

Interacciones hadrónicas en el entorno de agujeros negros galácticos

Gabriela Soledad Vila

Tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

14 de marzo de 2007

TEMA: Estudios teóricos de procesos radiativos en binarias de rayos X

ALUMNA: Gabriela Soledad Vila

LU N°: 112/00

LUGAR DE TRABAJO: Instituto Argentino de Radioastronomía (IAR)

DIRECTOR DEL TRABAJO: Dr. Gustavo E. Romero

FECHA DE INICIACION: diciembre de 2005

FECHA DE FINALIZACION: febrero de 2007

FECHA DE EXAMEN: 14 de marzo de 2007

INFORME FINAL APROBADO POR:

Gabriela S. Vila - Autor

Dr. Daniel Gómez - Jurado

Dr. Gustavo E. Romero - Director

Dr. Leonardo Pellizza - Jurado

Dra. Mirta Gil -
Profesora de Tesis de Licenciatura

Dr. Adrián Rovero - Jurado

No nos preguntamos qué propósito útil hay en el canto de los pájaros, cantar es su deseo desde que fueron creados para cantar. Del mismo modo no debemos preguntarnos por qué la mente humana se preocupa por penetrar los secretos de los cielos... La diversidad de los fenómenos de la Naturaleza es tan grande y los tesoros que encierran los cielos tan ricos, precisamente para que la mente del hombre nunca se encuentre carente de su alimento básico.

JOHANNES KEPLER

Mysterium Cosmographicum

Agradecimientos

Quisiera agradecer a las personas que me acompañaron durante todos estos años de estudio, y espero sigan conmigo en el futuro.

Antes que a nadie a mi director, el Dr. Gustavo E. Romero. Por haberme prestado siempre tu atención, pero también por tratar de enseñarme a ser independiente. Por tomar mi trabajo seriamente, darme la oportunidad de mostrarlo e incluirme en tus proyectos. ¡Gracias Gustavo!

A la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, a la que le debo esta primera etapa de mi formación como científica y como docente. Al Instituto Argentino de Radioastronomía, donde voy a continuar. Y al CONICET y la ANPCyT, ya que varios aspectos relacionados con este trabajo fueron cubiertos a través de los subsidios PIP 5375/05 y PICT 03-13291 BID 1728/OC-AR.

A mi familia: mis padres, mi hermano y abuelos, sin los que nada hubiera sido posible. En especial a mi madre Alicia, la que soportó de verdad (¡aunque a veces no sin chistar!) el mal humor y el cansancio que se hicieron inevitables en tantos años de carrera.

A las chicas del GARRA: Anabella y Mariana. Gracias por haberme ayudado con esas cuentas que no querían salir, y por ser tan buenas compañeras de viaje. Y también a Paula, por ser siempre tan atenta conmigo. ¡Estoy muy contenta de formar parte de su grupo!

A mis compañeros de la facu: Cecilia, Tomás, Micaela, Eugenia, Juan, María Laura,... Los días en el Pabellón I hubieran sido interminables sin ustedes. ¡Gracias por su compañía!

A Santiago, que se fue rápido a buscar fortuna a otras tierras, pero que siempre vuelve y se acuerda de mi. Gracias por haber estado conmigo en aquel comienzo a los tropezones.

A mis amigas de siempre, las que entendieron mi cansancio y mis ausencias: Claudia, Mariana y Paola. Y en especial a Lili, la única que conoce toda la historia desde el principio.

A María Rosa, la mejor compañera de trabajo. Gracias por tu cariño y tus consejos.

Finalmente, quiero dedicar esta Tesis a dos personas:

A Alejandra, mi compañera de aventuras. Por todas las horas de estudio y de charla compartidas, haciendo proyectos (algunos delirantes) que de a poco se van a cumplir. ¡Gracias Ale!

A Martín, mi amigo incondicional. Por haber creído casi irracionalmente en mi, en mi criterio y mis opiniones, y haber confiado tanto en mi como persona. Gracias por haberme acompañado, y recordá que lo mejor está todavía por venir.

Gabriela
Marzo de 2007

Índice

Resumen	3
Introducción	5
1. Binarias de rayos X y microcuasares	7
1.1. Breve reseña histórica	7
1.2. Microcuasares	12
1.2.1. La estrella compañera	14
1.2.2. El objeto compacto	14
1.2.3. El disco de acreción	17
1.2.4. La corona	22
1.2.5. El jet	30
1.3. El ciclo dinámico	32
2. Caracterización del entorno de un agujero negro acrecante	37
2.1. Caracterización de la corona	37
2.2. Dos ejemplos concretos: Cygnus X-1 y XTE J118+480	40
3. Interacciones de partículas en la corona	45
3.1. Modelos leptónicos y hadrónicos	45
3.2. Enfriamiento de protones relativistas	47
3.3. La distribución de protones relativistas	50

4. Cálculo de espectros	57
4.1. Procesos radiativos	57
4.2. Espectros de producción	62
5. Efectos de propagación	69
5.1. Opacidad y absorción	69
5.2. Espectros secundarios y cascadas electromagnéticas	74
6. Distribución monoenergética de protones	81
6.1. Caracterización de la distribución	81
6.2. Espectros de producción y efectos de absorción	83
7. Conclusiones	87
Bibliografía	90
A. Mecanismo de aceleración de Fermi	97

Resumen

Se presenta un análisis de los distintos tipos de interacciones de una distribución de protones relativistas con el medio, en las condiciones típicas de la corona de un agujero negro acretaante galáctico. La región de interacción se caracteriza aplicando un modelo sencillo, que permite estimar los valores de los parámetros físicos relevantes. Se consideran varios mecanismos de interacción entre los protones relativistas y los campos de materia, radiación y campo magnético en la corona, y se obtienen estimaciones de la luminosidad en rayos gamma producto de los procesos dominantes. Por último, se discuten los posibles efectos de la opacidad del medio sobre la propagación de los fotones. El modelo se aplica a dos sistemas binarios concretos, Cygnus X-1 y XTE J1118+480, con estrella compañera de gran masa y de baja masa, respectivamente.

Introducción

Algunos agujeros negros galácticos no se encuentran aislados, sino formando parte de sistemas binarios con estrellas normales. La interacción entre el objeto compacto y su compañera resulta en una riquísima variedad de fenómenos físicos. El material estelar cae hacia el objeto compacto, formando un complejo sistema alrededor del mismo: disco de acreción, regiones de plasma ultra caliente, e inclusive chorros o *jets* de partículas relativistas, son componentes que pueden estar presentes alrededor de un agujero negro. Cuando se observan *jets*, el sistema recibe el nombre particular de *microquasar*. La detección de radiación electromagnética de alta energía proveniente de sistemas binarios con agujeros negros acretantes es conocida desde hace décadas. En los últimos años las observaciones han confirmado que el espectro se extiende incluso hasta los rayos gamma. El origen de esta emisión constituye uno de los problemas de mayor actualidad en el campo de la astrofísica. En el caso de los *microquasares*, la mayor parte de los modelos existentes sitúan la región de emisión gamma lejos del objeto compacto, específicamente en los *jets*. El mecanismo físico subyacente es la interacción de las partículas relativistas (leptones o hadrones) que lo componen con el medio. Como alternativa a estos modelos, en este trabajo se propone estudiar la posibilidad de producción de radiación de alta energía en la región inmediatamente cercana a un agujero negro acretante. Se intentará demostrar que, bajo ciertas hipótesis muy generales, las condiciones físicas son las apropiadas para la producción de rayos gamma de origen hadrónico. Se describirán los espectros resultantes y se analizarán los posibles efectos de la absorción sobre la propagación de los fotones. El modelo se aplicará a dos casos de interés particular: los *microquasares* con estrellas compañeras de baja y gran masa.

CAPÍTULO 1

Binarias de rayos X y microcuasares

1.1. Breve reseña histórica

Mucho antes de que pudieran ser detectadas experimentalmente, la existencia de fuentes cósmicas de rayos gamma ya había sido predicha en forma teórica. En los trabajos de Hayakawa (1952), Hutchinson (1952) y Morrison (1958) entre otros, se proponían varios mecanismos de producción de radiación gamma, entre ellos el decaimiento de piones neutros, radiación de frenado (*Bremsstrahlung*) de electrones, aniquilación de materia-antimateria, fulguraciones solares y líneas producidas por nucleosíntesis. Aunque muchas de estas predicciones resultaron ser demasiado optimistas, motivaron a comienzos de la década de 1960 los primeros esfuerzos por lograr su detección. El primer telescopio de rayos gamma se puso en órbita en 1961 a bordo del satélite Explorer-XI, que logró registrar apenas 31 fotones gamma. Estos parecían formar un fondo uniforme de radiación, tal como se esperaría si su origen se encontrara en la interacción de rayos cósmicos con el material interestelar. Algo más adelante, en 1967, se logró la primera detección de emisión gamma en nuestra galaxia mediante un instrumento a bordo del satélite OSO-3 (Orbiting Solar Observatory 3), que contabilizó 621 eventos.

Los avances más importantes llegaron recién con los satélites SAS-2 (Small Astronomy Satellite 2) en 1972 y COS-B entre 1975 y 1982. A través de estos instrumentos se conformaría lo que fue el primer mapa detallado del cielo en

rayos gamma. Se confirmaron los hallazgos anteriores respecto del fondo de radiación y se detectaron también varias fuentes puntuales. Las más luminosas se identificaron como pulsares en las nebulosas del Cangrejo y Vela. Una tercer fuente en la constelación de Géminis, conocida como Geminga, también se ubicó en esta categoría aunque recién en 1991. Sin embargo, la mayor parte de las fuentes no pudo ser correlacionada con estrellas individuales o sistemas conocidos debido a la pobre resolución de los detectores.

El descubrimiento quizá más espectacular ocurrió entre fines de la década de 1960 y principios de la década de 1970, cuando la serie de satélites militares Vela comenzó a registrar explosiones de rayos gamma. Estos instrumentos habían sido originalmente diseñados para detectar posibles pruebas de armas nucleares en la atmósfera. Sorpresivamente, resultó que el origen de las explosiones no era terrestre sino que provenían del espacio exterior. El estudio de las erupciones de rayos gamma (*gamma-ray bursts*) es hoy en día uno de los tópicos de mayor actualidad en el campo de la astronomía de rayos gamma.

En 1977 NASA anunció la construcción del primer gran observatorio de rayos gamma, el Compton Gamma-Ray Observatory (CGRO), lanzado en 1991 y que operó exitosamente hasta su salida de órbita en 2000. El satélite contaba con cuatro instrumentos que mejoraron sustancialmente la resolución espacial y temporal de las observaciones anteriores. Entre ellos se encontraba el telescopio EGRET (Energetic Gamma-Ray Experiment Telescope), dedicado a observar el cielo en rayos gamma entre 20 MeV y 30 GeV. Este instrumento era de diez a veinte veces más sensible que los detectores anteriores que operaban en el mismo rango.

Entre las 271 fuentes detectadas a más de 100 MeV que conforman el Tercer Catálogo EGRET (Hartman et al. 1999, ver Figura (1.1)) se encontraban 5 pulsares, la fulguración solar de 1991, una radio galaxia (Cen A), una galaxia normal (la Gran Nube de Magallanes), un gran número de *blazares* (66 de ellos identificados con alta confianza y otros 27 potenciales candidatos más) y unas 170 fuentes no identificadas con objetos conocidos. Éstas representaban 2/3 de todas las detecciones realizadas por EGRET. Como se observa en la Figura (1.2) (Romero et al. 1999) las mismas se concentran preferentemente en el plano de la galaxia, mostrando además una tendencia a agruparse hacia el centro. Esto indica que la mayoría de las fuentes no identificadas podría tener origen galáctico.

Mientras tanto, en 1992 Mirabel et al. realizan un importante descubrimiento. Observando con el Very Large Array (VLA) la fuente de rayos X

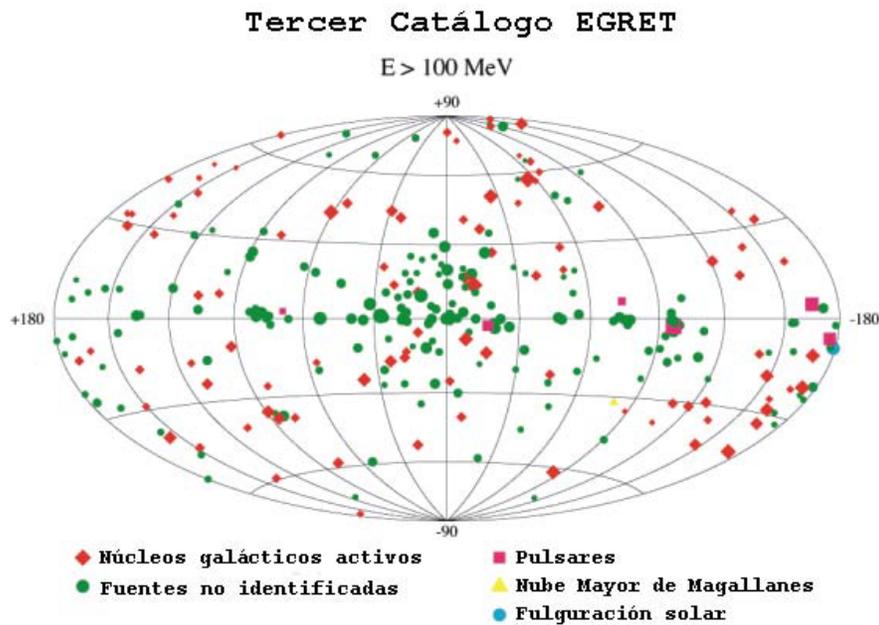


Figura 1.1: Distribución en coordenadas galácticas de las fuentes detectadas por EGRET a más de 100 MeV. Del Tercer Catálogo EGRET, Hartman et al. (1999).

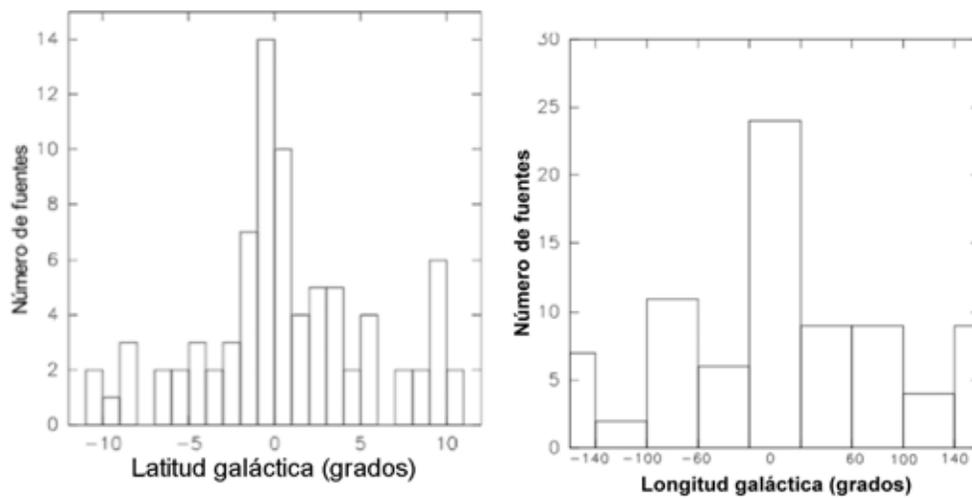


Figura 1.2: Distribución de las fuentes EGRET no identificadas con la latitud y longitud galáctica. De Romero et al. (1999).

duros 1E1740.7-2942 cercana al centro galáctico, detectaron un par de eyecciones en forma de chorros siendo despedidos en forma simétrica desde un

objeto compacto y variable (Mirabel et al. 1992, ver Figura (1.3)). Los mismos se extendían por algo más de un parsec para terminar en lóbulos que emitían en radio, probablemente debido a radiación sincrotrón de electrones y positrones eyectados del objeto central. Esta nueva clase de sistemas astrofísicos recibió el nombre de *microquasares*, ya que compartían los rasgos básicos asociados con los ya conocidos *quasares* (objeto central, disco de acreción y *jets* relativistas) aunque en escala varios órdenes de magnitud menor en todos los aspectos. La asociación se llevó aún más allá, proponiéndose que los procesos físicos subyacentes podían ser los mismos en ambos casos.

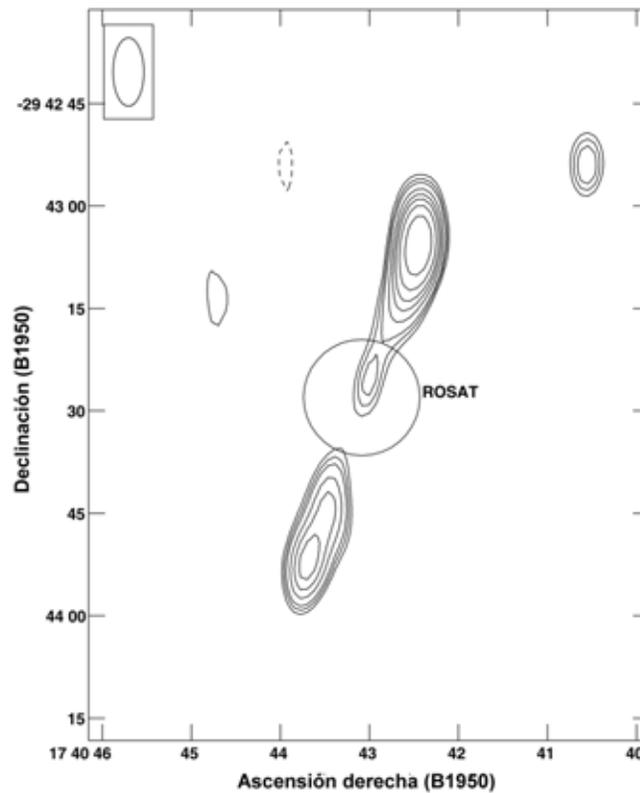


Figura 1.3: Imagen en radio de los *jets* del *microquasar* 1E1740.7-2942. De Mirabel et al. (1992).

En particular, los *microquasares* poseían todos los elementos para producir radiación gamma: eyecciones de partículas relativistas e intensos campos de radiación (y en ciertos casos de materia en forma de vientos estelares) capaces de interactuar con leptones o hadrones energéticos. Otros sistemas

astrofísicos con componentes similares como los *blazares*, ya habían sido detectados en rayos gamma. Algunos trabajos teóricos comenzaron entonces a explorar la posibilidad de obtener emisión electromagnética de alta energía en objetos de esta clase, como SS 433 (Band & Grindlay 1986), GRS 1915+105 (Aharonian & Atoyan 1998, Atoyan & Aharonian 1999) y GRO 1655+40 (Levinson & Blandford 1996).

La idea se confirmaría en el año 2000, cuando Paredes et al. reportaron el descubrimiento del *microquasar* LS 5039 (ver Figura (1.4)). El hallazgo tenía la interesante particularidad de que LS 5039 residía dentro del intervalo de 95% de confianza de la fuente EGRET no identificada 3EG J1824-1514. La coincidencia en posición sugería fuertemente la asociación de ambas fuentes. Este descubrimiento renovó el interés en los *microquasares* como potenciales fuentes de rayos gamma.

Pero este caso no fue el único. En 2001 se detectó la presencia de *jets* emisores de radio en el sistema binario LS I+61 303 (Massi et al. 2001, 2004), que pasó entonces a formar parte de la categoría de *microquasar*¹. Este objeto es la posible contraparte de la fuente EGRET no identificada 3EG J0241+6103 (Massi 2004).

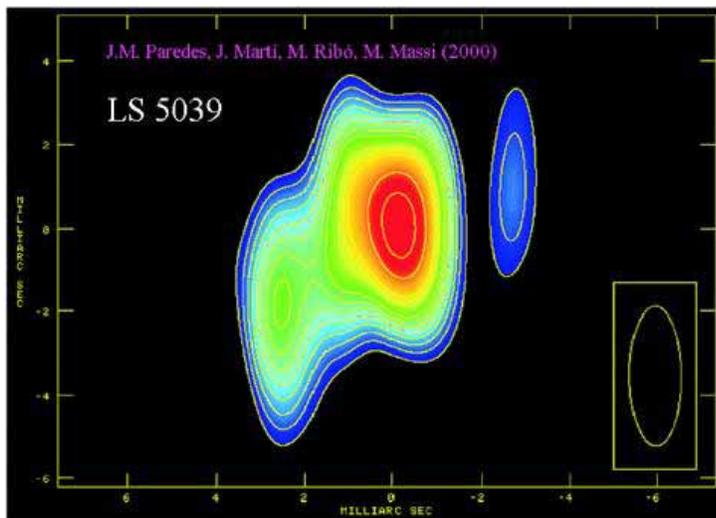


Figura 1.4: Imagen de los *jets* de LS 5039. De Paredes et al. (2000).

