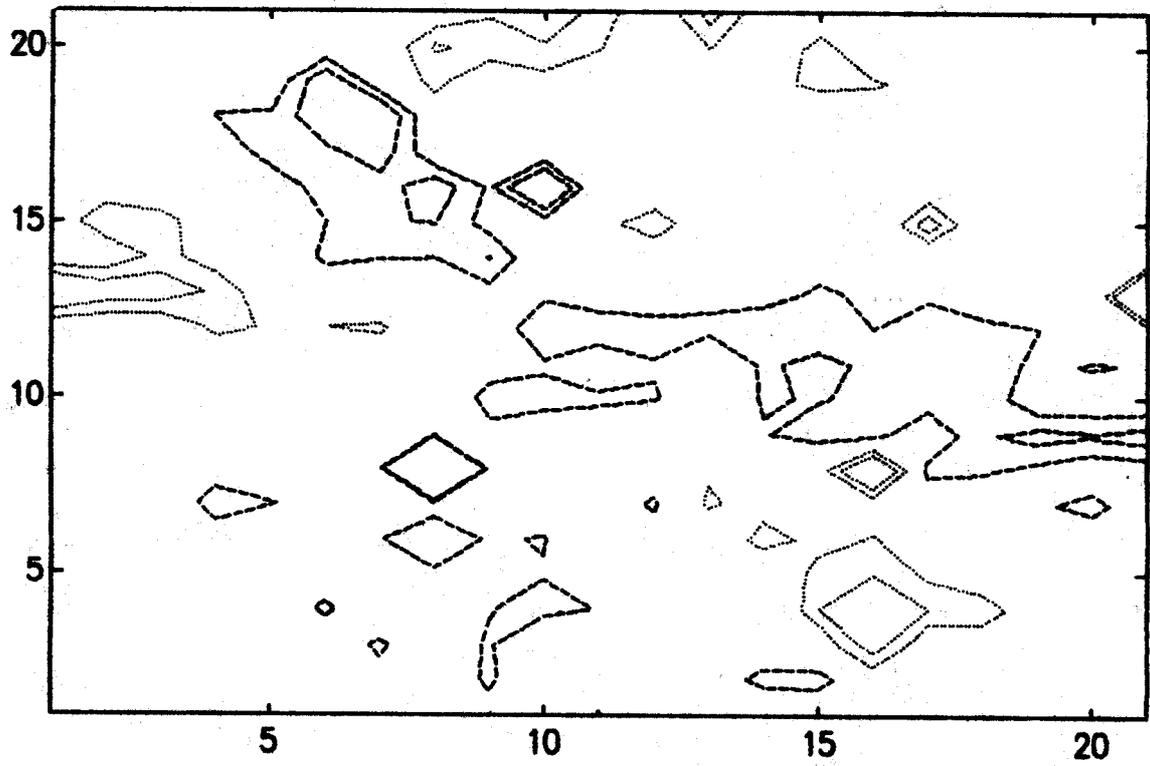
Opciones: 3-1) EPSD: Epson Draft Quality.

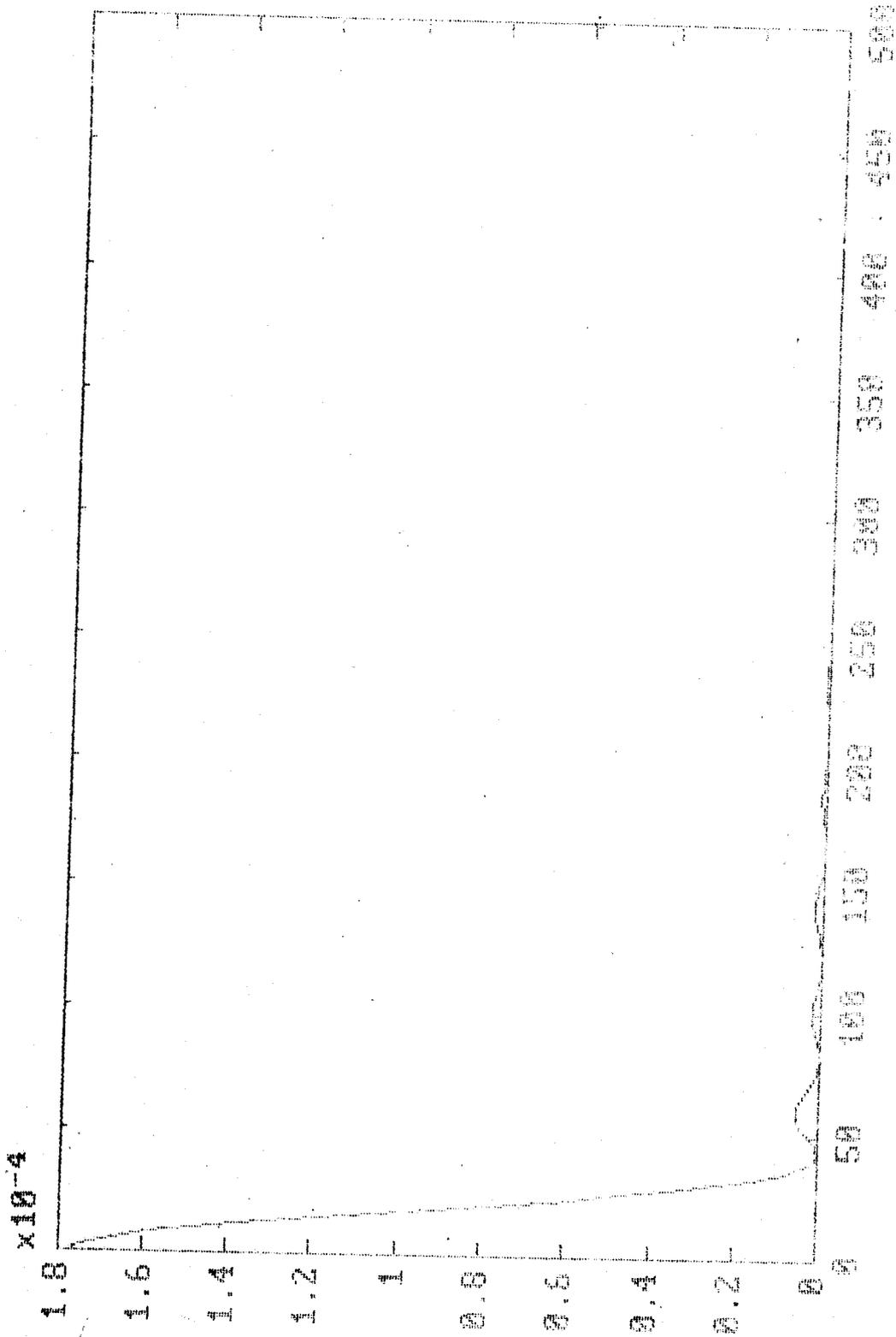
3-2) EPSF: Epson Final Quality.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - Antenna Tolerance Theory - Melody S. Targhaimee - IEEE Trans. Antennas Propget - Nov. 1967.
- 2 - Antenna Tolerance Theory - A. Review - Jhon Ruze - Proc. IEEE - Apr. 1966.
- 3 - Antenna Reflector Metrology: The Australia Telescope Experience - M. J. Kesteven, B. F. Parsons and D. E. Yersley - IEEE Transactions on Antennas and Propagation - October 1988
- 4 - Instrument for rapid measurament of superface deformation of a 210 ft radio telescope - M. J. Puttuock and H. C. Minnet - Proc IEEE - Nov. 1966.
- 5 - Corrugated Horn for microwave antennas - P. J. B. Clarricoats and D. Oliver - IEEE Electromagnetic Wave series 18.
- 6 - Modern Antennas Design - Thomas A. Milligan - Mc Graw Hill - Book Company.
- 7 - Ajuste de la superficie de un radiotelescopio - Departamento de Agrimensura - Facultad de Ingenieria UNLP - Director: Ing F. Meyer - Alumnos: R. A. Lopez y S. O. Pua.