En 2004 Combi et al. propusieron un nuevo candidato a *microquasar*, la fuente de rayos gamma AX J1639.0-4642, asociándola al mismo tiempo con

¹Recientemente, esto ha sido cuestionado (Dubus 2006).

la fuente EGRET 3EG J1639-4702². Muy recientemente los telescopios Cherenkov terrestres MAGIC y HESS han logrado detectar a los *microcuasares* LS 5039 (Aharonian et al. 2005, 2006) y LS I+61 303 (Albert et al. 2006) a energías del orden de los TeV. Estas observaciones posicionan definitivamente a los *microcuasares* dentro del campo de la astronomía de rayos gamma.

El número de *microcuasares* conocidos asciende hoy a 15. Existen también algunas fuentes, como por ejemplo XTE J1118+480, consideradas candidatas a *microcuasares* cuyos *jets* todavía no han sido resueltos en radio, aunque su existencia se infiere desde el punto de vista teórico. Algunos autores (Fender 2001, 2004) han propuesto que todas las binarias de rayos X que presentan emisión en radio son *microcuasares*, con *jets* aún no detectados debido a la baja sensibilidad o resolución de los instrumentos actuales. Se ha sugerido también (Kaufman-Bernadó et al. 2002; Romero et al. 2004; Bosch-Ramon et al. 2005) que el grupo de fuentes EGRET no identificadas situadas a bajas latitudes galácticas puede estar formado por *microcuasares* cuya distribución espectral tiene un máximo en la región de los MeV-GeV. Es muy posible que en un futuro cercano se incremente el número de *microcuasares* conocidos en nuestra galaxia, o incluso en galaxias cercanas. Próximas misiones espaciales como GLAST o AGILE, con sensibilidades entre 10 y 100 veces superior a la de EGRET, y la nueva generación de telescopios terrestres Cherenkov como MAGIC y HESS tendrán a su cargo los nuevos descubrimientos. Con este respaldo observacional, se presenta entonces desde el punto de vista teórico la oportunidad justa para tratar de avanzar en la comprensión de los procesos físicos que ocurren en el interior de estos objetos.

1.2. Microcuasares

Definiremos como *microcuasares* a aquellas binarias de rayos X capaces de producir *jets*. Como su nombre lo indica, los *microcuasares* son versiones en escala reducida de los *cuasares* en la mayoría de los aspectos. Ambos sistemas comparten la presencia de tres elementos fundamentales:

- Un objeto compacto rotante central
- Un disco de acreción
- Un par de chorros colimados (*jets*) de partículas relativistas

²La posterior detección de pulsaciones en esta fuente por Thompson et al. (2006) debilitó la asociación.

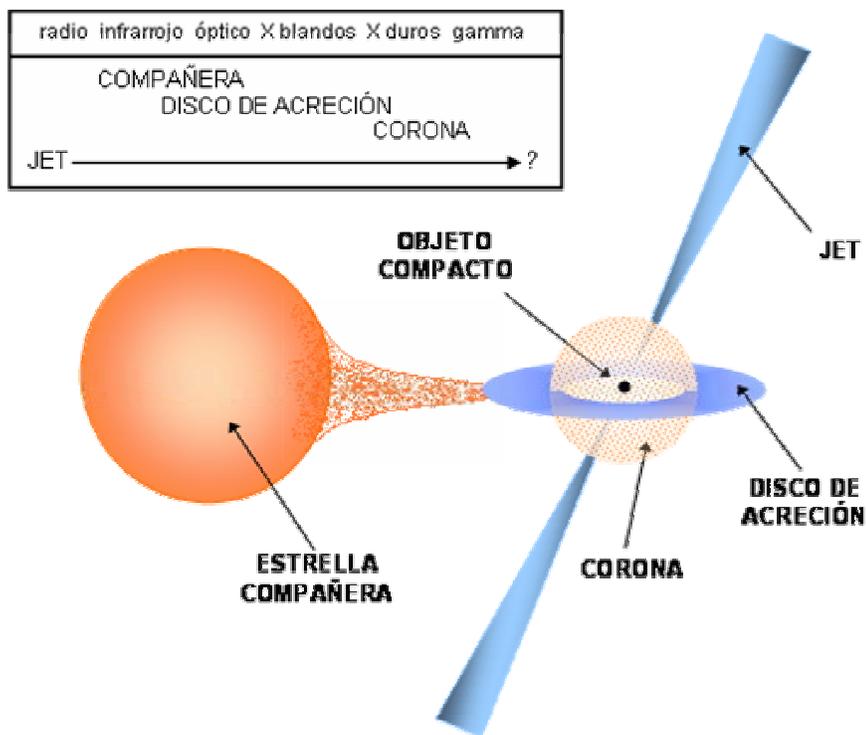


Figura 1.5: Principales componentes de un *microcuasar*.

La Figura (1.5) esquematiza los principales componentes de un *microcuasar*. A diferencia de los *cuasares*, donde el objeto central es siempre un agujero negro supermasivo (típicamente de millones de masas solares) situado en el centro de alguna galaxia, en un *microcuasar* el objeto acretante puede ser un agujero negro de algunas masas solares o una estrella de neutrones débilmente magnetizada. Por otra parte, en un *cuasar* el material acretado proviene de restos de estrellas o del propio medio interestelar galáctico. Los *microcuasares* en cambio son en sí mismos sistemas binarios: el objeto compacto se alimenta de una estrella compañera normal donante. Al aproximarse al objeto, la materia acretada comienza a rotar alrededor del mismo en un plano perpendicular a su momento angular, formando un disco de acreción. En el entorno del objeto central y cubriendo en parte al disco, se ubica también una región de plasma caliente, la corona. Finalmente alguna fracción del material acretado es eyectada en forma de dos chorros colimados de partículas, que forman los *jets* que distinguen a los *microcuasares* de otros sistemas binarios.

Ninguna de estas regiones evoluciona independientemente de las demás: lo que allí ocurre depende fuertemente de su interacción con los campos de materia y radiación de las demás componentes. En particular, el estudio de los procesos físicos que tienen lugar en el interior de la corona y el espectro de emisión resultante constituyen el objetivo principal de este trabajo. Antes de abordarlo es necesario entonces describir algo más en detalle la estructura de un *microquasar*.

1.2.1. La estrella compañera

La masa de la estrella compañera permite dividir a las binarias de rayos X (y en particular a los *microcuasares*) en dos grupos: las de baja masa y las de gran masa.

En los sistemas de gran masa, la masa de la estrella donante se ubica en el rango $M_{\star} \sim 8 - 20M_{\odot}$. Éstas se dividen a su vez en dos sub-grupos: las estrellas del tipo B con líneas de emisión (estrellas Be), y las estrellas tempranas tipo B, O o WR. En este tipo de sistema, las estrellas pierden masa debido principalmente a fuertes vientos estelares. En el caso de los *microcuasares* de baja masa la compañera es una estrella vieja, típicamente de masa $M_{\star} \lesssim 2M_{\odot}$, que pierde masa a través del derrame de su lóbulo de Roche. Entre ellas encontramos incluso enanas blancas.

La Figura (1.6) muestra la distribución espacial de las binarias de rayos X en nuestra galaxia. Los sistemas con estrella compañera de gran masa se concentran cerca del plano galáctico, con una distribución en altura sobre el mismo de unos 150 pc. Las binarias con estrella de baja masa, en cambio, tienden a concentrarse hacia el centro, formando un halo que se extiende hasta más de 400 pc por encima del plano de la galaxia.

1.2.2. El objeto compacto

Durante las primeras etapas de la vida de una estrella, la fuente de su energía se encuentra en las reacciones nucleares que se desarrollan en el núcleo. La presión del gas caliente contrarresta a la fuerza gravitatoria y mantiene a la estrella en equilibrio salvándola del colapso. Dependiendo de la masa inicial, la estrella pasará por las distintas etapas de combustión nuclear. Si $M \geq 10M_{\odot}$, el proceso continúa hasta que se alcanza la formación de hierro. Más allá del ^{56}Fe , no es posible extraer energía por fusión para formar núcleos más pesados que éste. La estrella se queda sin combustible y la presión del gas no es suficiente para detener el colapso gravitatorio. La estrella

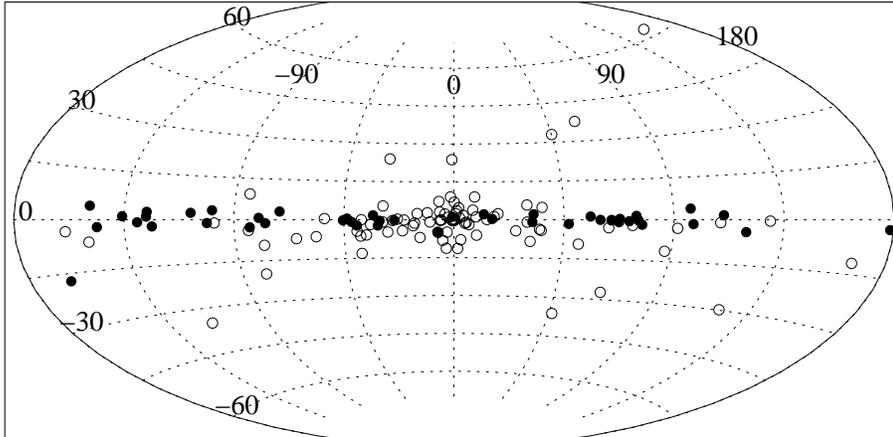


Figura 1.6: Distribución de binarias de rayos X en nuestra galaxia. Los círculos blancos indican la ubicación de 86 sistemas de baja masa y los círculos negros la de 52 binarias de gran masa. De Grimm et al. (2002).

se contrae hasta que eventualmente alguna otra forma de presión sea capaz de restaurar el equilibrio. Si la estrella es de baja masa, $1M_{\odot} \lesssim M \lesssim 4M_{\odot}$, la presión del gas de electrones degenerado detiene la contracción y la estrella se convierte en una *enana blanca*. Si la masa en colapso es mayor, $4M_{\odot} \lesssim M \lesssim 10M_{\odot}$, este mecanismo no es suficiente y el destino final del sistema es una *estrella de neutrones*. En este caso es la presión de un gas cuántico de neutrones degenerados la que se opone al colapso gravitatorio. Muchas estrellas de neutrones se forman en explosiones de supernova. En su estado final, una estrella de neutrones estable no puede exceder $\sim 3M_{\odot}$ y tiene un diámetro de entre 10 y 20 km. En el caso de que el objeto sea todavía más masivo, ningún mecanismo puede oponerse a la atracción gravitatoria y el sistema colapsa sin escape. Se forma así una singularidad del espacio-tiempo oculta por un horizonte de eventos, un *agujero negro*.

De acuerdo con la Teoría de la Relatividad General, la métrica de Kerr describe correctamente el espacio-tiempo alrededor de un agujero negro rotante de masa M y momento angular J . No consideraremos aquí el caso más general de un agujero negro cargado³. En coordenadas de Boyer-Lindquist el elemento de arco ds^2 en la métrica de Kerr se escribe como

³Un agujero negro cargado se descargaría rápidamente, por lo que este caso no es relevante desde el punto de vista astrofísico.

$$\begin{aligned}
ds^2 = & - \left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right) dt^2 - \frac{4aMr \sin^2 \theta}{\Sigma} dt d\phi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \\
& + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2aMr \sin^2 \theta}{\Sigma}\right) \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (1.1)
\end{aligned}$$

donde $a = J/M$, $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2$, $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$ y se tomaron la constante de gravitación universal G y la velocidad de la luz c iguales a la unidad, $G = 1$ y $c = 1$. El horizonte de eventos de un agujero negro rotante está dado por la mayor de las raíces de Δ , y se ubica en $r_+ = M + \sqrt{M^2 - a^2}$. En el caso particular $a = 0$ (agujero no rotante) la métrica se reduce a la de Schwarzschild, y se recupera el resultado conocido para el radio del horizonte, $r_{\text{Schw}} = 2M$.

Un aspecto importante en el estudio de un agujero acretante en rotación, es la existencia de un radio mínimo $r_{\text{mín}}$ para las órbitas estables. Si $r < r_{\text{mín}}$ el material en acreción caerá al agujero negro. Para órbitas en el plano ecuatorial ($\theta = \pi/2$), $r_{\text{mín}}$ vale

$$r_{\text{mín}} = M \left(3 + Z_2 \mp [(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)]^{1/2}\right), \quad (1.2)$$

donde los signos \mp corresponden a una partícula en rotación en el mismo sentido y sentido opuesto al agujero negro, respectivamente, y

$$Z_1 = 1 + \left(1 - \frac{a^2}{M^2}\right)^{1/3} \left[\left(1 + \frac{a}{M}\right)^{1/3} + \left(1 - \frac{a}{M}\right)^{1/3}\right], \quad (1.3)$$

$$Z_2 = \left(3\frac{a^2}{M^2} + Z_1^2\right)^{1/2}. \quad (1.4)$$

El efecto de la rotación del agujero negro se manifiesta en la existencia de una región llamada *ergosfera* cuya frontera es $r_{\text{erg}} = M + \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2 \theta}$. Si $r < r_{\text{erg}}$ todas las partículas deben rotar en el mismo sentido que el agujero vistas por un observador en el infinito. En el interior de la ergosfera pueden existir órbitas con energía negativa. Si una partícula se ubicara en una órbita de este tipo, caería al agujero negro disminuyendo su masa y momento angular. Este fenómeno se conoce como *proceso de Penrose*, y se demuestra que es posible extraer hasta un 29% de la energía rotacional de un agujero negro con $M = 1$.

El primer candidato a agujero negro galáctico descubierto forma parte de un sistema binario, Cygnus X-1. A partir de mediciones de los parámetros orbitales de la estrella compañera, la masa del objeto compacto se estima hoy en $\sim 10M_{\odot}$, lo que lo ubica por encima del límite superior para una estrella de neutrones. Los candidatos a agujeros negros galácticos presentan una enorme luminosidad en rayos X ($\sim 10^5 L_{\odot}$ en el caso de Cygnus X-1). De hecho, a la identificación de Cygnus X-1 siguió toda una serie de descubrimientos de fuentes de rayos X posteriormente asociadas con agujeros negros galácticos. Muchos de ellos fueron detectados por el satélite Uhuru entre 1970 y 1973. Se cree fuertemente que la radiación se origina debido a acreción del material de la estrella compañera, mecanismo que puede operar muy eficientemente como veremos más adelante. Algunos de estos sistemas presentan variabilidad, mientras que en otros el flujo es persistente.

Hemos mencionado ya que en un *microquasar* el objeto compacto puede ser una estrella de neutrones o un agujero negro. Distinguir entre ambos casos puede ser complicado, ya que el campo gravitacional de una estrella de neutrones es también muy fuerte. Las diferencias en el espectro de emisión en rayos X tampoco son importantes. Una prueba de la presencia de una estrella de neutrones es la detección de pulsos regulares, pero no siempre están presentes. La fuente Sco X-1 es un ejemplo típico de ello. Sin embargo, una estrella de neutrones es un objeto con una superficie física definida y un campo magnético característico. Hasta ahora no se ha podido demostrar teóricamente que estas diferencias se manifiesten concluyentemente en el espectro observado.

1.2.3. El disco de acreción

Si el objeto compacto se encuentra en rotación, al aproximarse al mismo la materia acretada comenzará a rotar en un plano perpendicular a su momento angular formando un *disco de acreción*. Cada elemento material en el disco perderá momento angular debido a algún mecanismo de fricción, adquiriendo una pequeña velocidad radial y cayendo finalmente hacia el centro. Modelar la estructura del disco, su dinámica y sobre todo los fenómenos que rigen el transporte de energía y momento angular, puede ser complicado. El modelo más exitoso de disco de acreción es el llamado *modelo standard*, desarrollado por Shakura & Sunyaev y Novikov & Thorne en 1973, que describiremos brevemente a continuación.

El modelo standard describe un disco de acreción Kepleriano en rotación alrededor de una masa puntual M . El disco ocupa el plano ecuatorial del

objeto central, que definiremos como $z = 0$. Denotaremos como $\Sigma(r, t)$ a la densidad superficial de masa. Cada elemento describe una órbita casi circular con velocidad angular $\Omega(r)$, velocidad tangencial $v_\phi(r, t)$, y una pequeña velocidad radial $v_r(r, t)$. Finalmente el mecanismo de transporte de momento angular se caracteriza mediante un único parámetro, la viscosidad cinemática ν . Bajo estas condiciones, las leyes de conservación de masa y momento angular se pueden escribir como

$$r \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(r \Sigma v_r) = 0, \quad (1.5)$$

$$r \frac{\partial}{\partial t}(\Sigma r^2 \Omega) + \frac{\partial}{\partial r}(\Sigma r^3 \Omega v_r) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial r}, \quad (1.6)$$

donde

$$G(r, t) = 2\pi r^3 \nu \Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial r} \quad (1.7)$$

es el torque ejercido sobre la región del disco interior al radio r por el material exterior a dicho radio. Si usamos que en el caso Newtoniano

$$\Omega = \left(\frac{GM}{r^3} \right)^{1/2}, \quad (1.8)$$

podemos combinar (1.5) y (1.6) para eliminar v_r y obtener una ecuación para $\Sigma(r, t)$,

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right]. \quad (1.9)$$

Para poder resolver esta ecuación es necesario dar antes una expresión para la viscosidad ν . Sin embargo, algunas propiedades del disco en estado estacionario pueden obtenerse sin un conocimiento detallado de este parámetro. Tomando $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ en (1.5) inmediatamente se obtiene que

$$\dot{M} = -2\pi r \Sigma v_r. \quad (1.10)$$

Aquí \dot{M} es la tasa de acreción de masa y el signo menos se debe a que $v_r < 0$. Por otro lado, en estado estacionario (1.6) puede integrarse para dar

$$\nu \Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial r} = \Sigma v_r \Omega + \frac{C}{2\pi r^3}, \quad (1.11)$$

donde C es una constante de integración. Si llamamos r_* a aquel valor del radio donde el torque (1.7) se anula, entonces

$$C = -\frac{\dot{M}}{2\pi}\Omega(r_*)r^2. \quad (1.12)$$

O sea que C puede interpretarse como el flujo de impulso angular hacia el interior del disco. Despreciando cualquier efecto de capa límite sobre el valor de Ω , supondremos que ésta mantiene su valor Kepleriano (1.8) incluso hasta $r = r_*$. Entonces $C = -\dot{M}(GMr_*)^{1/2}$ y es posible escribir (1.11) como

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[1 - \left(\frac{r_*}{r} \right)^{1/2} \right]. \quad (1.13)$$

Como esencialmente no hay flujo neto en la dirección \hat{z} perpendicular al plano del disco, podemos aplicar la condición de equilibrio hidrostático

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{GMz}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \right]. \quad (1.14)$$

Si el disco es delgado, $z \ll r$ y la ecuación anterior puede aproximarse por

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{GMz}{r^3}. \quad (1.15)$$

La escala típica h de altura del disco puede hallarse a partir de esta expresión. Reemplazando $\partial p/\partial z \sim p/h$ y usando (1.8) resulta

$$h \sim \frac{c_s}{\Omega} = \frac{c_s r}{v_\phi}, \quad (1.16)$$

donde $c_s = (p/\rho)^{1/2}$ es la velocidad local del sonido. La relación anterior implica también que en un disco delgado el flujo es supersónico, $v_\phi \gg c_s$.

Finalmente, en base a consideraciones de dinámica de fluidos se demuestra que la energía disipada por viscosidad por unidad de área por unidad de tiempo es

$$\begin{aligned} D(r) &= \frac{1}{2} \nu \Sigma \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right)^2 \\ &= \frac{3GM\dot{M}}{4\pi r^3} \left[1 - \left(\frac{r_*}{r} \right)^{1/2} \right]. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Aquí se usó (1.13) para obtener la expresión final de $D(r)$. Lo más interesante de esta ecuación es que no fue necesario ningún modelo para la viscosidad ν , ya que el resultado es independiente de ella. La luminosidad total del disco puede hallarse integrando $D(r)$:

$$\begin{aligned} L_d &= \int_{r_*}^{\infty} 2\pi r D(r) dr \\ &= \frac{1}{2} \frac{GM\dot{M}}{r_*}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Esta energía representa la mitad de la energía disponible por acreción, ya que la energía gravitatoria por unidad de masa liberada desde $r = \infty$ hasta $r = r_*$ es GM/r_* . Esto tiene que ver con que la materia justo fuera de la capa límite todavía retiene la mitad de la energía potencial perdida en forma de energía cinética. El resto de la luminosidad de acreción se libera en la capa límite, o sea en las regiones más internas del disco.