Método de Verificación de Imperfecciones en Superficies de Antenas Reflectoras Parabólicas.

J.A. Bava*, A.J. Sanz**, C.H. Muravchik† y C. Rago‡

Instituto Argentino de Radioastronomía (IAR)
Laboratorio de Electr. Industrial, Control e Instrumentación (LEICI)

RESUMEN

Se desarrolla una técnica para caracterizar la superficie de reflectores parabólicos usando el método del teodolito. Con la información de medidas de ubicación de puntos sobre la superficie de la antena, se ajusta un paraboloides de revolución a dicha superficie, de modo de minimizar su "distancia" cuadrática media. Sin embargo, si no se toman ciertas precauciones es posible cometer gruesos errores debido a la incertidumbre en el posicionamiento del teodolito. Con este método, dicha posición es también estimada y las correcciones que origina quedan directamente incorporadas a todos los parámetros estimados. Se muestra como estimar la distancia focal, posición del eje de la parábola, desviaciones efectivas, eficiencia de apertura por error de superficie y curvas de nivel que brindan información mecánica de utilidad. Se aplica el método para estudiar un reflector de 30 metros de diámetro de un radiotelescopio.

SUMMARY

A technique suited for characterizing the surface of large parabolic reflectors with the theodolite's method is developed. A revolution paraboloid is fitted to points measured on the antenna surface so as to minimize their mean square distance to the paraboloid. However, improper positioning of the theodolite causes coarse errors. With our technique, theodolite's position and orientation are also estimated and the induced corrections are automatically incorporated to the rest of the estimated parameters. It is shown how the focal distance, paraboloid axis orientation, effective deviations, aperture efficiency due to surface errors and constant level contours that give useful mechanical information, can be estimated. The method is applied to the 30 meters parabola of a radiotelescope.

1. Introducción.

En comunicaciones satelitales y radioastronomía es muy común el uso de grandes reflectores parabólicos como antenas. Su finalidad es obtener antenas con gran ganancia y directividad, lo que se traduce en una alta relación señal a ruido. Sin embargo, el desempeño de estos reflectores puede diferir fuertemente del esperado debido a apartamientos de la superficie reflectora respecto del paraboloides ideal. Estos apartamientos, causados por rugosidad de la superficie y corrimiento del foco por deformación de la misma, se traducen en una eficiencia de apertura del reflector menor que la calculada. En consecuencia, resulta de interés poder medir los apartamientos de la

superficie reflectora respecto de la superficie ideal, sea en la etapa de construcción o durante su mantenimiento. En efecto, en esta última situación debe recordarse que en general estos grandes reflectores se encuentran expuestos a la acción del viento, deformaciones por peso propio, diferencias térmicas, etc. que modifican su superficie.

Dentro de los más comunes para el estudio y caracterización de la superficie de reflectores parabólicos se pueden citar los siguientes métodos:

- i)- fotométrico [4].
- ii)- holográfico,
- iii)- medida directa con teodolito [3].

Este último, si bien es un método indirecto de medida de la eficiencia de la antena, es posiblemente uno de los más usados puesto que requiere elementos de medición comunes, básicamente un teodolito y una cinta métrica.

* Prof. Principal CONICET. Profesor (UNLP)
** Prof. Principal CONICET. Profesor (UNBA)
† Investigador (CICPBA). Profesor (UNLP)
‡ Becario de Perfeccionamiento (CICPBA).

El método consiste en medir la distancia y el ángulo de un conjunto de puntos distribuidos sobre la superficie reflectora. Para esto, con el teodolito ubicado sobre el eje de la parábola se miden los ángulos de elevación y azimuth de cada punto y con una cinta métrica, la distancia del punto al teodolito (con las correspondientes correcciones por catenaria y temperatura de la cinta métrica).

Si bien el método de medición resulta muy sencillo, cuando se desea calcular el apartamiento de un punto medido respecto al paraboloides de revolución ideal, aparecen dos problemas fundamentales:

- no se conoce el apartamiento del eje sobre el que se encuentra montado el teodolito respecto al eje del paraboloides ideal.
- no se conoce la ubicación ni la distancia focal del paraboloides ideal.

En este trabajo presentaremos un método para estimar el paraboloides de revolución que mejor se ajusta a los puntos medidos, en el sentido de minimizar la suma de las distancias verticales cuadráticas entre éstos y los correspondientes puntos sobre el paraboloides ideal. Una vez obtenido este paraboloides puede calcularse fácilmente la rugosidad media cuadrática de la superficie y estimar su contribución a la eficiencia de apertura de la antena.

2. Análisis del método de medición

Descripción:

La antena se ubica en forma horizontal, es decir con su eje focal en forma vertical, fig. 1. El teodolito se monta sobre el vértice del paraboloides a una altura A directamente medible sobre éste, definida por el trípode o montaje del teodolito. Su plataforma puede ajustarse con gran precisión, como es usual, para medir ángulos con relación al plano de la horizontal (α , elevación) y en ese plano (ζ , azimuth), con respecto a una dirección de referencia, por ejemplo la línea norte - sur geográfica.

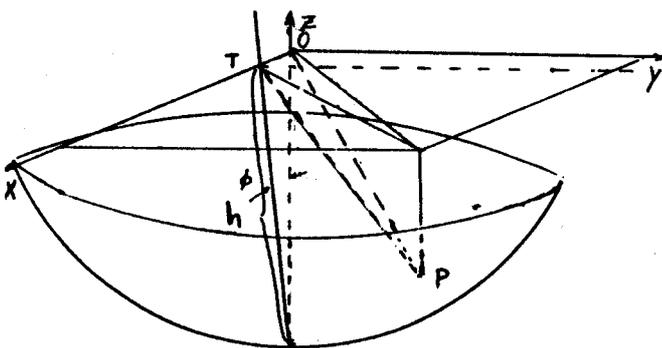


Figura 1

Notemos que en general el eje del teodolito estará inclinado respecto del eje focal del paraboloides. La distancia entre un punto de la antena (P) y el teodolito (T) se mide con una cinta métrica. Lógicamente estas medidas

deben ser hechas con sumo cuidado evitando las variaciones de temperatura, o compensando las medidas, e incorporando las correcciones necesarias por la catenaria que forma la cinta entre los puntos T y P.

Formulación:

A continuación veremos como realizar una descripción geométrica del problema acorde con los datos medidos. Como resultado de esta descripción, pondremos en evidencia las incógnitas del problema, así como sus relaciones.

Consideraremos un sistema de ejes cartesianos para describir fácilmente el paraboloides, ver figs. 1 y 2. El eje z está alineado con el eje focal del paraboloides. El plano xy es perpendicular a este eje y se encuentra ubicado de modo que contiene al punto T (extremo del teodolito) en su eje x . Esto facilita la descripción del ángulo de inclinación θ (incógnita) entre el eje focal y el eje del teodolito. De esta manera el origen (O) de esta terna dista de T la cantidad $d = A \sin \theta$. Obsérvese que el eje de referencia azimuthal del teodolito está en el plano horizontal que no coincide con el plano xy . Esta referencia dista de la proyección del eje x en el plano horizontal un azimuth dado por ζ_0 (incógnita). Ese mismo ángulo medido en el plano xy es ϕ_0 .