Para poder avanzar en la solución detallada de la estructura del disco es necesario incorporar una ley para la viscosidad ν . El origen de la viscosidad no se conoce con seguridad, aunque se encuentra probablemente en turbulencia a pequeña escala y también en efectos magnéticos. Estos fenómenos pueden ser difíciles de tratar, por lo que éste es el aspecto más incierto del modelo. En base a consideraciones de análisis dimensional, Shakura & Sunyaev (1973) propusieron la siguiente expresión para ν

$$\nu = \alpha c_s h, \quad (1.19)$$

donde $\alpha \leq 1$ es un parámetro adimensional que se supone constante. Es interesante notar que con esta expresión para ν se puede obtener una estimación de la velocidad radial,

$$v_r \sim \frac{\nu}{r} \sim \frac{\alpha c_s h}{r} \ll c_s. \quad (1.20)$$

O sea que el flujo radial es subsónico y $v_r \ll v_\phi$ como se esperaba.

Dado un valor para α , la estructura radial del disco se puede resolver completamente. Resta solamente dar una expresión para la presión y para la ley de transporte radiativo. La presión será esencialmente suma de la presión del gas y la presión de radiación

$$P \cong \frac{\rho k T}{m} + \frac{1}{3} a T^4. \quad (1.21)$$

Aquí a es la constante de Stefan y $\rho \approx \Sigma/2h$.

El transporte radiativo será importante únicamente en la dirección perpendicular al disco, y no tendremos en cuenta transporte convectivo. El parámetro que controla el escape de la radiación emitida es la profundidad óptica τ , que depende del mecanismo de absorción dominante. Si τ medida en la dirección vertical es mayor que la unidad, el transporte de radiación hacia la superficie se realiza por difusión. En este régimen la pérdida de energía por unidad de área es

$$Q^- = \frac{acT^4}{\tau}. \quad (1.22)$$

Si $\tau < 1$ el disco se vuelve ópticamente delgado (transparente) al escape de los fotones. En ese caso la expresión anterior para Q^- debe reemplazarse por

$$Q^- = h\Lambda(\rho, T), \quad (1.23)$$

donde Λ es la emisividad media (en $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-3}$). Típicamente la radiación se debe a emisión libre-libre (*Bremsstrahlung*) y comptonización (efecto Compton inverso).

Estas expresiones completan el conjunto necesario para resolver para ρ , T , c_s , h y Σ en función de M , \dot{M} , r y α . La solución del sistema fue obtenida por Shakura & Sunyaev (1973) y Novikov & Thorne (1973). El resultado es que la estructura radial del disco puede dividirse en tres regiones:

- Una región externa para r grandes, donde la presión del gas domina sobre la presión de radiación y la opacidad se debe a absorción libre-libre.
- Una región media donde también domina la presión del gas, pero la opacidad se debe principalmente a dispersión (*scattering*) por electrones.
- Una región interna para r pequeños, donde domina la presión de radiación y la dispersión de los fotones domina sobre la absorción.

Es posible ahora hallar también el espectro de emisión del disco. En las regiones donde el disco es ópticamente denso ($\tau \sim 1$) y domina el mecanismo de absorción, la emisión será la de un cuerpo negro de temperatura T_s igual a la temperatura efectiva local. En equilibrio podemos igualar Q^- en (1.22) a (1.17) para obtener el perfil de temperatura

$$T_s = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi a c r^3} \left[1 - \left(\frac{r_*}{r} \right)^{1/2} \right]^{1/4}. \quad (1.24)$$

El espectro de emisión tendrá la forma conocida

$$B_\nu \propto \nu^3 [\exp(h\nu/kT_s) - 1]^{-1}. \quad (1.25)$$

Integrando en r se obtiene el flujo total $S_\nu \propto \nu^{1/3}$. Esta dependencia con la frecuencia es característica del espectro del disco, y fue obtenida por primera vez por Lynden-Bell (1969).

Las regiones internas ópticamente delgadas ($\tau < 1$) radían como ya se dijo por emisión libre-libre y comptonización. Estas regiones del disco son más calientes que las ópticamente densas, alcanzando temperaturas máximas de $T \sim 4 \times 10^8$ K para $\alpha \sim 1$, $M \sim 6M_\odot$ y $\dot{M} \geq 10^{17}$ g s⁻¹.

La Figura (1.7) muestra el espectro de emisión para dos modelos de disco alrededor de un objeto compacto de masa solar, donde se observan las distintas regiones descritas. El espectro se extiende hasta energías superiores a los keV, por lo que el disco de acreción es capaz de producir abundante radiación X.

La solución anterior es la más simple para las ecuaciones hidrodinámicas que rigen el comportamiento del disco de acreción, y explica naturalmente el espectro de rayos X blandos observado en sistemas binarios acretantes. Sin embargo el disco del modelo standard es incapaz de producir la radiación X dura detectada en algunos objetos, como por ejemplo Cygnus X-1. Las observaciones de este sistema constituyeron la motivación original para introducir la idea de la existencia de una región de características diferentes, la *corona*.

1.2.4. La corona

Los agujeros negros galácticos como Cygnus X-1 se observan en distintos estados espectrales, que pueden clasificarse en forma amplia en estados *soft* y *hard*. Las características de cada uno se discutirán en forma extensa más

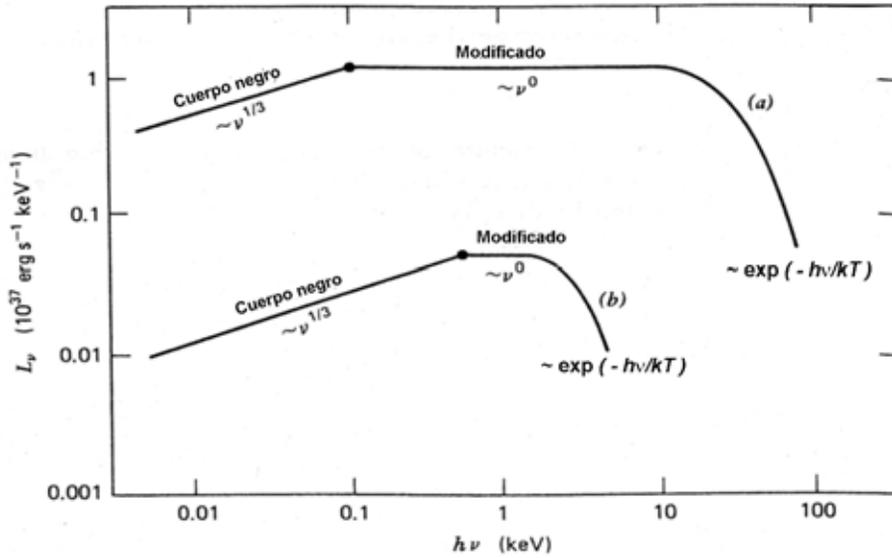


Figura 1.7: Dos espectros de emisión de un disco de acreción delgado en el modelo standard. El caso (a) corresponde a $\alpha \sim 10^{-3}$, $M = M_{\odot}$, $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. El caso (b) corresponde a $\alpha \sim 10^{-2} - 1$, $M = M_{\odot}$, y $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$. De Novikov & Thorne (1973).

adelante. Basta aquí como ejemplo la Figura (1.8), que muestra el espectro de Cygnus X-1 en estado *hard*.

El exceso a energías $\lesssim 1$ keV corresponde a la emisión del disco predicha por el modelo standard, aproximadamente un cuerpo negro de temperatura $kT_d \sim 0.1 - 0.3$ keV. Si embargo, la mayor parte del espectro queda bien descrita mediante una ley de potencias de índice $\alpha \approx 0.4 - 0.9$. Esta ley de potencias cae exponencialmente a partir de ~ 100 keV. Se observa además la presencia de la línea Fe K- α en ~ 6.4 keV y un endurecimiento del espectro alrededor de los 10 keV.

Todas estas características pueden explicarse si se agrega al disco de acreción una región ópticamente densa de plasma caliente, que llamaremos *corona*. Una parte de los fotones blandos creados en el disco puede interactuar con los electrones en la corona (de energía $kT_e \sim 50 - 100$ keV) y ganar energía por efecto Compton inverso (comptonización). Este mecanismo explica naturalmente el espectro tipo ley de potencias observado. A su vez, algunos de los fotones comptonizados pueden “reflejarse” nuevamente en el disco. La reflexión Compton (combinación de efecto fotoeléctrico y dispersión Compton) de la radiación de alta energía en el material frío del disco explica la presencia de la línea Fe K- α y el exceso detectado a ~ 10 keV. El hecho

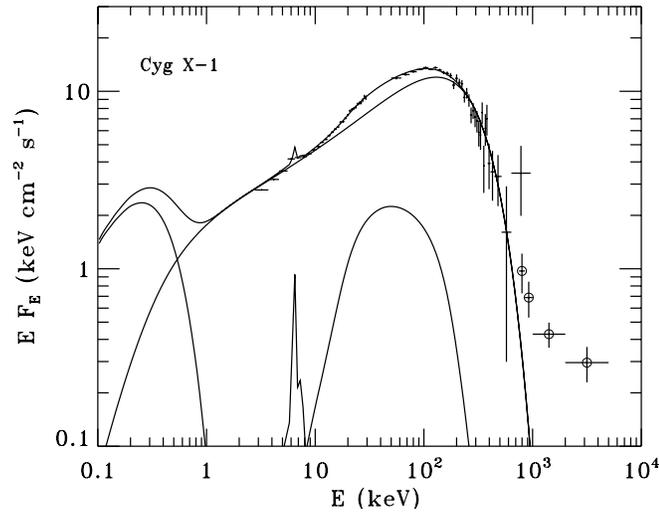


Figura 1.8: Espectro de emisión de Cygnus X-1 en el estado *hard*, observado por *Ginga*, OSSE y COPMTEL en junio de 1991. De Poutanen (1998).

de que estos sistemas presenten variabilidad en la región de los rayos X/ γ en escalas de tiempo de hasta los milisegundos, implica además que la corona no puede tener más de algunos cientos de km y se debe situar cerca del objeto compacto, entre $\sim 20 - 50 R_g$, donde $R_g = GM/c^2$ es un radio gravitacional.

Mencionaremos aquí dos modelos de corona: los modelos tipo “disco+corona” y los modelos tipo ADAF.

La primera clase de modelos que describiremos son aquellos conocidos como “disco+corona”. En este enfoque la corona no surge como solución de ecuaciones hidrodinámicas, sino que simplemente se agrega como una nueva componente aparte del disco. En los primeros modelos de este tipo se proponía que el disco estaba en realidad separado en dos regiones: una región exterior fría y una región interior mucho más caliente. La región interior es a la vez un plasma de dos temperaturas: una temperatura iónica de $\sim 10^{11-12}$ K y una temperatura electrónica mucho menor, $\sim 10^9$ K. La producción de rayos X de alta energía se debe a comptonización de fotones blandos de la zona externa del disco por los electrones de la región interior. Se mostró más tarde que un sistema como éste es térmicamente inestable. Sin embargo su geometría es atractiva, ya que la corona sólo “ve” una parte de la radiación del disco y por lo tanto no llega a enfriarse por completo. Así se mantiene caliente y es capaz de producir un espectro de emisión duro.

Otros modelos de corona *ad hoc* postulan que el disco y la corona se su-

perponen espacialmente, pero la energía de acreción se disipa principalmente en esta última. La geometría del sistema condiciona fuertemente las características del espectro de emisión resultante. Algunas de las configuraciones propuestas son (ver Figura (1.9)):

- **Sandwich:** en este modelo la corona cubre la mayor parte del disco por ambas caras. Un tratamiento detallado del transporte radiativo y dispersión Compton para esta geometría se presenta en los trabajos de Poutanen et al. (1997) y Dove et al. (1997), donde se estudia el caso de Cygnus X-1. Allí se demuestra que aún si toda la energía se disipa en la corona, la pendiente del espectro es demasiado pronunciada y no se condice con las observaciones. Los resultados empeoran si se disipa energía en el disco, ya que aumenta el número de fotones blandos y el espectro se vuelve aún más pronunciado. Además este modelo predice una ruptura en el índice espectral a energías de algunos keV que no se ha observado.
- **Fulguraciones:** aquí se propone una corona formada por regiones magnéticas activas que se ubican como “parches” sobre la superficie del disco. Una fracción importante de la radiación de la corona es interceptada por el disco, pero sólo una parte relativamente pequeña de lo que es reprocesado en el disco es interceptado por la corona. Como consecuencia la corona no se enfría de manera muy efectiva por comptonización y su espectro de emisión es más duro. Este modelo predice el mismo quiebre en el índice espectral que la geometría tipo “sandwich”.
- **Nubes:** en este caso la región del disco dentro de la corona está partida en zonas densas, frías y ópticamente densas. Estas “nubes” reprocesan la radiación X dura y producen fotones blandos para comptonización.
- **Sombrero:** en esta geometría el disco penetra sólo hasta cierto radio R_d dentro de la corona. Puede pensarse a la corona como una región esférica homogénea de radio R_c situada alrededor del objeto compacto, de manera que $R_c > R_d$. Los espectros obtenidos con este modelo son los que mejor describen las observaciones de agujeros negros galácticos en el estado *hard* (Dove et al. 1997; Poutanen et al. 1997).

Elegida una geometría específica, la profundidad óptica τ y la temperatura de los electrones térmicos T_e no pueden fijarse arbitrariamente. Además de la emisión del disco, la radiación dura reprocesada en el mismo puede constituir una parte importante de los fotones comptonizados en la corona. La temperatura de cada región debe determinarse mediante un balance de energía entre disco y corona. Por otro lado, si una parte significativa del espectro de emisión se encuentra por encima de los ~ 500 keV, estos fotones

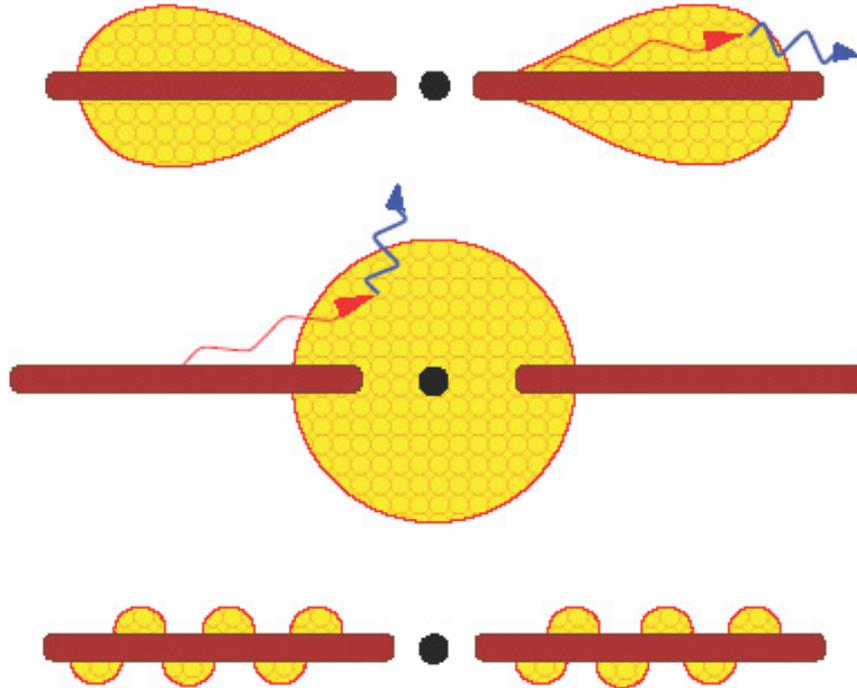


Figura 1.9: Distintas geometrías propuestas para el sistema disco-corona. El esquema superior representa una geometría tipo “sandwich”, el central es de tipo “sombrero” y el esquema inferior de tipo “parches”.

energéticos pueden crear pares e^\pm que se agregan al plasma de la corona. Los pares pueden producir fotones gamma por efecto Compton inverso, que crean más pares. En estas condiciones el campo de radiación influye directamente en el valor de τ , del que depende a la vez la producción de radiación. El problema se convierte en uno altamente no lineal.

Si se modela la corona como un plasma térmico de electrones/pares, hay cuatro parámetros que definen sus propiedades:

- la compacticidad $l_h = L_h \sigma_T / (m_e c^3 r_c)$, que es la luminosidad adimensional de la corona,
- la compacticidad l_s , que representa la fracción de la luminosidad del disco que es interceptada por la corona,
- la temperatura característica de la radiación de cuerpo negro del disco, T_d ,
- la profundidad óptica τ_p debida a los protones en el plasma.

Aquí L_h es la luminosidad de la corona, r_c su radio típico, σ_T la sección eficaz de Thomson y m_e la masa del electrón. En este modelo, al aumentar l_h pueden crearse pares e^\pm que aumentan la profundidad óptica total τ_T y disminuyen la temperatura T_e de los electrones. Es interesante notar que Pietrini & Krolik (1995) han propuesto que el índice espectral del espectro de rayos X observado se relaciona con l_h y l_s en la forma

$$\alpha \sim 1.6 \left(\frac{l_h}{l_s} \right)^{-1/4}. \quad (1.26)$$

Así, cuando l_h/l_s aumenta la corona demanda más fotones y el espectro se vuelve más duro.

La distribución de electrones en la corona puede también apartarse de una distribución térmica Maxwelliana. En este tipo de modelo híbrido térmico/no térmico se propone la inyección de electrones relativistas en la corona. Los parámetros más importantes son ahora

- la compacticidad térmica l_t , que caracteriza el calentamiento de los electrones/pares térmicos,
- la compacticidad l_{nt} , análogo para los electrones relativistas (no térmicos),
- la compacticidad l_s ,
- la temperatura característica de la radiación de cuerpo negro del disco, T_d ,
- la profundidad óptica τ_p debida a los protones en el plasma,
- el índice Γ de la distribución de electrones relativistas inyectados, $n(E)dE \propto E^{-\Gamma}dE$.

La distribución en estado estacionario debe calcularse teniendo en cuenta el enfriamiento de los electrones, los mecanismos de aceleración y las características del campo de fotones. El espectro de emisión final presenta una componente tipo ley de potencias a altas energías debido a la comptonización de los fotones del disco por los electrones y pares relativistas. Un espectro típico del modelo de plasma híbrido se muestra en la Figura (1.10).

El segundo grupo de modelos son los conocidos como ADAF (*Advection-Dominated Accretion Flow*). Al igual que el modelo standard de disco de

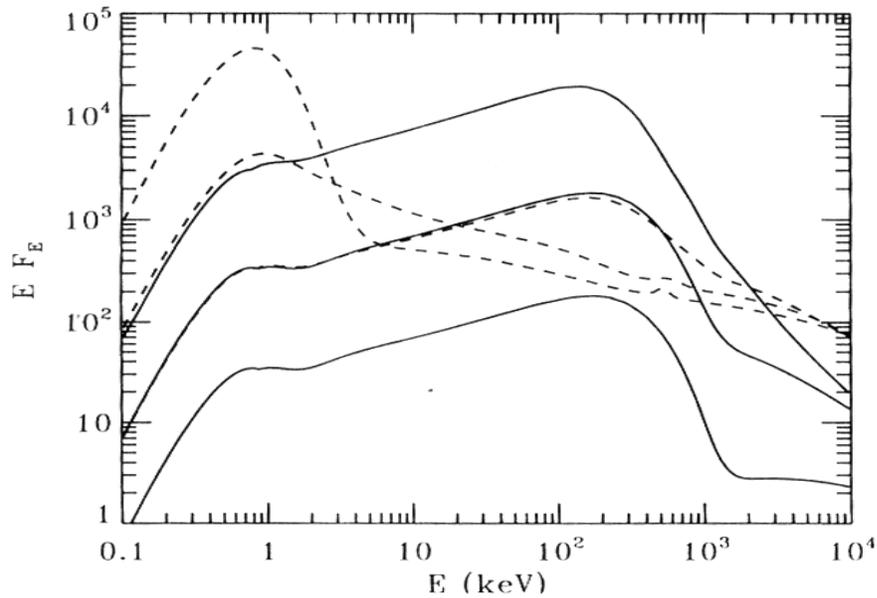


Figura 1.10: Espectro del modelo de plasma híbrido. Las curvas sólidas corresponden a $l_h = 1, 10, 100$ (aumentando hacia arriba). Para l_h mayores, el espectro tiene un corte pronunciado por encima de 1 MeV debido a creación de pares. Las curvas punteadas corresponden a $l_h/l_s = 10, 1, 0.1$ de abajo hacia arriba. Un aumento en l_s hace más pronunciada la región tipo cuerpo negro del espectro.

acreción, representan una solución autoconsistente de las ecuaciones hidrodinámicas para un flujo viscoso en rotación alrededor de un objeto acretante de masa M . Definamos \dot{m} como la tasa de acreción en unidades de Eddington, $\dot{M}_{\text{Edd}} = 1.39 \times 10^{18} M/M_{\odot} \text{ g s}^{-1}$. Dependiendo del valor de \dot{m} existen dos soluciones de tipo ADAF:

- $\dot{m} > 1$: estudiada por Katz (1977), Begelman (1978) y Abramowicz et al. (1988) entre otros. Describe un régimen donde el gas en acreción es ópticamente denso y atrapa la mayoría de la radiación emitida. Ésta es entonces “advectada” hacia el objeto central.
- $\dot{m} < 1$: desarrollada por Ichimaru (1977), Narayan & Yi (1994, 1995a, 1995b) y Abramowicz et al. (1995). En este régimen el gas en acreción es poco denso y no es capaz de enfriarse eficientemente durante el tiempo típico de acreción. La energía se almacena en forma de energía cinética en lugar de ser radiada y es advectada hacia el objeto central. El gas es además ópticamente delgado y presenta dos temperaturas diferenciadas para iones y electrones. Este modelo recibe también el nombre de “ADAF de dos temperaturas”.

El primer caso, aunque bien entendido, tiene poca aplicación. La segunda solución en cambio sí ha sido aplicada extensamente al caso de binarias de rayos X con un agujero negro central, por lo que la describiremos algo más en detalle.

La solución del modelo de ADAF de dos temperaturas se basa en una serie de hipótesis críticas. La primera de ellas tiene que ver con el valor del campo magnético \vec{B} . Se asume que éste contribuye en un factor constante $(1 - \beta)$ a la presión total:

$$\frac{B^2}{24\pi} = (1 - \beta) \rho c_s. \quad (1.27)$$

En general se adopta $\beta = 0.5$, o sea equipartición estricta entre la presión del gas y del campo magnético.

La segunda hipótesis plantea que la interacción entre iones y electrones es únicamente del tipo coulombiano. En ese caso el plasma adopta dos temperaturas, con los iones mucho más calientes que los electrones. Se asume además que la energía liberada por viscosidad turbulenta calienta preferentemente a los iones, y que sólo una mínima fracción $\delta \ll 1$ se deposita en los electrones. El enfriamiento en cambio se debe casi por completo a la energía radiada por estos últimos. Ninguno de los resultados del modelo depende fuertemente del valor de δ mientras que se mantenga pequeño.

La viscosidad se introduce a través del parámetro α de la misma manera que en el modelo standard del disco. Éste se supone independiente del radio, y para campos B de equipartición ($\beta = 0.5$) se suele fijar en $\alpha \sim 0.25 - 0.4$.

Con estas hipótesis, las ecuaciones a resolver son muy similares a las planteadas en la sección anterior. La solución tipo ADAF sin embargo, presenta características diferentes a las de un disco delgado. En primer lugar como el parámetro de viscosidad α es bastante alto, la velocidad radial es comparable ($\sim 10\%$) a la de caída libre y el proceso de acreción es rápido. Además, como la energía generada por viscosidad se almacena como energía interna en el gas en lugar de ser radiada eficientemente, la temperatura es alta. Esto produce que el gas se eleve. De hecho, la escala de altura media es $h \sim r$ y el flujo es cuasi-esférico.

Como ya se mencionó, el modelo de ADAF de dos temperaturas sólo existe para valores de la tasa de acreción \dot{m} menores a cierto valor crítico que llamaremos $\dot{m}_{\text{crít}}$. Podemos ver cualitativamente porqué. Si las densidades son bajas, la cantidad de energía viscosa que se transmite a los electrones por

interacción coulombiana con los iones es pequeña. Como la mayor parte de la radiación es debida a los electrones, este mecanismo restringe la cantidad de energía radiada. Al incrementar \dot{m} , el acoplamiento coulombiano se vuelve más eficiente y una parte importante de la energía viscosa se transfiere a los electrones y es radiada. Por encima de cierto valor el flujo deja de tener las características de un modelo ADAF y se convierte en una solución tipo disco, dominada por el enfriamiento y no por la advección. El valor de $\dot{m}_{\text{crít}}$ será aquel para el cual el tiempo típico de acreción sea comparable a la escala de tiempo en que las temperaturas electrónica e iónica se igualen debido a colisiones. Esto permite estimar una $\dot{m}_{\text{crít}} \approx \alpha^2$. Las observaciones sugieren que las soluciones ADAF de dos temperaturas existen hasta $\dot{m}_{\text{crít}} \sim 0.05-0.1$, por lo que $\alpha \sim 0.2 - 0.3$.

El espectro de una corona tipo ADAF en el entorno de un agujero negro se extiende desde frecuencias de radio hasta los rayos gamma. El modelo se ha aplicado para explicar varios otros aspectos de la fenomenología observada en binarias de rayos X. Describiremos parte de ellas más adelante en este trabajo. La mayoría de las aplicaciones utilizan la geometría propuesta por Narayan, McClintock & Yi (1996). Aquí el flujo en acreción se separa en dos regiones a un radio de transición r_{tr} , determinado en principio por \dot{m} . Para $r < r_{\text{tr}}$ encontramos la corona, modelada como un ADAF de dos temperaturas, mientras que para $r > r_{\text{tr}}$ el flujo adopta la forma de un disco de acreción delgado que puede superponerse parcialmente con la corona. Se han propuesto diferentes mecanismos para explicar por qué el gas en acreción cambiaría de régimen para $r = r_{\text{tr}}$. Una idea es que el disco podría calentarse y “evaporarse” para formar una corona cuasi-esférica (Meyer & Meyer-Hofmeister 1994). Narayan & Yi (1995b) por su lado han sugerido que inestabilidades en las capas superiores del disco podrían causar que éste se convierta en un flujo tipo ADAF. No está definitivamente claro si alguno de estos mecanismos podría ser importante.

1.2.5. El jet

Los *jets* relativistas son un aspecto fundamental de los sistemas acretantes. Estos pueden remover parte de la energía de acreción disponible en la forma de un par de chorros colimados de partículas. A pesar de que la idea natural es suponer que son despedidos perpendicularmente al plano orbital de la binaria, varios sistemas muestran *jets* inclinados respecto de esta dirección. Estos además precesan, con períodos asociados al período orbital del sistema binario o al período de precesión del disco de acreción.

La identificación observacional de los *jets* está directamente relacionada

con la detección de emisión de radio. El espectro es no térmico y altamente polarizado, lo que indica que su origen se encuentra en radiación sincrotrón de electrones relativistas. Algunos sistemas como XTE J1550-564 se han detectado también en rayos X (Corbel et al. 2002). El flujo S_ν de fotones observado desde radio a rayos X puede ajustarse mediante una única ley de potencias: $S_\nu \propto \nu^\alpha$, con $\alpha \sim 0.66$. A partir este dato Corbel et al. (2002) dedujeron que el campo magnético en el *jet* debe ser de ~ 0.3 mG. Esto implica a su vez que los electrones deben alcanzar energías del orden de los TeV para explicar el espectro observado. Si se asume que efectivamente el espectro se debe a radiación sincrotrón, es posible inferir que la distribución en energía de los electrones también es del tipo ley de potencias, ($n(E)dE \propto E^{-\gamma}dE$). El índice espectral γ se relaciona directamente con el del espectro de emisión: $\gamma = 1 - 2\alpha$. Este tipo de distribución es consistente con la idea de que los electrones son acelerados mediante ondas de choque.

Estudiar el proceso de formación de los *jets* requiere en general la resolución de ecuaciones acopladas para los flujos en acreción y eyección. Existen varias hipótesis acerca de su origen, la mayoría relacionadas con mecanismos magnetohidrodinámicos. En el modelo de Blandford & Payne (1982) un campo magnético anclado al material en acreción puede producir *jets* por fuerzas magnetocentrífugas. Se asume para ello una geometría particular del campo magnético \vec{B} como se muestra en la Figura (1.11). Dada la simetría de rotacional del sistema, existe siempre una componente poloidal B_p y una componente toroidal B_ϕ . El campo magnético es el responsable de remover momento angular del disco o del objeto compacto y transferirlo a las partículas cargadas, empujándolas fuera del sistema. El flujo es colimado y adopta finalmente la forma de un chorro.

Una propuesta diferente es la de Blandford & Znajek (1977). Este modelo se basa en el hecho de que en las cercanías de un agujero negro rotante inserto en un campo magnético se genera un campo eléctrico. La superficie del agujero se comporta como si fuera una “batería”: se crea una diferencia de potencial que en principio podría acelerar partículas hasta altas energías y despedirlas formando los *jets*. Este mecanismo podría funcionar si el material en acreción estuviera magnetizado, pero su validez no es todavía muy clara.

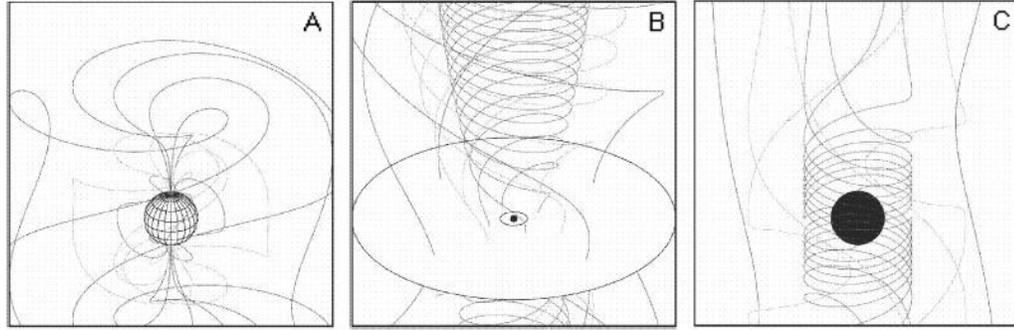


Figura 1.11: Distintas configuraciones de campo magnético que podrían dar origen a la formación de *jets*. A) campo dipolar de una estrella de neutrones, B) campo poloidal anclado a un disco de acreción magnetizado, C) campo magnético “enrollado” alrededor de un agujero negro rotante. Adaptado de Meier et al. (2001).

1.3. El ciclo dinámico

Como se aprecia en la Figura (1.12) para el caso de Cygnus X-1, el espectro de las binarias de rayos X no es estacionario. Se distinguen al menos dos estados distintos:

- **Estado *low-hard*:** el espectro se caracteriza por una ley de potencias de índice espectral $\alpha \sim 0.4 - 0.9$ con un corte exponencial en ~ 100 keV. Su origen se encuentra en la comptonización de fotones fríos del disco en la región de la corona. El endurecimiento del espectro alrededor de ~ 10 keV se debe a la reflexión Compton en el disco de los fotones energéticos creados en la corona. La contribución directa del disco se evidencia en una componente tipo cuerpo negro por debajo de ~ 1 keV. Este estado se caracteriza por la presencia de *jets* estacionarios y ópticamente densos a su propia radiación. El espectro de emisión en radio de los *jets* es también una ley de potencias: el flujo S_ν depende de la frecuencia en la forma $S_\nu \propto \nu^a$ con $a \geq 0$. De acuerdo con Corbel et al. (2003) y Gallo et al. (2003) la luminosidad en radio está fuertemente acoplada con la luminosidad en rayos X mediante una expresión de la forma

$$L_{\text{radio}} \propto L_{\text{X}}^b \quad (1.28)$$

con $b \sim 0.7$. Basándose en estas observaciones Gallo et al (2003) determinaron que el factor de Lorentz macroscópico $\Gamma = [1 - (v_{\text{jet}}/c)^2]^{-0.5}$ del *jet* es probablemente menor que 2.

- **Estado *high-soft*:** este estado se caracteriza por una luminosidad L_X algo menor que el estado anterior. La emisión en radio está fuertemente suprimida, lo que indica que probablemente no hay formación de *jets*. El espectro está dominado por el disco, que emite como un cuerpo negro de $kT_d \sim 0.5-1$ keV. Persiste también un resto a altas energías debido a emisión en la corona. La línea Fe K- α aparece ensanchada por efectos gravitacionales, sugiriendo que el interior del disco se acerca más al objeto central.

Además de estos dos estados, algunos sistemas presentan estados intermedios asociados con la transición *low-hard* \rightarrow *high-soft*, durante la que se observan fuertes picos en el espectro.

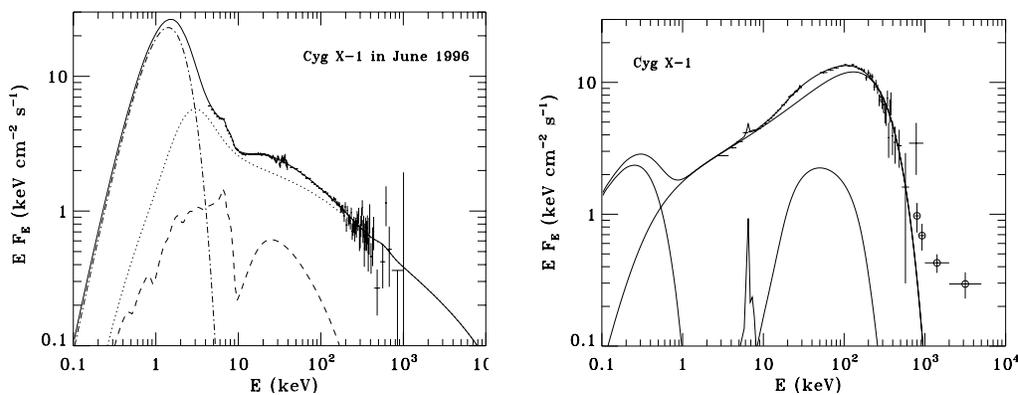


Figura 1.12: Espectro de Cygnus X-1 en estado *high-soft* (izquierda) y *low-hard* (derecha).

Narayan (1996) ha propuesto que los distintos estados espectrales pueden entenderse en términos de un modelo de disco delgado+corona ADAF donde la tasa de acreción \dot{m} y el radio de transición r_{tr} (en unidades del radio gravitacional $R_g = GM/c^2$) entre el disco y la corona varían. La secuencia consta de cuatro estados, que se esquematizan en la Figura (1.13):

- **Estado *quiescent*:** la tasa de acreción es baja, $\dot{m} \lesssim 10^{-2}$ y por lo tanto el efecto de la comptonización es débil. El flujo de rayos X es entonces mucho menor que el óptico. En esta etapa $r_{tr} \sim 10^3 - 10^4$ y el radio interior del disco está alejado del objeto central.
- **Estado *low-hard*:** para $10^{-2} \lesssim \dot{m} \lesssim 0.1$ la geometría es similar pero la luminosidad y la eficiencia radiativa son más grandes. El espectro se endurece debido a la comptonización, presentando un máximo alrededor de ~ 100 keV.

- **Estado intermedio:** a medida que \dot{m} se acerca a $\dot{m}_{\text{crít}} \sim 0.1$ la corona se reduce, el radio r_{tr} se achica y el espectro cambia continuamente entre un espectro blando y otro más duro, aunque la luminosidad total se mantiene casi constante. En este estado el disco se vuelve tanto o más luminoso que la corona.
- **Estado *high-soft*:** para $\dot{m} > \dot{m}_{\text{crít}}$ la solución tipo ADAF no existe, y sólo persiste una corona débil encima del disco que ahora se extiende hasta la última órbita estable posible. Es espectro es el característico de un disco delgado, más una “cola” tipo ley de potencias debida a la corona.

Este proceso explica convincentemente las variaciones observadas en las binarias de rayos X. Esin et al. (1997, 1998) lo han aplicado con éxito para modelar las observaciones de Cygnus X-1 realizadas por RXTE y BATSE en 1996, durante su transición entre los estados *low-hard* y *high-soft*.

Como ya se mencionó, los datos de luminosidad en radio y rayos X sugieren que existe un acoplamiento disco-*jet* en el estado *low-hard*, y que los *jets* desaparecen durante el estado *high-soft*. Basándose en el análisis de los espectros de un conjunto de sistemas binarios, Fender et al. (2004) han propuesto un modelo unificado para explicar estas observaciones. El ciclo se compone de cuatro etapas, esquematizadas en la Figura (1.14). Durante la etapa (i) la fuente está en el estado *low-hard*, y presenta *jets* cuya luminosidad en radio se correlaciona con la luminosidad en rayos X a través de una expresión del tipo (1.28). Esta fase se extiende probablemente hasta muy bajas luminosidades (estado *quiescent*), que van aumentando hasta que se alcanza un pico máximo. El sistema entra en la fase (ii), o etapa *hard* del estado intermedio. A pesar de que el espectro en rayos X se hace más blando, los *jets* persisten y su luminosidad sigue acoplada a L_X mediante una ley similar a la de la etapa anterior. A medida que se acerca a la etapa (iii) las propiedades del *jet* cambian, en especial su velocidad. La región inferior tiene un factor de Lorentz Γ_{jet} más alto que la región superior ($\Gamma_{\text{jet}} \gtrsim 2$ y $\Gamma_{\text{jet}} \lesssim 2$, respectivamente). Una onda de choque se propaga por el interior del *jet* y se produce un pico en la luminosidad⁴. Finalmente el sistema entra en la etapa (iv), asociada con el estado *high-soft* y los *jets* desaparecen. Aquí la mayoría de las fuentes disminuyen en luminosidad y repiten el ciclo en forma inversa para volver al estado *low-hard*.

En la Figura (1.14) se muestra también la posible geometría disco-corona en cada una de las etapas. La fase de mayor luminosidad, cuando el sistema

⁴Estas ondas de choque se pueden llegar a percibir como componentes “supralumínicas” (Mirabel & Rodríguez 1994).

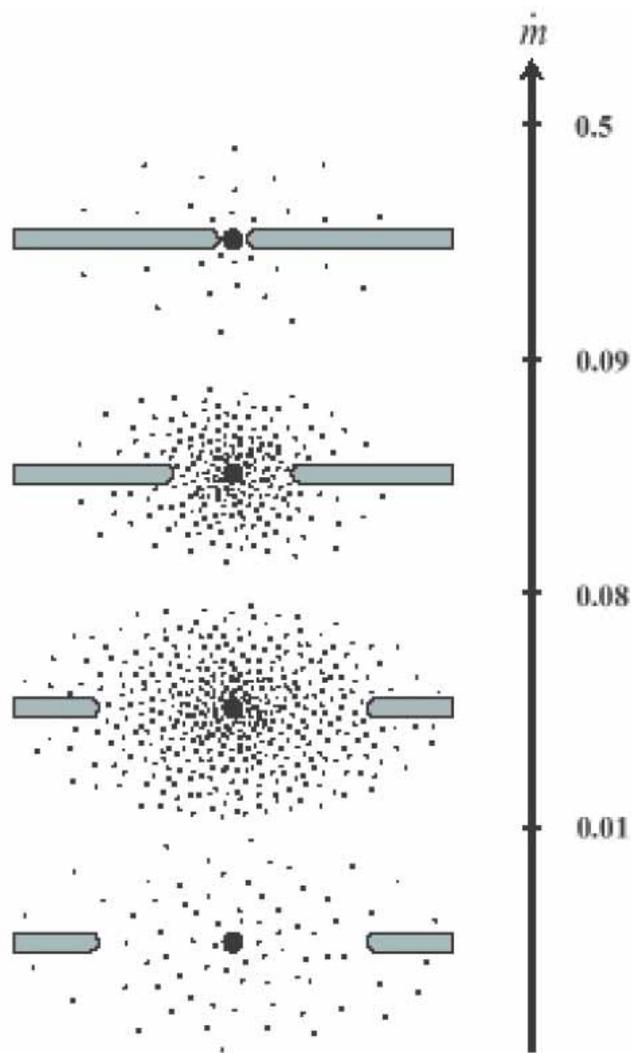


Figura 1.13: Relación entre los distintos estados espectrales, la tasa de acreción \dot{m} y la configuración disco-corona. De Narayan et al. (1998).

abandona el estado *low-hard*, corresponde probablemente al calentamiento de la región interna del disco. Este se acerca al centro mientras aumenta la tasa de acreción. La velocidad del *jet* aumenta y llega a un máximo cuando el radio interno del disco alcanza la última órbita estable posible. Luego los *jets* desaparecen y el sistema entra en el estado *high-soft*, dominado por la emisión característica del disco. Su radio interno se agranda y los *jets* vuelven a formarse. Es posible que la formación misma de los *jets* “empuje” al disco de acreción hacia afuera. Algunos trabajos (Feroci et al. 1999; Nandi et al. 2001) proponen que la parte interna del disco es eyectada durante la transición al

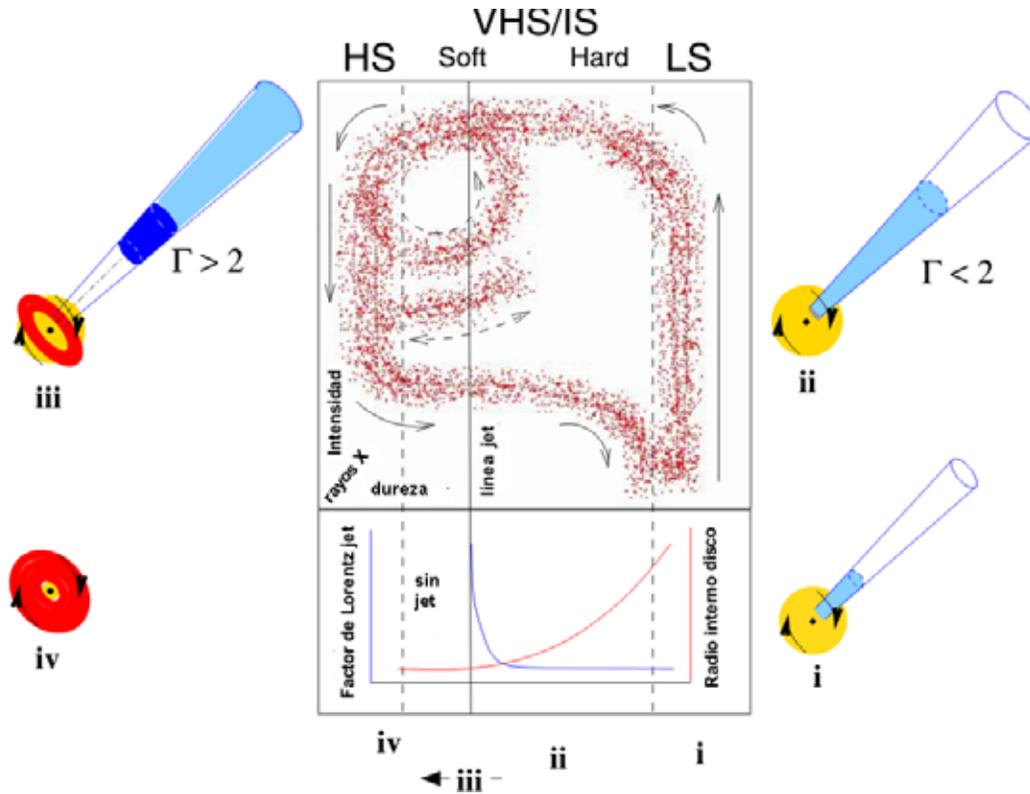


Figura 1.14: Esquema del ciclo dinámico propuesto por Fender et al. (2004) para explicar el acoplamiento disco-*jet*. El panel superior muestra el progreso del sistema en un diagrama intensidad-dureza del espectro en rayos X. El panel inferior relaciona cada etapa con el radio interno del disco y la velocidad global del *jet*. La línea “*jet*” separa la presencia y ausencia de *jets*. Las figuras laterales muestran la geometría del sistema disco-corona-*jet* asociada a cada fase.

estado *low-hard*, aunque también se ha sugerido que es el material de la corona el que es despedido (Rodríguez et al. 2003). En el marco del modelo de Fender et al. (2004) el segundo escenario es el más probable, ya que es justamente el acercamiento del disco al objeto central lo que produce la eyección de los *jets*.