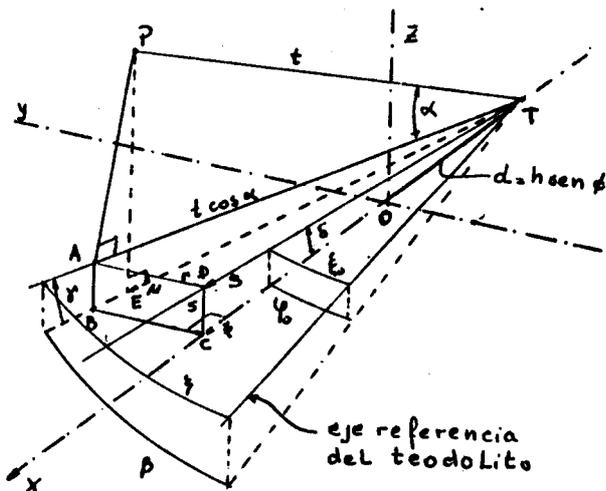


Figura 2

Un punto P (sobre la superficie) está caracterizado por los siguientes parámetros (medidos):

- t = distancia punto-teodolito (PT);
- α = áng. de elevación respecto a la horizontal del teodolito;
- ζ = áng. azimuthal con respecto a la ref. del teodolito.

En la fig. 2 se pueden ver los ángulos de elevación y azimuth y la distancia t . Debe tenerse en cuenta que el paraboloides ideal estará descrito por su ecuación canónica con respecto a un sistema de ejes que está desplazado respecto del anterior a lo largo del eje z en la cantidad $-A \cos \theta$, es decir

$$z + h \cos(\theta) = \frac{1}{4F} (x^2 + y^2) \quad (1)$$

donde F es la distancia focal del paraboloide, a ser estimado. Notemos que E es el punto P proyectado en forma perpendicular al plano xy , mientras que A es la proyección de P en el plano horizontal, a lo largo de la vertical. B es la proyección de A a lo largo de z , sobre el plano xy .

En la fig. 3 se puede ver una proyección sobre el plano xy de las líneas más destacadas de la fig. 2. Otras variables de interés de las figs. 2 y 3 son:

δ = áng. entre el plano horizontal y el xy medido en el plano xz .

γ = áng. entre TA y TB .

Para vincular los ángulos γ y δ , partimos de

$$TA = t \cos(\alpha)$$

$$s=AB = t \cos(\alpha) \cos(\gamma) = DC = g \cos(\delta) \quad (2)$$

y, ver fig. 3,

$$k=TC = TB \cos(\beta - \rho_0) = g \cos(\delta) \quad (3)$$

Dividiendo (2) por (1), se obtiene:

$$\lg(\gamma) = \lg(\delta) \cos(\beta - \rho_0) \quad (4)$$

Para relacionar los ángulos medidos ζ con los ángulos β sobre el plano xy recurrimos al rectángulo $ABCD$ de fig. 2. De allí

$$l=DA = TA \cos(\zeta - \zeta_0) = t \cos(\alpha) \cos(\zeta - \zeta_0) \quad (5)$$

y también

$$l=BC = TB \cos(\beta - \rho_0) = t \cos(\alpha) \cos(\gamma) \cos(\beta - \rho_0) \quad (6)$$

Luego

$$\lg(\zeta - \zeta_0) = \cos(\delta) \lg(\beta - \rho_0) \quad (7)$$

y

$$\lg(\zeta_0) = \cos(\delta) \lg(\rho_0) \quad (8)$$

El valor de la altura medida será

$$z_m = PE = t \cos(\alpha + \gamma) \quad (9)$$

donde t, α son medidos y γ se despeja de (4), (7) y (8). Este valor medido z_m será comparado con el valor que predice la ecuación de un paraboloide perfecto (1), para igual valor de abscisa x y ordenada y que las del punto P :

$$z + h \cos(\theta) = (1/4F)(x^2 + y^2) \quad (10)$$

Esta ecuación será la base del planteo del sistema a minimizar. Para esto, se debe expresarla en función de las variables observadas y de los parámetros a estimar (F, ρ_0, θ y δ). Notamos de las figs. 2 y 3 que

$$x=OE = TE \cos(\beta - \rho_0) - d = u \cos(\beta - \rho_0) - d \quad (11)$$

$$y=OE = u \cos(\beta - \rho_0) \quad (12)$$

Reemplazando en la (10) y definiendo

$$f = 1/4F$$

queda

$$z = f \left[(u \cos(\beta - \rho_0) - d)^2 + (u \cos(\beta - \rho_0))^2 \right] - h \cos(\theta) \quad (13)$$

o desarrollando,

$$z = f \left[u^2 + d^2 - 2du \cos(\beta - \rho_0) \right] - h \cos(\theta) \quad (14)$$

El error medido a lo largo del eje focal entre la superficie del paraboloide ajustado y el punto P sobre la superficie

real de la antena resulta dado por

$$e = z_p - z_m \quad (15)$$

Usando las expresiones (9) y (14) en (15) para calcular el error e en cada uno de los puntos observados, podemos definir

$$J = \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (16)$$

Si uno logra minimizar J , está ajustando a los puntos medidos sobre la superficie de la antena el mejor paraboloide de distancia focal F a estimar. Más aún, al tener como variables a estimar las de la posición angular del teodolito (θ, ρ_0, δ), independizamos la estimación de F de los posibles errores cometidos en la ubicación del instrumento.

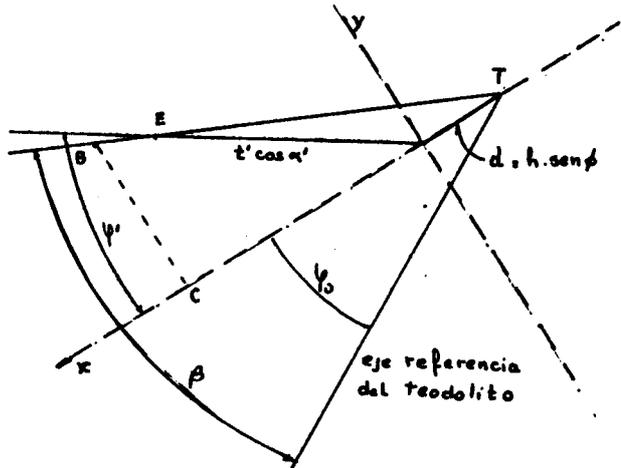


Figura 3

La expresión (16) resulta no lineal en los parámetros a determinar, por lo que una solución cerrada no es fácil. Por lo tanto, la minimización debe ser realizada en forma numérica con algún algoritmo apropiado.

3. Estimación de la rugosidad y la eficiencia

La ganancia G_0 de una antena referida al radiador isotrópico puede expresarse, ver [6] por ej., como

$$G_0 = (4\pi A / \lambda^2) \eta \quad (17)$$

donde λ es la longitud de onda, A es el área de apertura y η es la eficiencia de apertura. Esta eficiencia reduce la ganancia de la antena y depende de la distribución de los campos E y H que iluminan al reflector a través de las eficiencias

- η_i : de iluminación,
- η_s : de sobreiluminación (spillover),
- η_p : de error de fase,
- η_m : de polarización cruzada,
- η_b : de bloqueo;

pero también depende de la superficie del reflector por medio de la eficiencia por error de superficie η_e . La eficiencia η es el producto de todos estos factores.

En este trabajo nos ocupa la

cuantificación de η_0 . Para ello, en [1], [2] se ha determinado que si los errores de superficie están uniformemente distribuidos sobre el reflector, con un gran número de regiones no correlacionadas entre sí, se puede escribir

$$\eta_0 = \exp \left\{ - \left[\frac{4\pi s_0}{\lambda} \right]^2 \right\} \quad (18)$$

donde s_0 es el valor medio cuadrático de las desviaciones efectivas de la superficie

$$s_0^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2 \quad (19)$$

Las llamadas desviaciones efectivas de la superficie son definidas como la mitad del cambio de recorrido en la propagación de RF. Con referencia a la fig. 4, que muestra la superficie del reflector y la ideal, o sea la de un paraboloide ajustado como en la sección anterior, en los alrededores de un punto, se determina que

$$s = (d_1 + d_2)/2 = d_n \cos(\Delta) \quad (20)$$

Esto demuestra que la desviación efectiva se puede obtener en base a la desviación normal d_n y ángulo Δ .