CAPÍTULO 2

Caracterización del entorno de un agujero negro acretante

En este capítulo se describirán los resultados de los cálculos que permiten la caracterización de la corona de un agujero negro acretante galáctico. Plantearemos un modelo sencillo de corona *ad hoc*, basado en varias de las hipótesis de los modelos descritos en el capítulo anterior. Esto nos permitirá obtener los valores de todos los parámetros relevantes a partir de un cierto número de datos observacionales. Aunque el análisis será en principio completamente general, se aplicará a dos sistemas binarios concretos: Cygnus X-1 y XTE J1118+480, con estrellas compañeras de gran masa y baja masa, respectivamente.

2.1. Caracterización de la corona

Nos concentraremos en la caracterización de la corona en el estado *low-hard*, durante el que se registra la presencia de *jets*. Plantearemos para la corona una geometría esférica de tipo “sombbrero”, como la del panel central de la Figura (1.9). Llamaremos R_c al radio de la corona, mientras que R_d será el radio interior del disco de acreción. Éste penetra hasta cierto punto dentro de la corona, de modo que $R_c > R_d$. No consideraremos aquí ninguna dependencia espacial ni temporal de los parámetros característicos, limitándonos

a estimar valores promedio constantes en todo punto.

De acuerdo con las observaciones, el espectro de emisión de rayos X de la corona toma la forma de una ley de potencias con un corte a altas energías. Si denotamos $f_{\text{ph}}(E)$ al flujo de fotones a través de su superficie por unidad de energía (en $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{eV}^{-1}$), podemos escribir

$$f_{\text{ph}}(E) = A_{\text{ph}} E^{-\alpha} e^{-\frac{E}{E_c}}, \quad (2.1)$$

donde α es el índice espectral, E_c la energía de corte y A_{ph} una constante de normalización. Esta última puede hallarse a partir de L_c , la luminosidad total observada de la corona,

$$\begin{aligned} L_c &= 4\pi d^2 \int_0^\infty E f_{\text{ph}}(E) dE \\ &= 4\pi d^2 A_{\text{ph}} \int_0^\infty E^{1-\alpha} e^{-\frac{E}{E_c}} dE. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Aquí d es la distancia del sistema a la Tierra. La integral puede resolverse usando la definición de la función $\Gamma(n)$

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} e^{-t} dt. \quad (2.3)$$

Obtenemos finalmente que

$$L_c = 4\pi d^2 A_{\text{ph}} E_c^{2-\alpha} \Gamma(2-\alpha), \quad (2.4)$$

de donde es posible despejar A_{ph} conocidos α , d y L_c .

A partir de $f_{\text{ph}}(E)$ puede hallarse $n_{\text{ph}}(E)$, la densidad de fotones por intervalo de energía en el interior de la corona (en $\text{cm}^{-3}\text{eV}^{-1}$). Planteando conservación de la energía,

$$4\pi R_c^2 c E n_{\text{ph}}(E) = 4\pi d^2 E f_{\text{ph}}(E). \quad (2.5)$$

Despejando $n_{\text{ph}}(E)$ y reemplazando (2.1),

$$n_{\text{ph}}(E) = \frac{1}{c} \left(\frac{d}{R_c} \right)^2 A_{\text{ph}} E^{-\alpha} e^{-\frac{E}{E_c}}. \quad (2.6)$$

Aunque en principio esta expresión es válida para $r = R_c$, supondremos que $n_{\text{ph}}(E)$ es constante en todo el interior de la corona.

El siguiente parámetro de importancia a ser calculado es el campo magnético B . El estado *low-hard* de las binarias de rayos X se caracteriza por la presencia de *jets*. Aunque no completamente entendido, el mecanismo de formación de los mismos es probablemente de origen magnetohidrodinámico. En este escenario la energía necesaria para la eyección de materia es provista por el campo magnético. Si suponemos que la densidad de energía magnética en la corona se encuentra en equipartición con la densidad de energía cinética en la base del *jet*,

$$U_B = U_{\text{jet}}, \quad (2.7)$$

es posible entonces estimar el valor de B . La densidad de energía U_{jet} se relaciona directamente con la potencia cinética del *jet*, L_{jet} . Si llamamos R_{jet} al radio inicial del *jet* y v_{jet} a la velocidad macroscópica del fluido, entonces

$$L_{\text{jet}} = \pi R_{\text{jet}}^2 v_{\text{jet}} U_{\text{jet}}. \quad (2.8)$$

Despejando de aquí U_{jet} y utilizando en (2.7) que $U_B = B^2/8\pi$, el valor de B resulta

$$B = \left(8 \frac{L_{\text{jet}}}{v_{\text{jet}} R_{\text{jet}}^2} \right)^{1/2}. \quad (2.9)$$

Para estimar L_{jet} adoptaremos la hipótesis de acoplamiento disco-*jet* de Falcke & Biermann (1995). Esta hipótesis plantea que la potencia cinética del *jet* se relaciona directamente con la potencia de acreción $L_{\text{acr}} = \dot{M}c^2$ en la forma

$$L_{\text{jet}} = q_{\text{jet}} \dot{M}c^2, \quad (2.10)$$

donde q_{jet} es un parámetro constante menor que la unidad. La velocidad v_{jet} puede obtenerse a partir del factor de Lorentz macroscópico del *jet*, $\Gamma_{\text{jet}} = (1 - v_{\text{jet}}^2/c^2)^{-1/2}$. Por último, tomaremos como radio inicial del *jet* alguna fracción a del radio de la corona, $R_{\text{jet}} = aR_c$. Es oportuno aclarar que el valor numérico del campo B no depende sensiblemente del valor de Γ_{jet} ni de la constante a , que se fijó en $a = 0.4$.

Resta estimar la densidad de electrones e iones del plasma de la corona. Adoptando las ideas que dieron lugar a los modelos de ADAF, supondremos que el plasma es térmico y tiene dos temperaturas bien diferenciadas: una temperatura electrónica T_e y una temperatura iónica T_i , tales que $T_i \gg T_e$.

Plantearémos una vez más equipartición de la energía, esta vez entre la densidad de energía magnética y la densidad de energía cinética térmica del plasma. Llamando n_e y n_i a las densidades de electrones o iones respectivamente, esta hipótesis puede escribirse como

$$\frac{B^2}{8\pi} = \frac{3}{2}n_e kT_e + \frac{3}{2}n_i kT_i. \quad (2.11)$$

Si el plasma está principalmente compuesto de hidrógeno, $n_e \sim n_i$, y como además $T_i \gg T_e$, entonces

$$\frac{3}{2}n_e kT_e + \frac{3}{2}n_i kT_i \approx \frac{3}{2}n_i kT_i. \quad (2.12)$$

Bajo estas condiciones obtenemos finalmente que

$$\frac{3}{2}n_i kT_i \approx \frac{B^2}{8\pi}. \quad (2.13)$$

2.2. Dos ejemplos concretos: Cygnus X-1 y XTE J118+480

Cygnus X-1 es el candidato a agujero negro galáctico más estudiado. Situado aproximadamente a 2 kpc de distancia, es una binaria de rayos X muy luminosa que presenta variabilidad en todas las escalas de tiempo, desde meses y años a milisegundos. Está formado por un objeto compacto de $\sim 10.1M_\odot$ y una estrella de tipo O9.7 Iab de unas $\sim 17.8M_\odot$. Su espectro ha sido observado en los característicos estados *soft* y *hard*; este último es aquel en el que el sistema pasa la mayor parte del tiempo. En ambos estados el espectro presenta una contribución tipo cuerpo negro más una ley de potencias con corte exponencial. Durante el estado *high-soft* domina la emisión de cuerpo negro y la ley de potencias es pronunciada, con un índice espectral ~ 2.8 . Durante el estado *low-hard* la ley de potencias se endurece. El índice espectral es ahora ~ 1.6 y hay mucha más energía en esta componente del espectro. En 2001 Stirling et al. lograron resolver en radio una estructura de tipo *jet* en Cygnus X-1. El espectro aparece chato, y no se observa un segundo *jet*. Existe también evidencia de que este sistema presenta emisión electromagnética de alta energía. En 2001, Golenetskii et al. detectaron la emisión transitoria de radiación gamma proveniente de esta dirección. Dos eventos anteriores en forma de erupciones ya habían sido detectados por el instrumento BATSE a bordo del satélite Compton en 1995.

La Tabla (2.1) reúne los valores de los parámetros físicos más relevantes de Cygnus X-1. Como referencia sobre los datos observacionales se utilizó el trabajo de Poutanen et al. (1997). El resto de los valores se calculó siguiendo el modelo de la sección anterior. Fijando el índice espectral en $\alpha = 1.6$ y la energía de corte en $E_c = 150$ keV, la densidad de fotones $n_{\text{ph}}(E)$ resultó

$$n_{\text{ph}}(E) = 1.1 \times 10^{-10} E^{-1.6} e^{-E/150 \text{ keV}} \text{ cm}^{-3} \text{ erg}^{-1}. \quad (2.14)$$

El valor obtenido para campo magnético promedio fue de $B = 6.1 \times 10^6$ G, mientras que la densidad de electrones/iones en la corona de $n_e = n_i = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Tabla 2.1: Parámetros físicos característicos de Cygnus X-1

Parámetros de entrada		
Parámetro	Símbolo	Valor
Distancia a la Tierra	d	~ 2.5 kpc
Masa agujero negro	M_{BH}	$10M_{\odot}$
Tasa de acreción	\dot{M}	$10^{-8}M_{\odot} \text{ año}^{-1}$
Radio corona	R_c	550 km
Luminosidad corona	L_c	$4 \times 10^{37} \text{ erg s}^{-1}$
Temperatura electrones	T_e	10^9 eV
Temperatura iones	T_i	10^{12} eV
Energía de corte fotones X	E_c	150 keV
Índice espectral fotones X	α	1.6
Eficiencia <i>jet</i>	q_{jet}	0.1
Factor de Lorentz <i>jet</i>	Γ_{jet}	1.5 – 2
Parámetros calculados		
Constante normalización	A_{ph}	$1.1 \times 10^{-5} \text{ erg}^{3/5} \text{ cm}^{-2} \text{ s}$
Campo magnético corona	B	6.1×10^6 G
Densidad plasma corona	n_i, n_e	10^{16} cm^{-3}

Como representante de los *microcuasares* de baja masa tomaremos el caso

de XTE J1118+480, el primer sistema binario con un candidato firme a agujero negro en el halo galáctico (Wagner et al. 2001). El sistema se encuentra a una distancia de ~ 1.8 kpc de la Tierra y a ~ 1.6 kpc por encima del plano galáctico, en una región de absorción interestelar excepcionalmente baja. Fue detectado en rayos X en marzo de 2000. Poco después se descubrió su contraparte óptica, de tipo espectral entre K5 V y M1 V (McClintock et al. 2001; Wagner et al. 2001). La estrella tiene una masa de unas $\sim 0.5M_{\odot}$, y pierde materia a través del punto de Lagrange por derrame de su lóbulo de Roche. Observaciones casi simultáneas en el rango óptico, UV y rayos X permitieron concluir que la fuente se encontraba en el estado *low-hard* típico de un agujero negro galáctico al momento de su detección. El espectro presentaba la forma de una ley de potencias hasta ~ 100 keV con un índice espectral 1.8 ± 0.1 . Aunque los *jets* en XTE J1118+480 todavía no han podido ser resueltos, trabajos como el de Markoff et al. (2001) indican que el espectro en el estado *low-hard* presenta una importante contribución tipo *jet*, desde la banda de radio hasta el infrarojo. Bajo algunas hipótesis razonables, el mismo modelo sugiere que la emisión del *jet* podría incluso extenderse hasta los rayos X duros. De acuerdo con Esin et al. (2001) y McClintock et al. (2001), el espectro en óptico hasta rayos X también presenta evidencia típica de comptonización de fotones fríos de un disco de acreción en una región tipo corona.

La Tabla (2.2) resume los valores de los parámetros más importantes del sistema, extraídos de los trabajos de Esin et al.(2001) y Wagner et al.(2001). Se muestran allí también los valores de los parámetros estimados aplicando el modelo de la Sección 2.1. Adoptando un índice espectral $\alpha = 1.8$ y una energía de corte $E_c = 150$ keV, la densidad de fotones $n_{\text{ph}}(E)$ en la corona resultó

$$n_{\text{ph}}(E) = 7.5 \times 10^{-10} E^{-1.8} e^{-E/150 \text{ keV}} \text{ cm}^{-3} \text{ erg}^{-1}. \quad (2.15)$$

Para el campo magnético B se obtuvo un valor promedio de $B \sim 10^7$ G. Finalmente, la densidad de electrones/iones en la corona resultó de $n_e = n_i \sim 3.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Tabla 2.2: Parámetros físicos característicos de XTE J111+480

Parámetros de entrada		
Parámetro	Símbolo	Valor
Distancia a la Tierra	d	~ 1.8 kpc
Masa agujero negro	M_{BH}	$6.5M_{\odot}$
Tasa de acreción	\dot{M}	$3 \times 10^{-8}M_{\odot} \text{ año}^{-1}$
Radio corona	R_c	10^8 cm
Luminosidad corona	L_c	$7.8 \times 10^{34} \text{ erg s}^{-1}$
Temperatura electrones	T_e	10^9 eV
Temperatura iones	T_i	10^{12} eV
Energía de corte fotones X	E_c	150 keV
Índice espectral fotones X	α	1.8
Eficiencia <i>jet</i>	q_{jet}	0.1
Factor de Lorentz <i>jet</i>	Γ_{jet}	3 – 10
Parámetros calculados		
Constante normalización	A_{ph}	$7.5 \times 10^{-10} \text{ erg}^{3/5} \text{ cm}^{-2} \text{ s}$
Campo magnético corona	B	10^7 G
Densidad plasma corona	n_i, n_e	$3.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

Los valores de los parámetros que caracterizan a ambos sistemas son en su mayoría muy similares. En particular las correspondientes tasas de acreción son del mismo orden de magnitud, lo que explica que se hayan obtenido valores próximos para el campo magnético y la densidad de partículas. La principal diferencia entre el sistema con estrella compañera de gran masa y de baja masa es la luminosidad de la corona. Su valor es casi tres órdenes de magnitud mayor en Cygnus X-1, por lo que el campo de radiación resultó mucho más denso en este sistema.

CAPÍTULO 3

Interacciones de partículas en la corona

A lo largo de este capítulo estudiaremos distintos procesos de interacción de una distribución de protones relativistas con los campos de materia, radiación y el campo magnético en la corona. El objetivo principal consistirá en determinar cuál o cuáles de estos procesos son relevantes como mecanismos de producción electromagnética y de partículas secundarias.

3.1. Modelos leptónicos y hadrónicos

El origen de los distintos componentes del espectro de las binarias de rayos X fue descrito en el Capítulo 1. Éste puede extenderse hasta la región de los rayos gamma, donde ya se han detectado varios *microquasares*. Siguiendo la analogía existente entre estos sistemas y otros como los núcleos galácticos activos, se espera que la radiación de alta energía en *microquasares* tenga su origen en los *jets*. Existen dos tipos de modelos teóricos que intentan explicar el mecanismo de producción de rayos gamma: los modelos leptónicos y los modelos hadrónicos.

La presencia de electrones y/o pares relativistas en el *jet* se infiere de la emisión sincrotrón en radio observada. Si los electrones son muy energéticos (factores de Lorentz de $\sim 10^6$), la emisión sincrotrón puede extenderse hasta los rayos X duros (Markoff et al. 2001, 2003). Bosch-Ramon et al. (2005) han demostrado que si las pérdidas sincrotrón auto-Compton (*synchrotron*

self Compton, SSC) son importantes, el espectro puede extenderse incluso hasta el rango de los MeV-GeV. Los modelos leptónicos consideran también las interacciones con los campos de fotones de la estrella compañera, del disco y de la corona. Georganopoulos et al. (2002) han logrado reproducir el espectro en rayos X duros en fuentes del tipo Cygnus X-1, a través de la dispersión Compton inversa (*inverse Compton*, IC) de los fotones del disco y la estrella por electrones del *jet*. Romero et al. (2002) han considerado además la interacción con los fotones de la corona, obteniendo emisión en el rango de los MeV como la observada en Cygnus X-1. En el mismo trabajo se muestra también que los efectos de absorción sobre la radiación emitida pueden ser importantes. En *microquasares* con compañeras de gran masa, Romero et al. (2004) demostraron que, si los electrones en el *jet* son suficientemente energéticos, es posible obtener rayos gamma del orden del TeV por interacción IC con campos externos. El espectro resultante a energías del TeV es blando, ya que la interacción ocurre en el régimen de Klein-Nishina (Bosch-Ramon et al. 2006). Algunas de las fuentes del plano galáctico detectadas por el instrumento EGRET podrían ser sistemas de este tipo (Kaufman Bernadó et al. 2002; Bosch-Ramon et al. 2005). En *microquasares* con compañeras de baja masa en cambio, no hay fuertes vientos estelares, y los campos externos no son suficientes para que el mecanismo anterior sea efectivo. El origen de la radiación de alta energía en el *jet* debe encontrarse en la interacción SSC (Romero et al. 2004; Kaufman Bernadó 2004). Los *microquasares* de baja masa son sistemas viejos, que presentan importantes movimientos propios. Esto los posiciona como una posible explicación de las fuentes no identificadas del halo galáctico (Grenier et al. 2004).