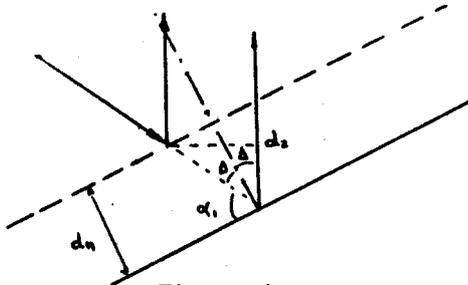


Figura 4

Para calcular s en cada punto medido consideramos el plano definido por el eje focal del paraboloide ajustado y uno de los puntos medidos P; ver fig. 5. La sección del plano con el paraboloide da una parábola.

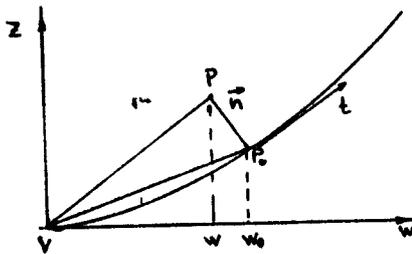


Figura 5

Calcularemos d_n y Δ en base a una aproximación. En efecto, en lugar de tomar la normal a la superficie real de la antena, como en la fig. 4, puesto que es desconocida, usamos la normal \hat{n} al paraboloide en un punto P_0 a determinar, y que pase por P. La abscisa w en fig. 5 corresponde a $y/x = \text{constante}$, entonces

$$w^2 = x^2 + y^2 \quad (21)$$

y un punto sobre la parábola, por ejemplo P_0 , satisface la ecuación

$$z_0 = f w_0^2 \quad (22)$$

El vector normal en P_0 está dado por

$$\hat{n} = \left(\frac{\partial z}{\partial w}(P_0), 1 \right) = (-2fw_0, 1) \quad (23)$$

pero no conocemos las coordenadas de P_0 por lo que debemos determinarlas. Ellas están dadas, para un valor todavía desconocido de $\lambda \geq 0$, por

$$\hat{P}_0 = \hat{P} - \lambda \hat{n} = \begin{cases} z_0 = z - \lambda \\ w_0 = w + 2\lambda f w_0 \end{cases} \quad (24)$$

y entonces tenemos, usando (22) y (24), que se debe cumplir

$$2f^2 w_0^3 + (1 - 2fz)w_0 - w = 0 \quad (25)$$

Los valores de z y w se conocen a partir de las coordenadas del punto P, mientras que f se conoce luego de ajustado el paraboloide a los puntos medidos. Por lo tanto se puede resolver la ecuación de tercer grado (25), obtener w_0 y luego, por (22), hallar z_0 .

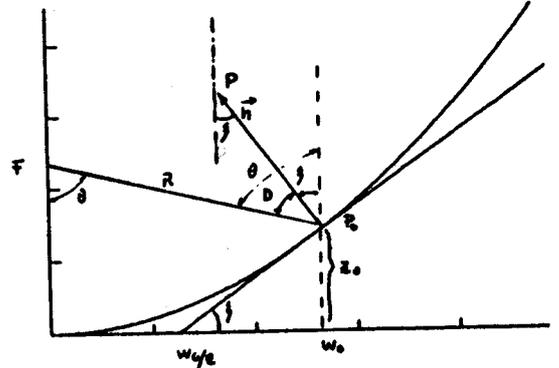


Figura 6

Resta ahora determinar el ángulo Δ , para lo que consideramos la fig. 6. De ella obtenemos que

$$\Delta = \theta - \zeta \quad (26)$$

mientras que esos ángulos se obtienen de las expresiones

$$\varphi(\theta) = \frac{w_0}{F - z_0}; \quad \varphi(\zeta) = \frac{2z_0}{w_0} \quad (27)$$

De esta manera es posible calcular las desviaciones efectivas con (20), usando luego (19) para su valor medio cuadrático s_0 ; recurriendo a (18) para computar η_0 .

4. Medición de una antena de radiotelescopio de 30 mts de diámetro

El método expuesto en las secciones anteriores fue usado para el estudio y caracterización de la superficie de un paraboloide de 30 metros de diámetro para el radiotelescopio que el Instituto Argentino de Radioastronomía (IAR) posee en sus instalaciones de Parque Pereyra Iraola, cerca de La Plata.

Como puntos a medir se seleccionaron 751 en las intersecciones de las costillas y anillos que determinan la estructura del reflector. Una vez tomadas las mediciones, se introdujeron en una computadora y se compensaron las mismas para tener en cuenta las variaciones de temperatura, etc., como ya fue explicado y se procesaron. En primer

término se ajustó el paraboloide, lo que arrojó un valor de $f=12.645m$, equivalente a una distancia focal $F=12.645m$. La relación $F/D=0.42$ verifica correctamente el valor de diseño de la antena.

El segundo punto de interés lo constituye el cómputo de las desviaciones de la superficie y el cálculo de su valor medio cuadrático σ_0 , para que por medio de la ecn. (18) se pueda evaluar el correcto funcionamiento para ciertas frecuencias. Se obtuvo un valor de $\sigma_0=0.0099m$ lo que indica un perfecto funcionamiento en banda L ($\lambda=21cm$ y $\lambda=18cm$), frecuencias actualmente utilizadas por los radiotelescopios.

Las imperfecciones pueden ser evaluadas con el "mapa de desviaciones" de la fig. 7, que muestra las desviaciones de los puntos con respecto a la superficie ideal, representadas por la dimensión vertical. La ubicación de los puntos en el paraboloide está dada por las coordenadas del plano horizontal de la fig. 7. Se aprecian algunas desviaciones notablemente mayores que el resto, lo que induce a suponer que son "outliers" y por lo tanto perjudicarán innecesariamente las estimaciones de σ_0 . La causa podría ser atribuida a errores en la medición o al introducir los datos en la computadora. Esto podría ser confirmado por un apropiado test estadístico, pero la situación es tan evidente que no fue considerado necesario. Al excluir esos valores, la desviación eficaz se tornó $\sigma_0=0.0066m$, con lo cual la performance de la antena resulta superior.

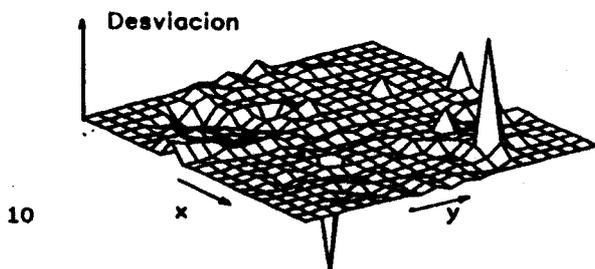


Figura 7

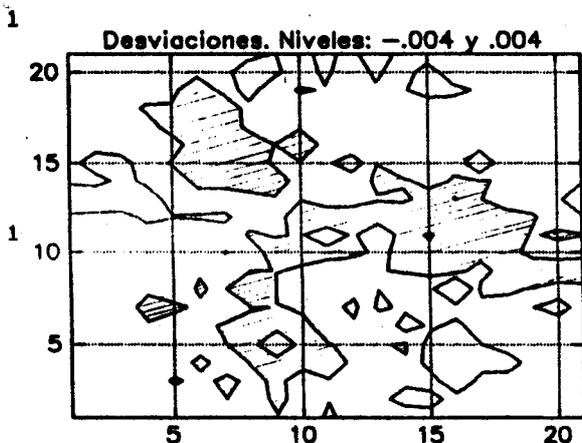


Figura 8

Finalmente se muestran gráficos con las curvas de "nivel" o contorno de la antena, figs. 8 y 9. En la fig. 8 se muestra en sombreado la zona de desviaciones negativas, encerrada por un contorno de desviación $-0.004m$, y sin sombreado se aprecia las zonas de desviaciones positivas, encerradas por un contorno de nivel $0.004m$. Se pueden observar claramente las zonas de depresión causadas por el trípode de apoyo del alimentador del reflector. Para ver este efecto con mayor detalle se incluye la fig. 9 que muestra las curvas de nivel para desviaciones de $-0.004m$ y $-0.006m$.