Una fracción de la materia presente en el *jet* debe consistir también en hadrones. Si existen allí protones relativistas, es posible la producción de rayos gamma debido a interacciones hadrónicas. Las interacciones más importantes tendrán lugar con los campos de materia externos al *jet*, ya que la densidad de partículas en el *jet* mismo es baja. En el caso de *microquasares* con estrella compañera de gran masa la fuente se encuentra en el viento estelar de la estrella donante, que puede ser muy denso y con altas velocidades terminales. Romero et al. (2003) han calculado la emisión gamma de origen hadrónico en sistemas de gran masa, hallando luminosidades comparables a las detectadas por EGRET en fuentes a baja latitud galáctica. El origen de la emisión se encuentra en interacciones protón-protón (*pp*). Un segundo mecanismo posible es la interacción protón-fotón (*p γ*) con el campo de rayos X de la corona o los fotones SSC del *jet*. La eficiencia de estos mecanismos depende de la existencia de densidades de fotones y protones altas. En el caso de las interacciones *pp*, también de la presencia de una estrella de gran masa con

fuertes vientos que aporte los campos de materia necesarios. Esto descartaría en gran medida la aplicación de un modelo de este tipo a *microquasares* de baja masa.

Como alternativa a los modelos anteriores, estudiaremos aquí la posibilidad de emisión de radiación electromagnética de alta energía de origen hadrónico en la corona, y no en los *jets*, de un *microquasar*. El mecanismo propuesto es la interacción de una distribución de protones energéticos con el resto de los campos de materia, radiación y campo magnético propios de la misma corona. Al no depender de campos externos, la idea es aplicable en principio a sistemas de baja masa con ausencia de vientos, y también a sistemas binarios acretantes que no poseen *jets*.

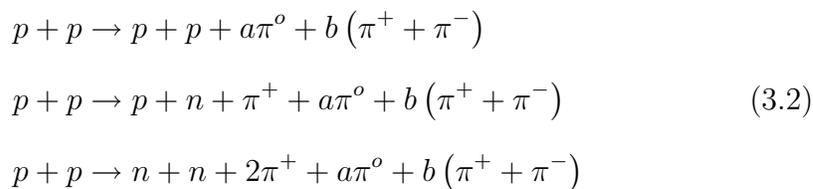
3.2. Enfriamiento de protones relativistas

Supondremos entonces que existen protones relativistas en la corona. Estos son inyectados a través de algún mecanismo de aceleración cuya naturaleza exacta no es relevante en esta etapa del análisis. Al interactuar con los demás campos en la corona los protones pierden parte de su energía. La importancia de las pérdidas puede cuantificarse a través de la *tasa de enfriamiento* t^{-1} , que para una partícula de energía E se define como

$$t^{-1} = -\frac{1}{E} \frac{dE}{dt}. \quad (3.1)$$

Siguiendo a Begelman et al. (1990), consideraremos cuatro procesos principales de interacción entre protones relativistas y los campos de materia, radiación y campo magnético en la corona: colisiones inelásticas protón-protón, colisiones inelásticas protón-fotón, dispersión Compton inversa y radiación sincrotrón.

- **Colisiones inelásticas protón-protón (pp):** consiste en la interacción entre un protón térmico del plasma de la corona y un protón relativista. El producto más importante de las colisiones pp son los piones, creados a través de tres canales principales,



donde a y b son las respectivas multiplicidades. El umbral de energía cinética de los protones relativistas para que estas reacciones sean posibles es $E_{\text{th}} \sim m_{\pi}c^2 \sim 135 \text{ MeV}$.

La tasa de enfriamiento t_{pp}^{-1} está dada por la expresión

$$t_{pp}^{-1} = n_p c \sigma_{pp} K_{pp}, \quad (3.3)$$

donde n_p es la densidad de protones térmicos en la corona (que supondremos igual a la densidad de iones), y $K_{pp} \approx 1/2$ es la inelasticidad, es decir la fracción de energía que pierde el protón relativista en cada colisión. La sección eficaz total de interacción protón-protón σ_{pp} depende débilmente de la energía. A partir de E_{th} , σ_{pp} aumenta rápidamente hasta $\sim 28 - 30 \text{ mb}$ para $E_p \leq 2 \text{ GeV}$. Luego se incrementa lentamente en forma logarítmica. Adoptaremos aquí la parametrización aproximada de Aharonian & Atoyan (2000):

$$\sigma_{pp}(E_p) \approx 30 \left[0.95 + 0.06 \ln \left(\frac{E_p - m_p c^2}{1 \text{ GeV}} \right) \right] \text{ mb} \quad E_p - m_p c^2 \geq 1 \text{ GeV}, \quad (3.4)$$

y supondremos $\sigma_{pp} \approx 0$ para $E_p - m_p c^2 < 1 \text{ GeV}$.

• **Colisiones inelásticas protón-fotón ($p\gamma$):** es la interacción entre un protón relativista y un fotón del campo de radiación X de la corona. Existen dos canales principales de interacción $p\gamma$ importantes en ambientes astrofísicos: la producción de pares,

$$p + \gamma \rightarrow p + e^+ + e^-, \quad (3.5)$$

y la producción fotomesónica,

$$\begin{aligned} p + \gamma &\rightarrow p + \pi^0, \\ p + \gamma &\rightarrow n + \pi^+. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Si llamamos $x = h\nu/m_e c^2$ a la energía de los fotones en unidades de la energía en reposo del electrón, la tasa de enfriamiento $t_{p\gamma}^{-1}$ para ambos procesos está dada por

$$t_{p\gamma}^{-1} = \frac{2\pi c}{\gamma_p^2} \int_{x'_{\text{th}}}^{2\gamma_p x'_{\text{máx}}} \sigma(x') K(x') x' dx' \int_{x'/2\gamma_p}^{x'_{\text{máx}}} n_x dx, \quad (3.7)$$

donde $\gamma_p = E_p/m_p c^2$ es el factor de Lorentz del protón y n_x es la densidad diferencial de fotones, definida de manera que $\int n_x x^2 dx d\Omega$ sea el número total de fotones por unidad de volumen. La sección eficaz de producción de pares se incrementa monótonamente con la energía del fotón. En los límites de bajas y altas energías, puede aproximarse como

$$\sigma^{(e)}(x') \approx \begin{cases} 1.2 \times 10^{-27} \left(\frac{x' - x'_{\text{th}}}{x'_{\text{th}}} \right)^3 \text{ cm}^2 & x' - x'_{\text{th}} \ll 1 \\ 1.8 \times 10^{-27} (\ln 2x' - 2.6) \text{ cm}^2 & x' \gg x'_{\text{th}}. \end{cases} \quad (3.8)$$

Aquí las primas indican cantidades medidas en el sistema de referencia en reposo del protón, en el que $x'_{\text{th}} = 2$ es la energía umbral. La inelasticidad tiene un máximo en x'_{th} , $K(x'_{\text{th}}) = 2m_e/m_p$, y decrece monótonamente con la energía del fotón.

Para la sección eficaz y la inelasticidad del proceso de producción fotomesónica usaremos ajustes de datos experimentales. La sección eficaz presenta una resonancia entre la energía umbral $x'_{\text{th}} = \frac{m_\pi}{m_e} \left(1 + \frac{m_\pi}{2m_p} \right) \approx 284$ y $x' \approx 4 \times 10^3$, con un valor máximo en $\sigma^{(\pi)}(2x'_{\text{th}}) \approx 0.5 \times 10^{-27} \text{ cm}^2$. Tiene un mínimo local en $x' \approx 2.4 \times 10^3$ y luego se incrementa muy lentamente con la energía. La inelasticidad aumenta desde $K^{(\pi)} \sim m_\pi/m_p \sim 0.14$ en la energía umbral hasta ~ 0.5 para $x' \sim 10^3$, y es aproximadamente constante a energías más altas. Los ajustes utilizados para $\sigma^{(\pi)}$ y $K^{(\pi)}$, así como las expresiones completas para el caso de producción de pares, se detallan en Begelman et al. (1990).

• **Dispersión Compton inversa (IC):** es el proceso por el cual un protón relativista colisiona con un fotón del campo de radiación de la corona cediéndole energía. En este caso la tasa de enfriamiento está dada por

$$t_{\text{IC}}^{-1} = \frac{4}{3} \left(\frac{m_e}{m_p} \right)^3 \frac{c\sigma_T U_{\text{rad}}}{m_e c^2} \gamma_p, \quad (3.9)$$

donde $U_{\text{rad}} = \int_0^\infty E_{\text{ph}} n(E_{\text{ph}}) dE_{\text{ph}}$ es la densidad de energía en fotones en la corona y σ_T es la sección eficaz de Thomson, $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = 0.665 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$.

• **Radiación sincrotrón:** al ser deflectados por el campo magnético de la corona, los protones pierden energía a través de radiación sincrotrón. Este proceso puede pensarse como dispersión de fotones virtuales del campo magnético, por lo que la expresión para la tasa de enfriamiento resulta análoga a la del caso anterior,

$$t_s^{-1} = \frac{4}{3} \left(\frac{m_e}{m_p} \right)^3 \frac{c\sigma_T U_B}{m_e c^2} \gamma_p, \quad (3.10)$$

donde ahora $U_B = B^2/8\pi$ es la densidad de energía magnética.

Con estas expresiones y los parámetros de las Tablas (2.1) y (2.2) se calcularon las tasas de enfriamiento para los dos sistemas en estudio. La Figura (3.1) muestra los resultados obtenidos.

Las colisiones pp dominan claramente las pérdidas en un amplio rango de energías. Éste se extiende aproximadamente hasta un cierto valor γ_{pp} para el que se satisface que

$$t_{pp}^{-1}(\gamma_{pp}) = t_{p\gamma, e}^{-1} + t_{p\gamma, \pi}^{-1} + t_s^{-1} + t_{IC}^{-1}. \quad (3.11)$$

El valor de γ_{pp} resultó de $\gamma_{pp} \sim 3.8 \times 10^5$ para Cygnus X-1 y de $\gamma_{pp} \sim 10^5$ en el caso de XTE J1118+480. En términos de energía, equivalen a $E_{pp} \sim 3.6 \times 10^{14}$ eV y $E_{pp} \sim 9.6 \times 10^{13}$ eV, respectivamente.

A energías más altas, los procesos dominantes son la radiación sincrotrón y, en el caso del sistema con estrella compañera de gran masa, las colisiones $p\gamma$ con producción de piones. Esto está relacionado con el hecho de que el campo de radiación de la corona es varios órdenes de magnitud más denso en este sistema que en el sistema con compañera de baja masa, ver Tablas (2.1) y (2.2).

Sin embargo, antes de afirmar que estos procesos son efectivamente relevantes, debemos caracterizar más detalladamente la distribución de protones relativistas en la corona, para estimar en especial la energía máxima posible.

3.3. La distribución de protones relativistas

Los resultados anteriores son independientes de la distribución en energía de los protones relativistas, dependiendo únicamente de las condiciones físicas en la corona. La forma funcional exacta de la distribución de protones

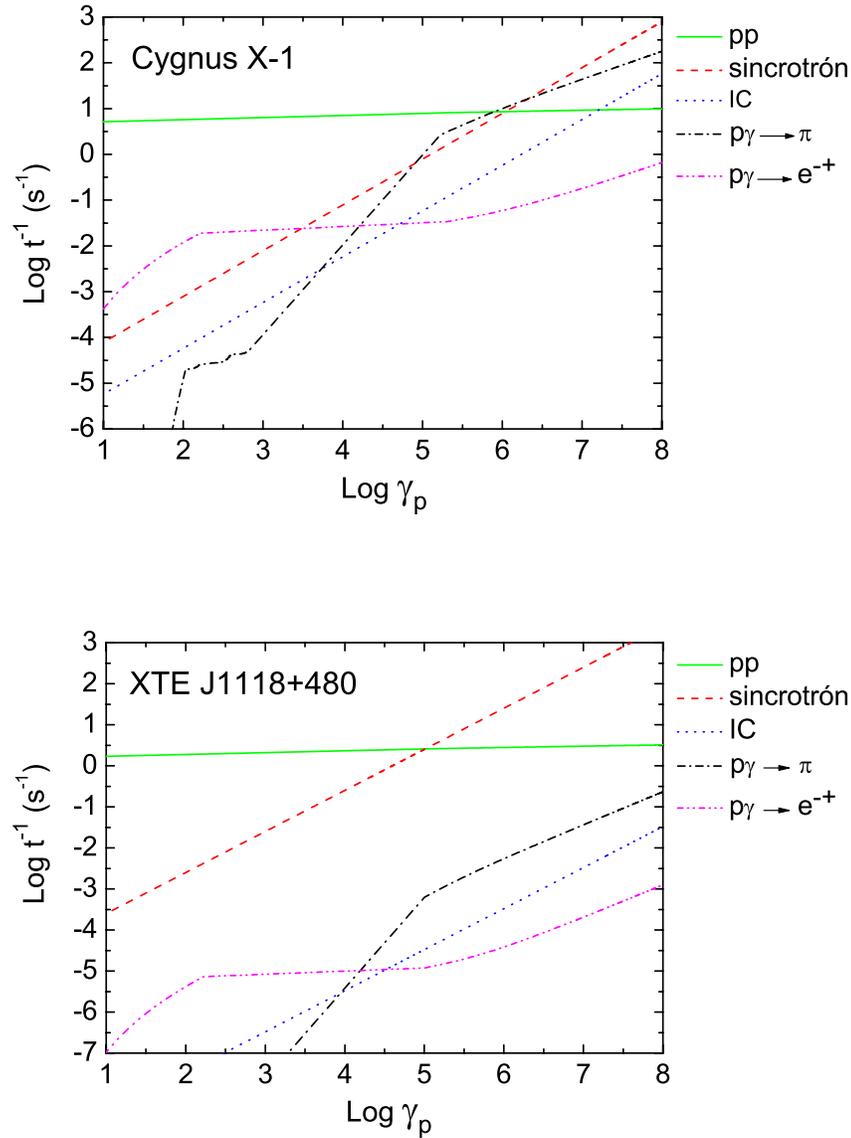


Figura 3.1: Tasa de enfriamiento t^{-1} para un protón relativista de factor de Lorentz γ_p en Cygnus X-1 (panel superior) y XTE J1118+480 (panel inferior). Las pérdidas están dominadas por la colisiones pp . A altas energías el proceso relevante es la radiación sincrotrón y, en el caso del sistema con estrella donante de gran masa, la producción fotomesónica. Este último proceso no es importante en el caso de compañera de baja masa, ya que la densidad de fotones en la corona es varios órdenes de magnitud menor.

está relacionada con el mecanismo de aceleración subyacente. En ambientes astrofísicos, un posible mecanismo por el cual las partículas pueden ser aceleradas hasta alcanzar altas energías es el llamado *mecanismo de Fermi* de aceleración por ondas de choque (*shocks*), ver Apéndice A. Estos *shocks* pueden generarse por colisiones entre distintas regiones de flujo en acreción, o por aceleración del plasma debido a reconexión magnética. La idea detrás del mecanismo de Fermi es que las partículas ganan energía como resultado de repetidos procesos de dispersión a través del *shock*. La distribución en energía de un conjunto de partículas aceleradas mediante este proceso toma la forma de una ley de potencias, $n(E) \propto E^{-\Gamma}$. En el caso del mecanismo canónico de Fermi (gas monoatómico, *shocks* fuertes, ausencia de efectos no lineales), $\Gamma = 2$. De acuerdo con observaciones de fuentes EGRET variables (Bosch-Ramon et al. 2005; Grenier 2004), adoptaremos aquí una distribución de protones relativistas de índice espectral $\Gamma = 2.2$,

$$n(E_p) = A_p E_p^{-2.2}. \quad (3.12)$$

El valor máximo de energía que pueden alcanzar los protones queda determinado no sólo por las pérdidas, sino también por la tasa de aceleración. En presencia de un campo magnético B , los protones son acelerados hasta una energía γ_p a una tasa t_{ac}^{-1} dada por

$$t_{ac}^{-1} = \eta \frac{ceB}{m_p c^2} \gamma_p, \quad (3.13)$$

donde η es un parámetro que depende de los detalles del mecanismo de aceleración. Para el caso de aceleración por *shocks*, $\eta \sim v^2/c^2 f$ (Begelman et al. 1990). Aquí f es el cociente entre el camino libre medio de dispersión de Fermi y el radio de Larmor del protón, y v es la velocidad relativa entre los flujos macroscópicos a ambos lados de la onda de choque. Sin entrar en consideraciones de este tipo, permitiremos que η tome dos valores distintos: $\eta = 0.1$ y $\eta = 10^{-4}$, que reflejan una aceleración muy eficiente y poco eficiente, respectivamente.

La energía máxima posible para los protones relativistas en la corona estará dada por el valor $\gamma_{m\acute{a}x}$ para el que la tasa de aceleración iguale a la suma de todas las tasas de enfriamiento,

$$t_{ac}^{-1}(\gamma_{m\acute{a}x}) = t_{pp}^{-1} + t_{p\gamma,e}^{-1} + t_{p\gamma,\pi}^{-1} + t_s^{-1} + t_{IC}^{-1}. \quad (3.14)$$

Tendremos entonces dos valores de $\gamma_{m\acute{a}x}$, dependiendo del valor de η . Para Cygnus X-1,

$$\gamma_{\text{máx}} \approx \begin{cases} 2.2 \times 10^7 & \eta = 0.1 \\ 3.7 \times 10^5 & \eta = 10^{-4}, \end{cases} \quad (3.15)$$

lo que implica

$$E_{\text{máx}} \approx \begin{cases} 2 \times 10^{16} \text{ eV} & \eta = 0.1 \\ 3.5 \times 10^{14} \text{ eV} & \eta = 10^{-4}. \end{cases} \quad (3.16)$$

Comparando con el valor de γ_{pp} , concluimos que para $\eta = 0.1$ los protones pueden alcanzar energías suficientemente altas como para que el enfriamiento por radiación sincrotrón y producción fotomesónica sea efectivo. Para $\eta = 10^{-4}$ en tanto, bastará en principio considerar sólo las pérdidas por colisiones pp .

Para XTE J1118+480 los resultados son similares:

$$\gamma_{\text{máx}} \approx \begin{cases} 2.4 \times 10^7 & \eta = 0.1 \\ 5.9 \times 10^5 & \eta = 10^{-4}, \end{cases} \quad (3.17)$$

lo que implica

$$E_{\text{máx}} \approx \begin{cases} 2.3 \times 10^{16} \text{ eV} & \eta = 0.1 \\ 5.6 \times 10^{14} \text{ eV} & \eta = 10^{-4}. \end{cases} \quad (3.18)$$

En este caso $\gamma_{\text{máx}}$ es mayor que γ_{pp} para los dos valores de η , así que tanto las pérdidas por colisiones pp como por radiación sincrotrón serán relevantes.

Además de las tasas de aceleración y enfriamiento, existe en principio un segundo factor que limita la energía máxima posible para los protones relativistas. Si no existen pérdidas, el límite superior para la energía está dado por aquel valor para el cual el giroradio R_g es igual al radio de la corona. Para un protón de energía E_p , el giroradio vale

$$R_g = \frac{E_p}{eB}. \quad (3.19)$$

Si reemplazamos R_g por el radio de la corona, obtenemos el valor máximo de energía permitido. Utilizando los datos de las Tablas (2.1) y (2.2), las energías máximas resultan de $\sim 1 \times 10^{17}$ eV para Cygnus X-1 y $\sim 3.3 \times 10^{17}$ eV para XTE J1118+480. Comparando con (3.16) y (3.18) observamos que son

superiores a los hallados anteriormente. Por lo tanto la geometría y el campo magnético no imponen límites más severos a la energía máxima, que queda determinada por el balance entre las tasas de enfriamiento y aceleración.

Para conocer completamente la distribución de protones relativistas, resta hallar la constante de normalización A_p en (3.12). Ésta puede obtenerse si conocemos la energía total inyectada en protones relativistas por unidad de tiempo. Adoptaremos aquí la hipótesis de que ésta representa una fracción q_{rel} de la potencia de acreción. En ese caso,

$$q_{\text{rel}}\dot{M}c^2 = 4\pi cR_c^2 \int_{E_{p,\text{mín}}}^{E_{p,\text{máx}}} E_p n(E_p) dE_p. \quad (3.20)$$

Reemplazando $n(E_p)$ de (3.12) e integrando, se obtiene fácilmente que

$$A_p = q_{\text{rel}} \frac{\dot{M}c^2}{20\pi R_c^2 c} (E_{p,\text{mín}}^{-0.2} - E_{p,\text{máx}}^{-0.2})^{-1}. \quad (3.21)$$

Cubriendo un rango amplio de parámetros, permitiremos que q_{rel} tome los valores $q_{\text{rel}} = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$ en el caso de Cygnus X-1, y $q_{\text{rel}} = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ para XTE J1118+480. Los límites superiores son los calculados en (3.16) y (3.18), y fijaremos $E_{\text{mín}} = 2m_p c^2$. El valor numérico de A_p es poco sensible a estos límites, especialmente al de $E_{\text{máx}}$ y por lo tanto al valor de η .