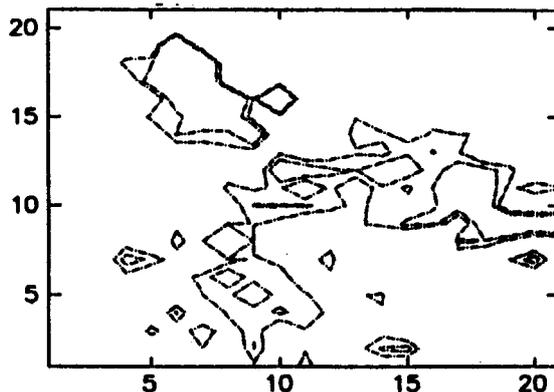


Figura 9

5. Conclusiones

Se ha mostrado un método simple que permite caracterizar eficazmente las imperfecciones de la superficie de un reflector parabólico con un teodolito. A diferencia de otras técnicas, permite la corrección de los resultados por errores de posicionamiento del instrumental de medida, particularmente, de ubicación del teodolito. Hemos mostrado cómo obtener información esencial para determinar el desempeño del reflector: la distancia focal y la eficiencia de apertura por error de superficie. El mapa de desviaciones también ofrece una clara indicación de las regiones adonde la antena está siendo exigida por solicitaciones mecánicas.

Asimismo, con los resultados expuestos, se podrían fácilmente tomar acciones correctorias en lugares precisos de la antena. Por ejemplo, una posibilidad en estudio es la de efectuar un test de hipótesis sobre el conjunto de desviaciones de una región para determinar si ésta debe ser reemplazada. También un análisis frecuencial en dos dimensiones contribuiría al estudio del comportamiento mecánico de la estructura soporte.

Un tratamiento preliminar de algunas de las ideas anteriores, así como un estudio de errores por el método de las perturbaciones, indicando el buen comportamiento de nuestra técnica respecto de los errores de medida,

puede verse en [6].

REFERENCIAS

[1] Melvyn S. Zarghamer, "Antenna Tolerance Theory", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Nov. 1967.

[2] John Ruze, "Antenna Tolerance Theory: A review", *IEEE Proceedings*, April 1966.

[3] M.J. Kesteven, B.F. Parsons and D.E. Yarsley, "Antenna reflector metrology: the Australian telescope experience", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, October 1968.

[4] M.J. Puttuock and H.C. Minnet, "Instrument for rapid measurement of surface deformation of a 210 feet radio telescope", *IEEE Proceedings*, Nov. 1966.

[5] Thomas A. Milligan, "Modern Antennas Design", Mc Graw Hill, N. York, 1967.

[6] J.A. Bava, A.J. Sanz, C.H. Muravchik y C. Rago, "Método de verificación de imperfecciones en superficies de antenas reflectoras parabólicas", Informe IAR, 1980.

José Alberto Bava nació en Pergamino, Argentina, el 13/05/52. Se graduó de Ing. en Telecomunicaciones en la U.N.L.P. en 1976. Es profesional Principal de la Carrera de Profesional del CONICET, realizando su actividad en el Instituto Argentino de Radioastronomía. Actualmente se encuentra ejerciendo el cargo de Prof. adjunto en la cátedra de Principios de Comunicaciones II, Fac. de Ingeniería, UNLP. Ha participado en varios congresos de electrónica y publicó varios artículos sobre temas de microondas en revistas nacionales.

Aurelio Juan Sanz nació en Tandil, Argentina, el 11/6/45. Se graduó de Ing. en Telecomunicaciones en la U.N.L.P. en 1966. Trabaja en el Instituto Argentino de Radioastronomía como profesional principal de la Carrera de Profesional del CONICET, realizando tareas en microondas. Es profesor titular en la UNBA, en la cátedra de Dispositivos Electrónicos. Ha publicado varios artículos sobre temas relacionados con las microondas y concurrió a varios congresos de electrónica.

Constantino Rago nació en Olavarría, Argentina, el 8/12/61. Se graduó de Ing. en Electrónica en la U.N.L.P. en 1986. Fue becario de Iniciación de la Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Bs. As. (CICPEA) (1986-1988). Actualmente es Becario de Perfeccionamiento (1988 hasta la fecha) de la misma institución y Jefe Trab. Prácticos de la Fac. de Ingeniería, U.N.L.P. Sus temas de interés son el procesamiento estadístico de señales, en particular arreglos de sensores y estimación de dirección de arriba.

Carlos H. Muravchik nació en Morón, Argentina, el 11/6/51. Se graduó de Ing. en Telecomunicaciones en la U.N.L.P. en 1973, M.Sc. in El. Engr. (1980), M.Sc. in Statistics (1983) y Ph.D. in El. Engr. (1983), todos en Stanford University. Fue Visiting Assistant Professor en Yale University (1983), miembro de la Comisión Nacional de Energía Atómica (1984/86), y actualmente es profesor en la U.N.L.P. e investigador de la C.I.C.P.B.A.. Sus temas de interés son el procesamiento estadístico de señales, identificación y modelización de sistemas, estimación espectral y teoría de sistemas no lineales.

Un Método para Verificación de Superficies de Grandes Reflectores Parabólicos

P. Arambel[‡], J. Bava^{*}, A. Sanz^{**}, C. Muravchik[†] y C. Rago[‡]

Instituto Argentino de Radioastronomía (IAR) y
Lab. de Electr. Industrial, Control e Instrumentación (LEICI)

RESUMEN

En este trabajo se presenta una técnica para caracterizar la superficie de grandes reflectores parabólicos usando el método del teodolito. Si bien existen varios métodos alternativos, este emplea elementos comunes y es relativamente sencillo, aunque laborioso. Se mide la ubicación de puntos sobre la superficie de la antena y se le ajusta un paraboloides de revolución a dicha superficie, de modo de minimizar su "distancia" cuadrática media. Si no se toman ciertas precauciones es posible cometer gruesos errores debido a la incertidumbre en el posicionamiento del teodolito. Con este método, dicha posición es también estimada y las correcciones que origina quedan directamente incorporadas a todos los parámetros estimados. Se muestra como estimar la distancia focal, posición del eje de la parábola, desviaciones efectivas, eficiencia de apertura por error de superficie y curvas de nivel que brindan información mecánica de utilidad. Los errores de este procedimiento son estudiados por una técnica de perturbaciones. Se aplica el método presente para estudiar el reflector de 30 metros de diámetro del radiotelescopio que el IAR posee en el Parque Pereyra Iraola.

1. Introducción.

Para obtener alta relación señal a ruido en comunicaciones satelitales y radioastronomía, es necesario contar con una antena de gran ganancia y directividad; por lo que es muy común el uso de grandes reflectores parabólicos. Los apartamientos de la superficie reflectora respecto del paraboloides ideal, causados por rugosidad de la superficie y corrimiento del foco por deformación de la misma, se traducen en una eficiencia de apertura del reflector menor que la calculada y en una degradación de performance. En consecuencia, es necesario poder medir dichos apartamientos, sea en la etapa de construcción o durante el mantenimiento de la antena. En esta última situación debe recordarse que en general estos grandes reflectores se encuentran expuestos a la acción del viento, deformaciones por peso propio, diferencias térmicas, etc. que modifican su superficie.

Dentro de los más comunes para el estudio y caracterización de la superficie de reflectores parabólicos se pueden citar los siguientes métodos:

- i)- fotométrico [4],
- ii)- holográfico [7],
- iii)- medida directa con teodolito [3].