Finalmente, en el caso de Cygnus X-1 la distribución de protones relativistas resulta

$$n(E_p) = 8.3 \times 10^{21} E_p^{-2.2} \text{cm}^{-3} \text{eV}^{-1} \quad (3.22)$$

$$q_{\text{rel}} = 10^{-3} \quad \eta = 10^{-4} \quad E_{\text{máx}} \sim 3.5 \times 10^{14} \text{eV},$$

y

$$n(E_p) = 7.6 \times 10^{21} E_p^{-2.2} \text{cm}^{-3} \text{eV}^{-1} \quad (3.23)$$

$$q_{\text{rel}} = 10^{-3} \quad \eta = 10^{-1} \quad E_{\text{máx}} \sim 2 \times 10^{16} \text{eV}.$$

Mientras que para XTE J1118+480,

$$\begin{aligned} n(E_p) &= 4.4 \times 10^{22} E_p^{-2.2} \text{ cm}^{-3} \text{ eV}^{-1} \\ q_{\text{rel}} &= 10^{-2} \quad \eta = 10^{-4} \quad E_{\text{máx}} \sim 5.6 \times 10^{14} \text{ eV}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

y

$$\begin{aligned} n(E_p) &= 4.2 \times 10^{22} E_p^{-2.2} \text{ cm}^{-3} \text{ eV}^{-1} \\ q_{\text{rel}} &= 10^{-2} \quad \eta = 10^{-1} \quad E_{\text{máx}} \sim 2.3 \times 10^{16} \text{ eV}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Para el resto de los valores de q_{rel} las densidades simplemente disminuyen en uno o dos órdenes de magnitud, ya que el factor de normalización A_p es directamente proporcional a este parámetro, ver (3.21).

Estos resultados son válidos siempre que los protones relativistas puedan entregar por completo su energía antes de caer hacia el agujero negro. Para que esta condición se satisfaga, la tasa de enfriamiento debe ser mayor que la tasa de acreción:

$$t_{\text{cool}}^{-1} > t_{\text{acr}}^{-1}, \quad (3.26)$$

donde t_{acr}^{-1} depende del radio de la corona y la velocidad típica de acreción, $t_{\text{acr}}^{-1} = v_{\text{acr}}/R_c$. Podemos estimar el valor máximo posible de v_{acr} pidiendo que la suma de las tasas de enfriamiento iguale a la tasa de acreción:

$$\sum_i t_{\text{cool},i}^{-1} = t_{\text{acr}}^{-1}. \quad (3.27)$$

Las tasas de enfriamiento crecen con la energía de los protones, así que bastará imponer la igualdad anterior evaluando t_{cool}^{-1} a bajas energías. En ese rango las pérdidas están completamente dominadas por colisiones pp , proceso para el que la tasa de enfriamiento es prácticamente constante para todo valor de E_p . El valor límite de v_{acr} resultó de $\sim 10^8 \text{ cm s}^{-1}$ en ambos sistemas. Al no contar con ningún modelo para v_{acr} , de aquí en adelante supondremos que las condiciones en la corona son tales que su valor se encuentra debajo del límite estimado.

Ésto completa la descripción de la distribución de protones relativistas en la corona y el análisis de los distintos mecanismos de pérdida de energía. El cálculo de los espectros de producción resultado de las interacciones más relevantes constituye el siguiente paso de nuestra investigación.

CAPÍTULO 4

Cálculo de espectros

El análisis de las tasas de enfriamiento permitió concluir que los procesos hadrónicos más relevantes son las colisiones pp , la radiación sincrotrón y también la producción fotomesónica en el caso de sistemas binarios o *micro-quasares* con estrella donante de gran masa. La energía perdida por los protones se canaliza en emisión electromagnética y en la producción de partículas secundarias. En este capítulo se presentarán los resultados de los cálculos de los espectros de producción.

4.1. Procesos radiativos

El producto más importante de las colisiones pp son los piones. Los piones cargados tienen una vida media de $\sim 10^{-8}$ s; luego decaen en muones con una probabilidad mayor al 99.9%. Los muones su vez decaen para dar neutrinos y pares electrón/positrón:

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu & \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu & \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.\end{aligned}\tag{4.1}$$

La vida media de los piones neutros es de $\sim 8 \times 10^{-17}$ s, y decaen con una probabilidad mayor al 98.8% en dos fotones:

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma. \quad (4.2)$$

Para calcular el espectro de producción debido a este último proceso, seguiremos el formalismo de Aharonian & Atoyan (2000). Llamaremos $q_\gamma(E_\gamma)$ a la emisividad de fotones producto del decaimiento de piones neutros. Este es el número de fotones emitidos por unidad de tiempo por unidad de volumen con energía entre E_γ y $E_\gamma + dE_\gamma$. De acuerdo con Aharonian & Atoyan,

$$q_\gamma(E_\gamma) = 2 \int_{E_{\min}}^{\infty} \frac{q_\pi(E_\pi)}{\sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2 c^4}} dE_\pi. \quad (4.3)$$

Aquí $E_{\min} = E_\gamma + m_\pi^2 c^4 / 4E_\gamma$, y $m_\pi c^2 \sim 135$ MeV es la energía en reposo del π^0 . La emisividad de piones neutros se relaciona directamente con la sección eficaz σ_{pp} . En la llamada *aproximación de la funcional* δ , $q_\pi(E_\pi)$ está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} q_\pi(E_\pi) &= cn_p \int \delta(E_\pi - K_\pi(E_p - m_p c^2)) \sigma_{pp}(E_p) n(E_p) dE_p \\ &= \frac{cn_p}{K_\pi} \sigma_{pp} \left(m_p c^2 + \frac{E_\pi}{K_\pi} \right) n \left(m_p c^2 + \frac{E_\pi}{K_\pi} \right). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Para la sección eficaz $\sigma_{pp}(E_p)$ usaremos la parametrización de la ecuación (3.4), sugerida por los mismos autores¹. El parámetro K_π es la fracción de energía inicial del protón que se canaliza en la producción de fotones. Fijaremos $K_\pi \sim 0.17$, aproximación válida en un amplio rango de energías entre los GeV y TeV. Por último, $n(E_p)$ es la distribución en energía de los protones relativistas, y n_p la densidad de protones térmicos (iones) en la corona.

Para el cálculo de emisividades en el caso de las colisiones $p\gamma$, seguiremos el tratamiento aproximado de Atoyan & Dermer (2003). La producción de piones procede ahora a través de los canales (3.6). Ambos procesos tienen aproximadamente la misma sección eficaz, así que la probabilidad de que un protón se convierta en neutrón es $\xi_{pn} \sim 0.5$. Definiremos la tasa de colisiones $\nu_{p\gamma}$ como el número de interacciones por unidad de tiempo. Está dada por una expresión idéntica a la tasa de enfriamiento $t_{p\gamma}^{-1}$, sin tener en cuenta la inelasticidad:

¹Kelner et al. (2006) han propuesto una nueva parametrización para σ_{pp} . A las energías discutidas en este trabajo, ambas parametrizaciones coinciden.

$$\nu_{p\gamma}(E_p) = \frac{c}{2\gamma_p^2} \int_{E_{\text{th}}/2\gamma_p}^{\infty} n_{\text{ph}}(E) E^{-2} dE \int_{E_{\text{th}}}^{2E\gamma_p} \sigma(E') E' dE'. \quad (4.5)$$

Aquí las variables de integración se refieren a la energía de los fotones, y la energía umbral es de $E_{\text{th}} = 150 \text{ MeV}$. A partir de $\nu_{p\gamma}$ y la tasa de enfriamiento podemos definir una elasticidad media $\bar{K}_{p\gamma}$ como

$$\bar{K}_{p\gamma} = \frac{t_{p\gamma}^{-1}}{\nu_{p\gamma}}, \quad (4.6)$$

que será útil más adelante. La sección eficaz en (4.5) y la inelasticidad $K_{p\gamma}$ pueden aproximarse como la suma de dos funciones escalón. Para el canal de producción de un sólo pión ($a = 0$ en (3.6)),

$$\sigma_1 \sim 3.4 \times 10^{-28} \text{ cm}^2 \quad K_1 \sim 0.2 \quad 200 \text{ MeV} \leq E' \leq 500 \text{ MeV}, \quad (4.7)$$

mientras que para el canal de producción de múltiples piones ($a = 1$),

$$\sigma_2 \sim 1.2 \times 10^{-28} \text{ cm}^2 \quad K_2 \sim 0.2 \quad 500 \text{ MeV} \leq E'. \quad (4.8)$$

Consideremos el canal de creación de un único pión. Si se produce un π^0 , decaerá en dos fotones con aproximadamente la misma energía media, $E_\gamma \sim K_1 E_p/2 = 0.1 E_p$. En el canal de creación de piones múltiples, la mayor parte de la energía perdida por el protón se reparte entre tres piones, π^0 , π^+ y π^- . En primera aproximación, las energías de las tres partículas serán iguales, $\sim K_2 E_p/3 = 0.2 E_p$. Entonces la energía de los dos fotones que se crean al decaer el π^0 será nuevamente de $E_\gamma \sim 0.1 E_p$.

Sean p_1 y $p_2 = (1 - p_1)$ las probabilidades de que la colisión $p\gamma$ tenga lugar a través del canal de un único pión o de piones múltiples, respectivamente. En términos de p_1 y p_2 , la inelasticidad media se puede escribir como

$$\bar{K}_{p\gamma}(E_p) = p_1 K_1 + (1 - p_1) K_2, \quad (4.9)$$

de donde es posible despejar p_1 ,

$$p_1(E_p) = \frac{\bar{K}_{p\gamma}(E_p) - K_2}{K_2 - K_1}. \quad (4.10)$$

Usando (4.6), obtenemos la dependencia en E_p de p_1 .

Bajo todas la aproximaciones anteriores, la emisividad de π^0 en la aproximación de la funcional δ es

$$\begin{aligned} q_\pi(E_\pi) &= \int [(1 - \xi_{pn}) p_1 + p_2] \delta(E_\pi - 0.2E_p) \nu_{p\gamma}(E_p) n(E_p) dE_p \\ &= 5 [(1 - \xi_{pn}) p_1(5E_\pi) + p_2(5E_\pi)] \nu_{p\gamma}(5E_\pi) n(5E_\pi). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Teniendo en cuenta que por cada π^0 se crean dos fotones, la emisividad de fotones en la misma aproximación resulta finalmente

$$\begin{aligned} q_\gamma(E_\gamma) &= 2 \int q_\pi(E_\pi) \delta(E_\gamma - E_\pi/2) dE_\pi \\ &= 20 [(1 - \xi_{pn}) p_1(10E_\gamma) + p_2(10E_\gamma)] \nu_{p\gamma}(10E_\gamma) n(10E_\gamma). \end{aligned} \quad (4.12)$$

El tercer proceso de interés es la radiación sincrotrón. Para un protón de factor de Lorentz γ_p cuya velocidad forma un ángulo α con el campo magnético B , la potencia radiada por unidad de energía es (Blumenthal & Gould, 1970):

$$P(E_\gamma) = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \alpha}{hm_p c^2} \frac{E_\gamma}{h\nu_c} \int_{E_\gamma/h\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(\xi) d\xi. \quad (4.13)$$

Aquí

$$\nu_c = \frac{3eB}{5\pi m_p c} \sin \alpha \gamma_p^2 \quad (4.14)$$

es la frecuencia característica de emisión. La potencia $P(E_\gamma)$ tiene un máximo pronunciado en $\sim 0.3h\nu_c$, decreciendo exponencialmente después. La función $K_{5/3}(x)$ es un caso de función de Bessel modificada de segunda especie. La expresión anterior se generaliza inmediatamente para obtener la emisividad en el caso de una distribución de protones con ángulos α arbitrarios:

$$q_s(E_\gamma) = \frac{\sqrt{3}e^3 B}{hm_p c^2} \int d\Omega_\alpha \sin \alpha \int_{E_{p,\text{mín}}}^{E_{p,\text{máx}}} dE_p n(E_p) \frac{E_\gamma}{h\nu_c} \int_{E_\gamma/h\nu_c}^{\infty} d\xi K_{5/3}(\xi). \quad (4.15)$$

A partir de la emisividad, es posible calcular la luminosidad $L_\gamma(E_\gamma)$ (en erg/s) asociada a cada proceso. Supondremos una vez más que la corona es

homogénea, de manera que para obtener $L_\gamma(E_\gamma)$ bastará multiplicar $q_\gamma(E_\gamma)$ por E_γ^2 y por el volumen total de la corona:

$$\begin{aligned} L_\gamma(E_\gamma) &= E_\gamma^2 \int_{V_c} q_\gamma(E_\gamma) d^3x \\ &= \frac{4}{3}\pi R_c^3 E_\gamma^2 q_\gamma(E_\gamma). \end{aligned} \quad (4.16)$$

El espectro de neutrinos producto del decaimiento de piones cargados puede calcularse de manera análoga. Para estimar la luminosidad de neutrinos pp seguiremos el enfoque de Christiansen et al. (2006). Asumamos que por cada interacción pp , la energía perdida por el protón se distribuye en partes iguales entre tres piones, π^0 , π^+ , π^- . Al decaer, se crean dos ν_μ y dos $\bar{\nu}_\mu$ con energía $E_\nu \sim E_\pi/4$ por cada fotón con energía $E_\gamma \sim E_\pi/2$ (ver (4.1) y (4.2)). Entonces la luminosidad total en neutrinos es igual a la luminosidad total en fotones:

$$\int_{E_\gamma, \text{mín}}^{E_\gamma, \text{máx}} L_\gamma(E_\gamma) dE_\gamma = \int_{E_\nu, \text{mín}}^{E_\nu, \text{máx}} L_\nu(E_\nu) dE_\nu. \quad (4.17)$$

Para obtener los espectros diferenciales es necesario relacionar las correspondientes energías máximas y mínimas. Bajo las mismas hipótesis,

$$E_{\gamma, \text{máx}} = \frac{E_{p, \text{máx}}}{6} \quad E_{\nu, \text{máx}} = \frac{E_{\gamma, \text{máx}}}{2}, \quad (4.18)$$

con expresiones idénticas para $E_{p, \text{mín}}$.

A partir de estas relaciones y de (4.17), es inmediato obtener que

$$q_\nu(E_\nu) = 4 q_\gamma(E_\gamma). \quad (4.19)$$

En el caso de las colisiones $p\gamma$, la emisividad q_ν puede obtenerse a partir de argumentos análogos a los aplicados al caso de q_γ (Atoyan & Dermer, 2003). En el canal de producción de un único pión, la energía media de cada neutrino es $E_\nu \sim E_\pi/4$. Dado que $E_\pi \sim K_1 E_p$ y $K_1 \sim 0.2$, se tiene que $E_\nu \sim 0.05 E_p$. El mismo resultado es válido en el canal de producción de piones múltiples, ya que $E_\pi \sim K_2 E_p/3$ y $K_2 \sim 0.6$. La probabilidad de producción de un pión cargado por cada colisión es ahora $p\gamma$ es $(2p_2 + p_1 \xi_{pm})$. Teniendo en cuenta finalmente que se producen tres neutrinos por cada π^\pm , se llega a la siguiente expresión para la emisividad de neutrinos:

$$q_\nu(E_\nu) = 60 (p_1 \xi_{pn} + 2p_2) \nu_{p\gamma}(20E_\nu) n(20E_\nu). \quad (4.20)$$

4.2. Espectros de producción

Las Figuras (4.1) a (4.4) muestran las luminosidades obtenidas para ambos sistemas. Los gráficos cubren todo el rango de valores considerados para la eficiencia de aceleración η y para la fracción q_{rel} de la potencia de acreción en protones relativistas.

Los resultados presentan ciertos rasgos comunes en ambos sistemas. El espectro a altas energías está completamente dominado por el decaimiento de π^0 producto de colisiones pp . A bajas energías la luminosidad se debe principalmente a radiación sincrotrón. De acuerdo con los resultados de las Secciones 3.2 y 3.3, este proceso sólo es relevante como mecanismo de enfriamiento de los protones más energéticos en el caso del sistema con estrella donante de gran masa, y únicamente para $\eta = 0.1$. Esto se ve directamente en los espectros, ya que en el resto de los casos la luminosidad sincrotrón es varios órdenes de magnitud menor que la luminosidad pp . Lo mismo ocurre con las colisiones $p\gamma$. Sin embargo, la contribución de este mecanismo es despreciable aún en dicho caso. Si comparamos los gráficos para $\eta = 0.1$ con los correspondientes para $\eta = 10^{-4}$, la diferencia se manifiesta en la energía de corte del espectro. Para $\eta = 10^{-4}$, $E_{\gamma, \text{máx}} \sim 10^{14}$ eV, mientras que para $\eta = 0.1$, $E_{\gamma, \text{máx}} \sim 1.5 \times 10^{15}$ eV en ambos sistemas. Este resultado es razonable, ya que η se relaciona directamente con la energía máxima de los protones relativistas. El efecto del parámetro q_{rel} en cambio es simplemente aumentar o disminuir L_γ en un orden de magnitud, dado que las dos cantidades son proporcionales. En cuanto a la forma funcional de los espectros, al igual que la distribución de protones las luminosidades siguen leyes de potencias. La luminosidad pp puede ajustarse en todos los casos mediante una función del tipo $L_{\gamma, pp} \propto E_\gamma^{-0.16}$. En el caso de la luminosidad sincrotrón, $L_{\gamma, s} \propto E_\gamma^{0.4}$.

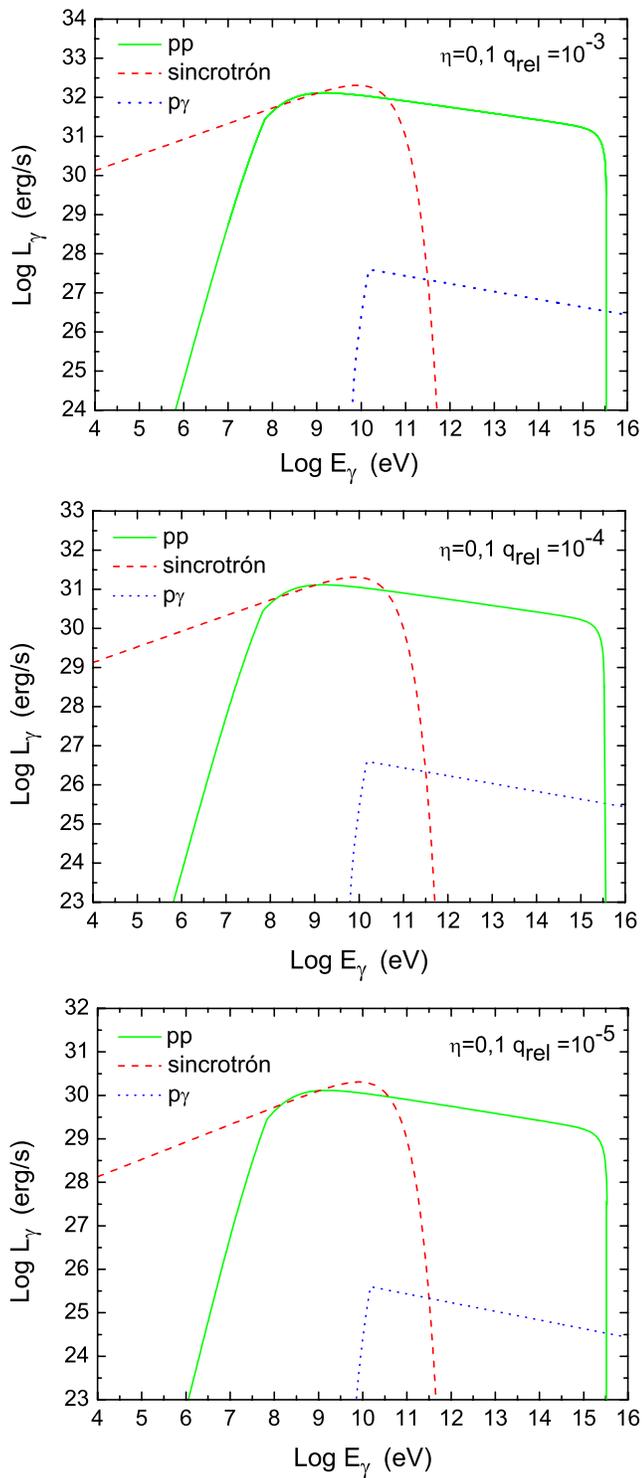


Figura 4.1: Luminosidad L_γ producto de radiación sincrotrón de protones relativistas y decaimiento de π^0 creados en colisiones pp y $p\gamma$ en Cygnus X-1. Los gráficos corresponden a $\eta = 0.1$ (aceleración eficiente) y distintos valores de q_{rel} . A bajas energías domina la contribución sincrotrónica y a altas energías la contribución pp . La luminosidad $p\gamma$ es varios órdenes de magnitud menor para toda E_γ .