Este último, si bien es un método indirecto de medida de la

* Profesional Principal CONICET. Docente UNLP.
** Profesional Principal CONICET. Docente UNBA.
† Investigador CICPBA. Docente UNLP.
‡ Becario de Perfeccionamiento CICPBA. Docente UNLP.

eficiencia de la antena, es posiblemente uno de los más usados puesto que requiere elementos de medición comunes, básicamente un teodolito y una cinta métrica.

El método consiste en medir la distancia y el ángulo de un conjunto de puntos distribuidos sobre la superficie reflectora. Para esto, con el teodolito ubicado sobre el eje de la parábola se miden los ángulos de elevación y azimuth de cada punto y con una cinta métrica, la distancia del punto al teodolito (con las correspondientes correcciones por catenaria y temperatura de la cinta métrica).

Si bien el método de medición resulta muy sencillo, cuando se desea calcular el apartamiento de un punto medido respecto al paraboloides de revolución ideal, aparecen dos problemas fundamentales:

- no se conoce el apartamiento del eje sobre el que se encuentra montado el teodolito respecto al eje del paraboloides ideal.
- no se conoce la ubicación ni la distancia focal del paraboloides ideal.

En este trabajo presentaremos un método para estimar el paraboloides de revolución que mejor se ajusta a los puntos medidos, en el sentido de minimizar la suma de las distancias verticales cuadráticas entre éstos y los correspondientes puntos sobre el paraboloides ideal. Una vez obtenido este paraboloides puede calcularse fácilmente la rugosidad media cuadrática de la superficie y estimar su contribución a la eficiencia de apertura de la antena.

2. Análisis del método de medición

Descripción:

La antena se ubica en forma horizontal, es decir con su eje focal en forma vertical, fig. 1. El teodolito se monta sobre el vértice del paraboloides a una altura h directamente medible sobre éste, definida por el tripode o montaje del teodolito. Su plataforma puede ajustarse con gran precisión, como es usual, para medir ángulos con relación al plano de la horizontal (α , elevación) y en ese plano (ζ , azimuth), con respecto a una dirección de referencia, por ejemplo la línea norte - sur geográfica.

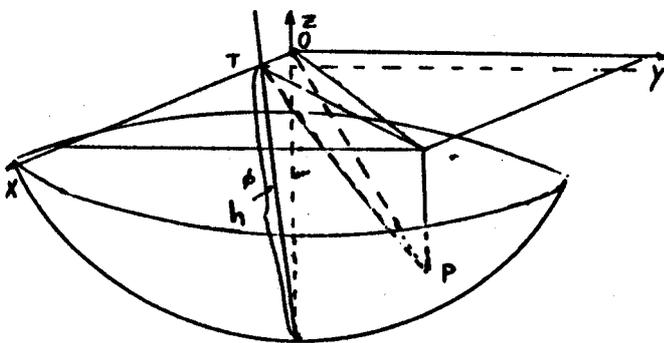


Figura 1

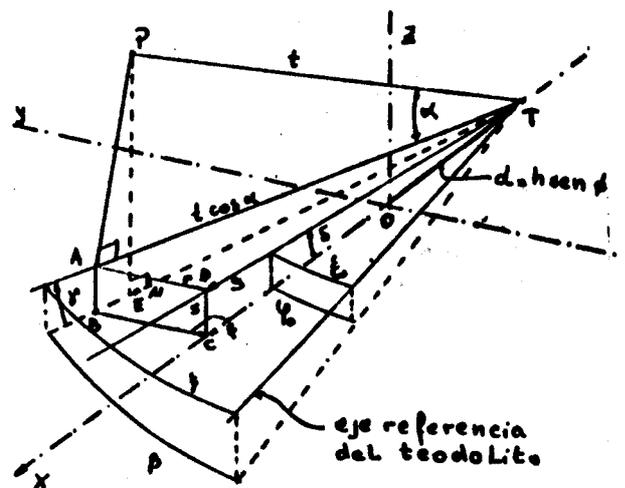


Figura 2

Notemos que en general el eje del teodolito estará inclinado

respecto del eje focal del paraboloide. La distancia entre un punto de la antena (P) y el teodolito (T) se mide con una cinta métrica. Lógicamente estas medidas deben ser hechas con sumo cuidado evitando las variaciones de temperatura, o compensando las medidas, e incorporando las correcciones necesarias por la catenaria que forma la cinta entre los puntos T y P.

Formulación:

A continuación veremos como realizar una descripción geométrica del problema acorde con los datos medidos. Como resultado de esta descripción, pondremos en evidencia las incógnitas del problema, así como sus relaciones.

Consideraremos un sistema de ejes cartesianos para describir fácilmente el paraboloide, ver figs. 1 y 2. El eje z está alineado con el eje focal del paraboloide. El plano xy es perpendicular a este eje y se encuentra ubicado de modo que contiene al punto T (extremo del teodolito) en su eje x . Esto facilita la descripción del ángulo de inclinación Φ (incógnita) entre el eje focal y el eje del teodolito. De esta manera el origen (O) de esta terna dista de T la cantidad $d = h \text{sen} \Phi$. Obsérvese que el eje de referencia azimutal del teodolito está en el plano horizontal que no coincide con el plano xy . Esta referencia dista de la proyección del eje x en el plano horizontal un azimut dado por ξ_0 (incógnita). Ese mismo ángulo medido en el plano xy es φ_0 .

Un punto P (sobre la superficie) está caracterizado por los siguientes parámetros (medidos):

- t = distancia punto-teodolito (PT);
- α = áng. de elevación respecto a la horizontal del teodolito;
- ξ = áng. azimutal con respecto a la ref. del teodolito.

En la fig. 2 se pueden ver los ángulos de elevación y azimuth y la distancia t . Debe tenerse en cuenta que el paraboloide ideal estará descrito por su ecuación canónica con respecto a un sistema de ejes que está desplazado respecto del anterior a lo largo del eje z en la cantidad $-h \text{cos} \Phi$, es decir

$$z + h \text{cos}(\Phi) = \frac{1}{4F} (x^2 + y^2) \tag{1}$$

donde F es la distancia focal del paraboloide, a ser estimado. Notemos que E es el punto P proyectado en forma perpendicular al plano xy , mientras que A es la proyección de P en el plano horizontal, a lo largo de la vertical. B es la proyección de A a lo largo de z , sobre el plano xy .

En la fig. 3 se puede ver una proyección sobre el plano xy de las líneas más destacadas de la fig. 2. Otras variables de interés de las figs. 2 y 3 son:

- δ = áng. entre el plano horizontal y el xy medido en el plano xz .
- γ = áng. entre TA y TB.

El valor de la altura medida será

$$z_m = PE = t \text{sen}(\alpha + \gamma) \tag{9}$$

donde t, α son magnitudes medidas y γ se obtiene, luego de algunas manipulaciones geométricas, de

$$\lg(\gamma) = \lg(\delta) \text{cos} \left\{ \lg^{-1} \left[\frac{\lg(\xi - \xi_0)}{\text{cos} \delta} \right] \right\} \tag{8}$$

Este valor medido z_m será comparado con el valor que predice la ecuación de un paraboloide perfecto (1), para igual valor de abscisa x y ordenada y que las del punto P:

$$z_m + h \text{cos}(\Phi) = (1/4F)(x^2 + y^2) \tag{10}$$

Esta ecuación será la base del planteo del sistema a minimizar.

Para esto, se debe expresarla en función de las variables observadas y de los parámetros a estimar (F , φ_0 , ξ y δ). Notamos de las figs. 2 y 3 que

$$x_{OE} = TE \cos(\beta - \varphi_0) - d = u \cos(\beta - \varphi_0) - d \quad (11)$$

$$y_{OE} = u \operatorname{sen}(\beta - \varphi_0) \quad (12)$$

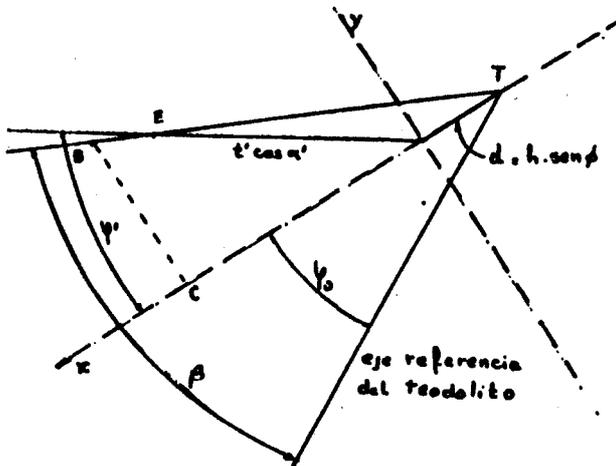


Figura 3

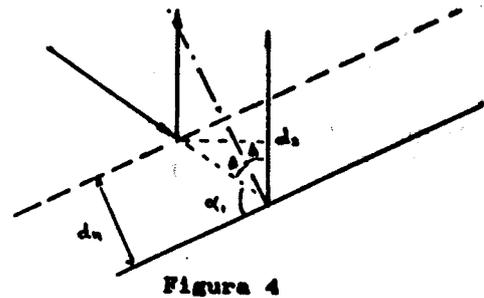


Figura 4

Reemplazando en la (10) y definiendo $f = 1/4F$ queda

$$z_p = f \left[(u \cos(\beta - \varphi_0) - d)^2 + (u \operatorname{sen}(\beta - \varphi_0))^2 \right] - h \cos(\xi) \quad (13)$$

o desarrollando,

$$z_p = f \left[u^2 + d^2 - 2du \cos(\beta - \varphi_0) \right] - h \cos(\xi) \quad (14)$$

El error medido a lo largo del eje focal entre la superficie del paraboloide ajustado y el punto P sobre la superficie real de la antena resulta dado por

$$e = z_p - z_m \quad (15)$$

Usando las expresiones (9) y (14) en (15) para calcular el error e_i en cada uno de los puntos observados, podemos definir

$$J = \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (16)$$

Si uno logra minimizar J , está ajustando a los puntos medidos sobre la superficie de la antena el mejor paraboloide de distancia focal F a estimar. Más aún, al tener como variables a estimar las de la posición angular del teodolito (ξ , φ_0 , δ), independizamos la estimación de F de los posibles errores cometidos en la ubicación del instrumento.

La expresión (16) resulta no lineal en los parámetros a determinar, por lo que una solución cerrada no es fácil. Por lo tanto, la minimización debe ser realizada en forma numérica con algún algoritmo apropiado.

3. Estimación de la rugosidad y la eficiencia

La ganancia G_0 de una antena referida al radiador isotrópico puede expresarse, ver [6] por ej., como

$$G_0 = (4\pi A / \lambda^2) \eta \quad (17)$$

donde λ es la longitud de onda, A es el área de apertura y η es la eficiencia de apertura. Esta eficiencia reduce la ganancia de la antena y depende de la distribución de los campos E y H que iluminan al reflector a través de las eficiencias

- η_i : de iluminación,
- η_s : de sobreiluminación (spillover),
- η_p : de error de fase,
- η_H : de polarización cruzada,
- η_b : de bloqueo;

pero también depende de la superficie del reflector por medio de la eficiencia por error de superficie η_e . La eficiencia η es el producto de todos estos factores.

En este trabajo nos ocupa la cuantificación de η_e . Para ello, en [1], [2] se ha determinado que si los errores de superficie están uniformemente distribuidos sobre el reflector, con un gran número de regiones no correlacionadas entre sí, se puede escribir

$$\eta_e = \exp \left\{ - \left[\frac{4\pi\epsilon_0}{\lambda} \right]^2 \right\} \quad (18)$$

donde ϵ_0 es el valor medio cuadrático de las desviaciones efectivas de la superficie

$$\epsilon_0^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2 \quad (19)$$

Las llamadas desviaciones efectivas de la superficie son definidas como la mitad del cambio de recorrido en la propagación de RF. Con referencia a la fig. 4, que muestra la superficie del reflector y la ideal, o sea la de un parabolóide ajustado como en la sección anterior, en los alrededores de un punto, se determina que

$$\epsilon = (d_1 + d_2)/2 = d_n \cos(\Delta) \quad (20)$$

Esto demuestra que la desviación efectiva se puede obtener en base a la desviación normal d_n y ángulo Δ . Para calcular ϵ en cada punto medido consideramos el plano definido por el eje focal del parabolóide ajustado y uno de los puntos medidos P , ver fig. 5. La sección del plano con el parabolóide da una parábola.

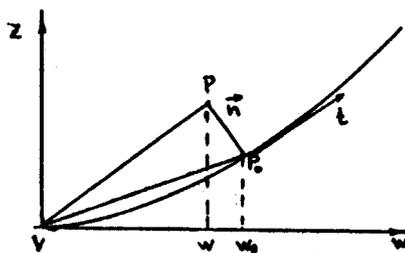


Figura 5

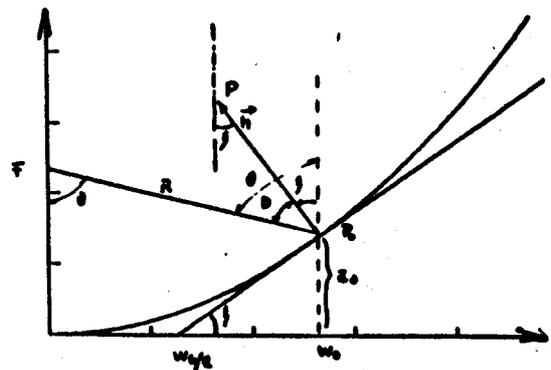


Figura 6

Calcularemos d_n y Δ en base a una aproximación. En efecto, en lugar de tomar la normal a la superficie real de la antena, como en la fig. 4, puesto que es desconocida, usamos la normal \vec{n} al parabolóide en un punto P_0 a determinar, y que pase por P . La abscisa w en fig. 5 corresponde a $y/x = \text{constante}$, entonces

$$w^2 = x^2 + y^2 \quad (21)$$

y un punto sobre la parábola, por ejemplo P_0 , satisface

$$z_0 = f w_0^2 \quad (22)$$

El vector normal en P_0 está dado por

$$\vec{n} = \left(\frac{\partial z}{\partial w}(P_0), 1 \right) = (-2fw_0, 1) \quad (23)$$

pero no conocemos las coordenadas de P_0 por lo que debemos determinarlas. Ellas están dadas, para un valor todavía desconocido de $\lambda \geq 0$, por

$$\vec{p}_0 = \vec{p} - \lambda \vec{n} = \begin{cases} z_0 = z - \lambda \\ w_0 = w + 2\lambda fw_0 \end{cases} \quad (24)$$

y entonces tenemos, usando (22) y (24), que se debe cumplir

$$2f^2 w_0^3 + (1 - 2fz)w_0 - w = 0 \quad (25)$$

Los valores de z y w se conocen a partir de las coordenadas del punto P , mientras que f se conoce luego de ajustado el paraboloide a los puntos medidos. Por lo tanto se puede resolver la ecuación de tercer grado (25), obtener w_0 y luego, por (22), hallar z_0 .

Resta ahora determinar el ángulo Δ , para lo que consideramos la fig. 6. De ella obtenemos que $\Delta = \theta - \zeta$, mientras que esos ángulos se obtienen de las expresiones

$$\varphi(\theta) = \frac{w_0}{F - z_0} ; \quad \varphi(\zeta) = \frac{2z_0}{w_0} \quad (27)$$

De esta manera es posible calcular las desviaciones efectivas con (20), usando luego (19) para su valor medio cuadrático ϵ_0 ; recurriendo a (18) para computar η_0 .

4. Medición de una antena de radiotelescopio de 30 mts de diámetro

El método expuesto en las secciones anteriores fue usado para el estudio y caracterización de la superficie de un paraboloide de 30 metros de diámetro para el radiotelescopio que el *Instituto Argentino de Radioastronomía* (IAR) posee en sus instalaciones de Parque Pereyra Iraola, cerca de La Plata.

Como puntos a medir se seleccionaron 751 en las intersecciones de las costillas y anillos que determinan la estructura del reflector. Una vez tomadas las mediciones, se introdujeron en una computadora y se compensaron las mismas para tener en cuenta las variaciones de temperatura, etc., como ya fue explicado y se procesaron. En primer término se ajustó el paraboloide, lo que arrojó un valor de $f=0.01977$, equivalente a una distancia focal $F=12.645m$. La relación $F/D=0.42$ verifica correctamente el valor de diseño de la antena.

El segundo punto de interés lo constituye el cómputo de las desviaciones de la superficie y el cálculo de su valor medio cuadrático ϵ_0 , para que por medio de la ecn. (18) se pueda evaluar el correcto funcionamiento para ciertas frecuencias. Se obtuvo un valor de $\epsilon_0=0.0099m$ lo que indica un perfecto funcionamiento en banda L ($\lambda=21cm$ y $\lambda=18cm$), frecuencias actualmente utilizadas por los radiotelescopios.

Las imperfecciones pueden ser evaluadas con el "mapa de desviaciones" de la fig. 7, que muestra las desviaciones de los puntos con respecto a la superficie ideal, representadas por la dimensión vertical. La ubicación de los puntos en el paraboloide está dada por las coordenadas del plano horizontal de la fig. 7. Se aprecian algunas desviaciones notablemente mayores que el resto, lo que induce a suponer que son "outliers" y por lo tanto perjudicarán innecesariamente las estimaciones de ϵ_0 . La causa podría ser atribuida a errores en la medición o al introducir los datos en la computadora. Esto podría ser confirmado por un apropiado test estadístico, pero la situación es tan evidente que no fue considerado necesario. Al excluir esos valores, la desviación eficaz se tornó $\epsilon_0=0.0066m$, con lo cual la performance

de la antena resulta superior.

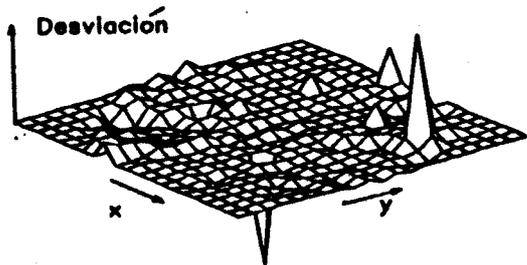


Figura 7

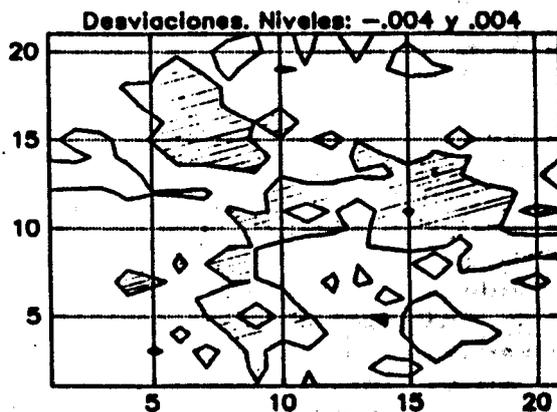


Figura 8

Finalmente se muestran gráficos con las curvas de "nivel" o contorno de la antena, fig. 8, donde se muestra en sombreado la zona de desviaciones negativas, encerrada por un contorno de desviación -0.004m , y sin sombreado se aprecia las zonas de desviaciones positivas, encerradas por un contorno de nivel 0.004m . Se pueden observar claramente las zonas de depresión causadas por el tripode de apoyo del alimentador del reflector.

5. Análisis de los errores

Tanto el teodolito como la cinta métrica usados en la recolección de las medidas brutas poseen cierta exactitud que origina errores en la determinación de las desviaciones. El teodolito incurre en un error de 2 seg. en los ángulos, mientras que en las longitudes se comete un error de 1mm ; ambos valores de desviación standard.

En vista de la compleja vinculación existente entre las medidas de un punto de la parábola y la desviación correspondiente a otro, se implementó un método de perturbación para caracterizar la varianza de los errores. El método consiste en adicionar procesos aleatorios blancos, gaussianos e independientes a cada medición, con desviaciones standard compatibles con las de los instrumentos. Se hallan los valores que minimizan el funcional J de (16) y se repite el proceso un cierto número de veces, 20 en nuestro caso. De este modo, se dispone de múltiples "estimaciones" de los mismos parámetros, a las que se les puede estimar media y varianza, en forma similar al método de Montecarlo.

Debe tenerse en cuenta, que a diferencia del análisis clásico de errores, no se obtiene aquí el peor caso sino una estimación mucho más equitativa, pues promedia en sentido estadístico la influencia de todos los puntos por igual, sin "ensañarse" con ninguno en particular.

El valor obtenido para la desviación standard de la distancia focal fue de

$$\sigma_f = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mm.}$$

mientras que para las desviaciones fue

$$\sigma_e = 2 \cdot 10^{-9} \text{ mm.}$$

lo que resulta notable para un método tan simple conceptualmente como el expuesto.

6. Conclusiones

Se ha mostrado un método simple que permite caracterizar eficazmente las imperfecciones de la superficie de un reflector parabólico con un teodolito. A diferencia de otras técnicas, permite la corrección de los resultados por errores de posicionado del instrumental de medida, particularmente, de ubicación del teodolito. Hemos mostrado cómo obtener información esencial para determinar el desempeño del reflector: la distancia focal y la eficiencia de apertura por error de superficie. El mapa de desviaciones también ofrece una clara indicación de las regiones adonde la antena está siendo exigida por sollicitaciones mecánicas.

Asimismo, con los resultados expuestos, se podrían fácilmente tomar acciones correctorias en lugares precisos de la antena. Por ejemplo, una posibilidad en estudio es la de efectuar un test de hipótesis sobre el conjunto de desviaciones de una región para determinar si ésta debe ser reemplazada. También un análisis frecuencial en dos dimensiones contribuiría al estudio del comportamiento mecánico de la estructura soporte.

7. Referencias

- [1] Mehdy S. Zarghamee, "On Antenna Tolerance Theory", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Nov. 1967, pp. 310-314.
- [2] John Ruze, "Antenna Tolerance Theory: A review", *IEEE Proceedings*, vol. 54, no. 4, April 1966, pp. 633-640.
- [3] M.J. Kesteven, B.F. Parsons and D.E. Yarsley, "Antenna reflector metrology: the Australian telescope experience", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, October 1988, pp. 1481-1484.
- [4] M.J. Puttock and H.C. Minnet, "Instrument for rapid measurement of surface deformation of a 210 feet radio telescope", *IEE Proceedings*, Nov. 1966, pp. 1723-1730.
- [5] Thomas A. Milligan, "Modern Antennas Design", Mc Graw Hill, N. York, 1985.
- [6] J.A. Baya, A.J. Sanz, C.H. Muravchik y C. Rago, "Método de verificación de imperfecciones en superficies de antenas reflectoras parabólicas", *Informe Interno IAR No. 66*, Instituto Argentino de Radioastronomía, Univ. Nac. de La Plata, 1900 La Plata, Argentina, Agosto 1990.
- [7] P.F. Scott and M. Ryle, "A rapid method for measuring the figure of a radiotelescope reflector", *Mon. Nat. R. Astron. Soc.*, vol. 178, pp. 539, 1977.