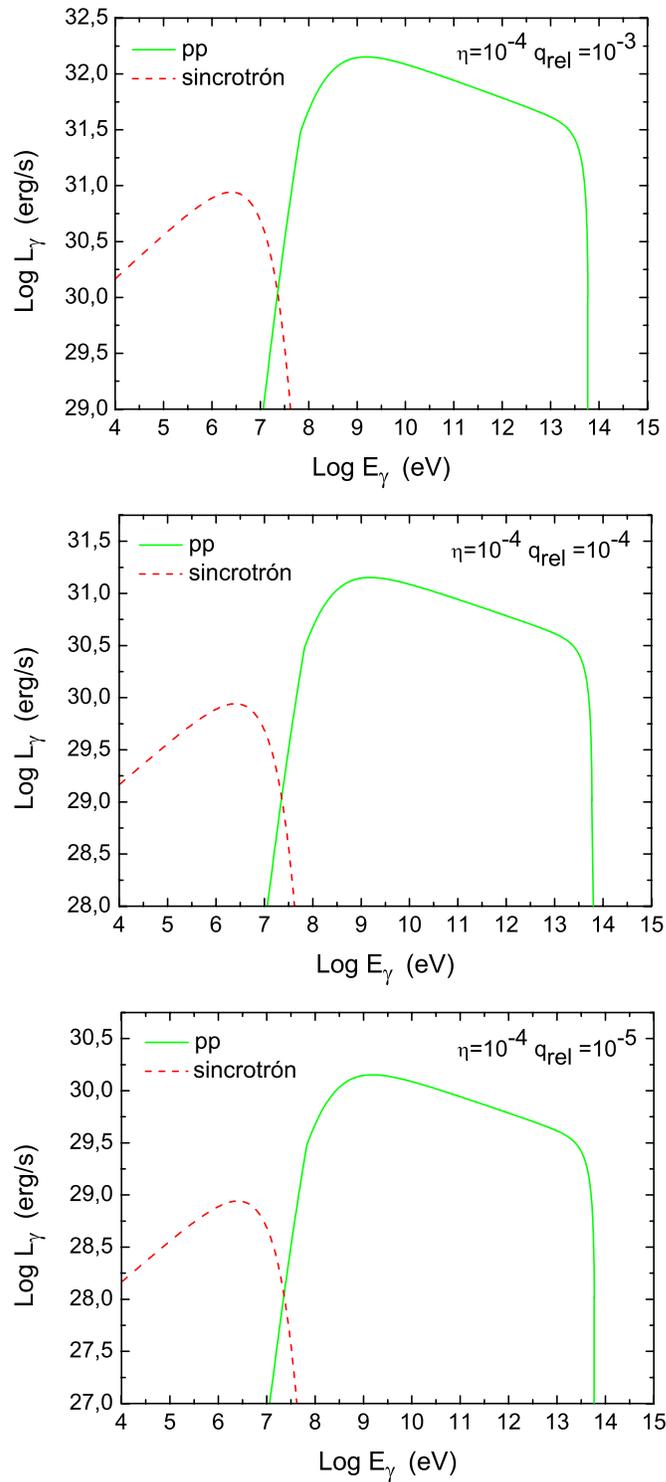


Figura 4.2: Idem figura anterior, para $\eta = 10^{-4}$ (aceleración poco eficiente). La contribución sincrotrón es ahora despreciable frente a la contribución pp al espectro. Las colisiones $p\gamma$ no eran relevantes en este caso.

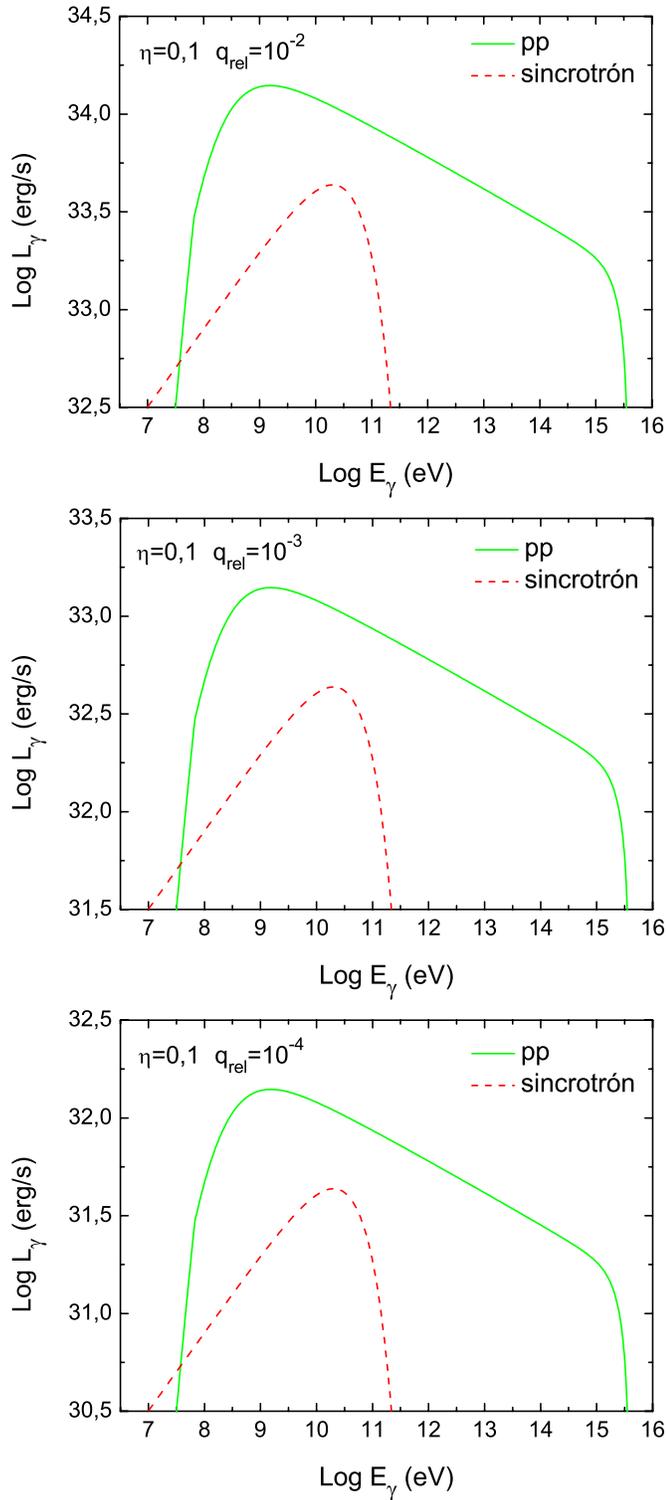


Figura 4.3: Luminosidad L_γ producto de radiación sincrotrón de protones relativistas y decaimiento de π^0 creados en colisiones pp y $p\gamma$ en XTE J1118+480. Los gráficos corresponden a $\eta = 0.1$ (aceleración eficiente) y distintos valores de q_{rel} . A altas energías domina la contribución pp , y a bajas energías la contribución sincrotrónica. Esta última es sin embargo órdenes de magnitud menor que la primera.

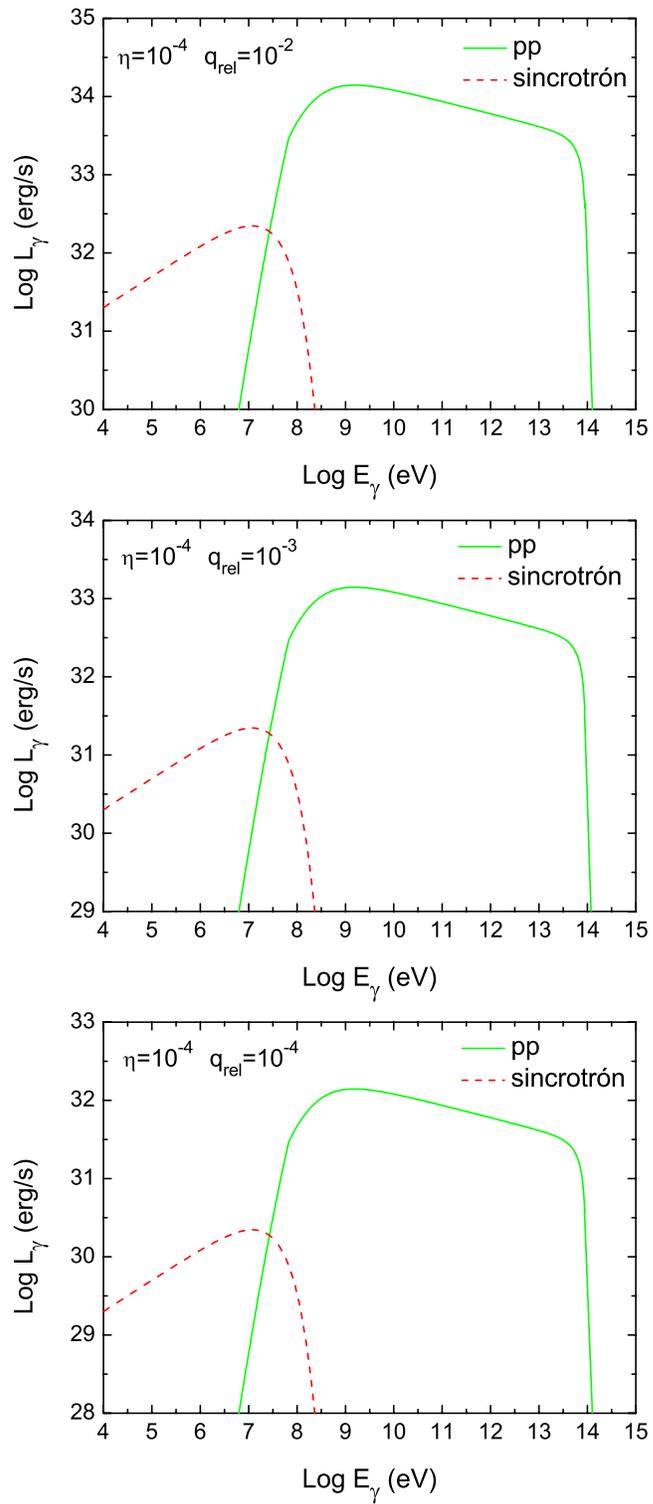


Figura 4.4: Idem figura anterior, pero para $\eta = 10^{-4}$ (aceleración poco eficiente).

Los espectros de producción de neutrinos se muestran en las Figuras (4.5) y (4.6).

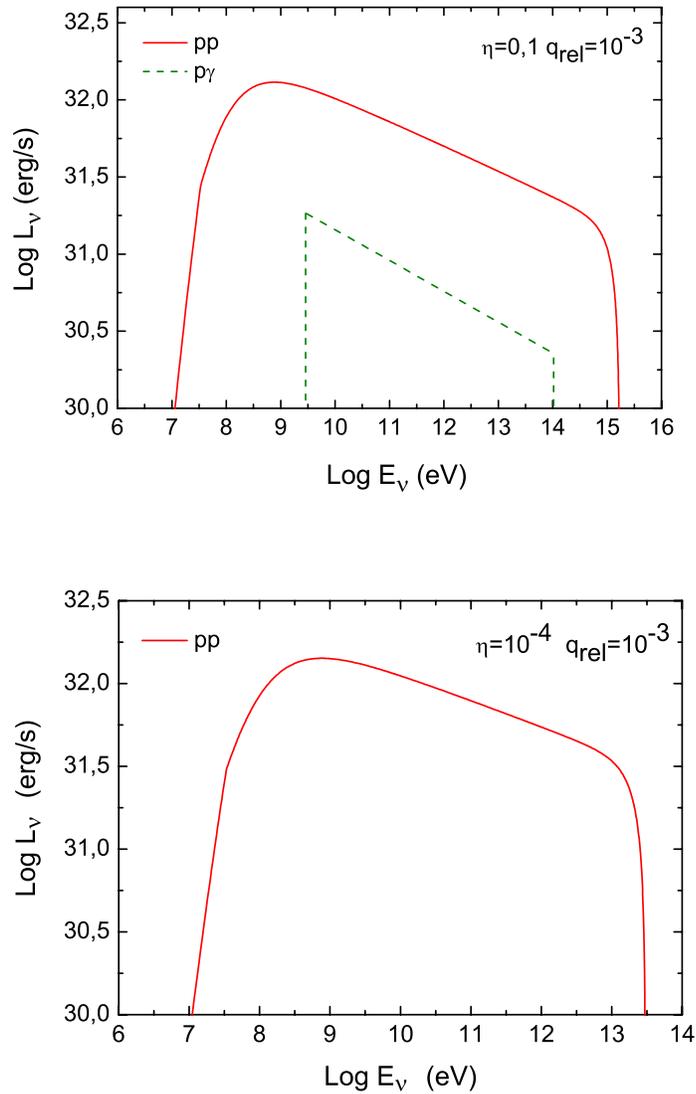


Figura 4.5: Espectros de producción de neutrinos por decaimiento de π^\pm creados en colisiones pp y $p\gamma$ para Cygnus X-1. La contribución del último proceso es despreciable. Para el resto de los valores de q_{rel} , la luminosidad disminuye en un orden de magnitud.

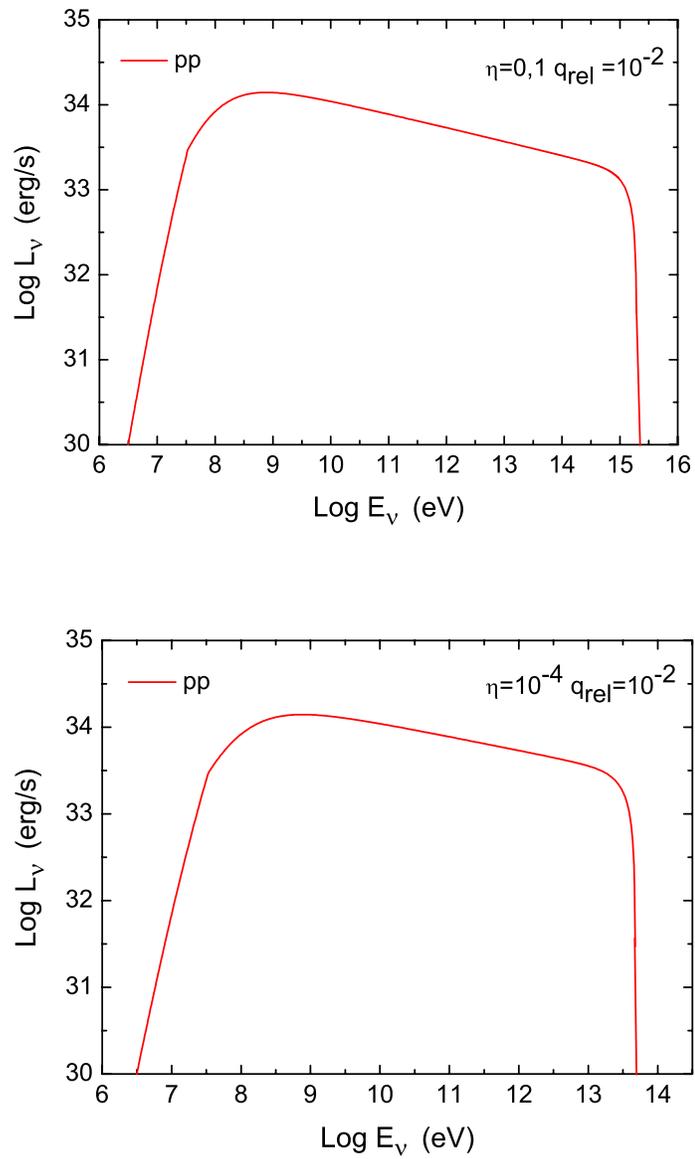


Figura 4.6: Idem figura anterior para XTE J1118+480. Las colisiones $p\gamma$ no son relevantes en este caso.

CAPÍTULO 5

Efectos de propagación

Al propagarse hacia el exterior, los fotones interactúan con los demás campos en la corona. Una parte importante de estos fotones puede ser absorbida, de manera que el espectro final de emisión resulte distinto del espectro primario de producción. En este capítulo se evaluará la importancia de este efecto y sus consecuencias.

5.1. Opacidad y absorción

La importancia de la absorción puede cuantificarse a través de la *opacidad* ó *profundidad óptica* τ . Si la intensidad inicial en rayos γ es $I_\gamma^o(E_\gamma)$, luego de recorrer una distancia ℓ la intensidad será:

$$I_\gamma(E_\gamma) = I_\gamma^o(E_\gamma)e^{-\tau(E_\gamma, \ell)}. \quad (5.1)$$

Diremos que el medio es opaco a la propagación de rayos γ cuando $\tau > 1$, y es transparente en caso contrario.

La expresión exacta de $\tau(E_\gamma, \vec{r})$ depende del proceso físico responsable de la absorción. En las condiciones típicas de la corona (campo magnético y campo de radiación intensos), existen dos mecanismos principales de absorción: la creación de pares por aniquilación con otro fotón,

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-, \quad (5.2)$$

y la creación de pares en un campo magnético,

$$\gamma + B \rightarrow e^+ + e^-. \quad (5.3)$$

Para un fotón de energía E_γ creado a una distancia r del centro de la corona, la opacidad debido a aniquilación $\gamma\gamma$ puede calcularse a partir de la siguiente expresión:

$$\tau_{\gamma\gamma}(E_\gamma, r) = \int_{E_{\min}}^{\infty} \int_r^{\infty} n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, r') \sigma_{e^+e^-}(E_{\text{ph}}, E_\gamma) dE_{\text{ph}} dr'. \quad (5.4)$$

Aquí E_{ph} es la energía de los fotones del campo de radiación X de la corona, n_{ph} su densidad, y $\sigma_{e^+e^-}(E_{\text{ph}}, E_\gamma)$ la sección eficaz de creación de pares por aniquilación $\gamma\gamma$. Ésta última está dada por

$$\sigma_{e^+e^-}(E_{\text{ph}}, E_\gamma) = \frac{\pi r_o^2}{2} (1 - \xi^2) \left[2\xi (\xi^2 - 2) + (3 - \xi^4) \ln \left(\frac{1 + \xi}{1 - \xi} \right) \right], \quad (5.5)$$

donde

$$\xi = \left(1 - \frac{m_e^2 c^4}{E_{\text{ph}} E_\gamma} \right)^{1/2} \quad (5.6)$$

y $r_o = 2.818 \times 10^{-13}$ cm es el radio clásico del electrón. La energía umbral para la creación de pares es $E_{\min} = m_e c^2 / E_\gamma$.

La distribución $n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, r)$ es homogénea en el interior de la corona, y está dada por una ley de potencias del tipo (2.6). Supondremos que la dependencia funcional en E_{ph} es la misma en el exterior, pero por conservación del flujo debe depender como r^{-2} de la distancia al centro de la corona. Tendremos entonces que:

$$n_{\text{ph}}(E_{\text{ph}}, r) = \begin{cases} A_{\text{ph}} E^{-\alpha} e^{-E_{\text{ph}}/E_c} & r \leq R_c \\ \frac{A'_{\text{ph}}}{r^2} E^{-\alpha} e^{-E_{\text{ph}}/E_c} & r > R_c. \end{cases} \quad (5.7)$$

La constante A'_{ph} puede hallarse de la misma manera que se obtuvo A_{ph} en el Capítulo 2. Finalmente, a efectos del cálculo de $\tau_{\gamma\gamma}(E_\gamma, r)$ es importante tener en cuenta que la energía E_{ph} tiene un valor mínimo concreto. El campo de radiación de la corona tiene su origen en la Comptonización de fotones del disco de acreción. Éste emite aproximadamente como un cuerpo negro de temperatura T_{d} , por lo que es razonable tomar $E_{\text{ph},\text{mín}} \sim kT_{\text{d}}$. De acuerdo con Poutanen et al. (1997) y Mc Clintock et al. (2001), fijaremos $kT_{\text{d}} = 100$ eV y $kT_{\text{d}} = 24$ eV para Cygnus X-1 y XTE J1118+480, respectivamente.

La Figura (5.1) muestra la dependencia en energía de $\tau_{\gamma\gamma}$ para valores constantes de r . En la Figura (5.2) se puede observar la dependencia espacial completa. Como se esperaba, la opacidad disminuye con el radio r . Un fotón creado en las capas más externas de la corona debe atravesar una distancia menor antes de escapar, y tiene por lo tanto menor probabilidad de interacción. Sin embargo, el valor numérico de $\tau_{\gamma\gamma}$ es notablemente distinto en ambos sistemas. En el sistema con estrella compañera de baja masa, $\tau_{\gamma\gamma} \lesssim 1$ para todo valor de E_γ . La corona es transparente a la propagación de la radiación gamma, que puede escapar casi libremente. Esto implica que el espectro de producción primario de las Figuras (4.3) y (4.4) y el espectro final de emisión serán muy similares. En el sistema con estrella donante de gran masa, $\tau_{\gamma\gamma} \gg 1$ para un intervalo de energía amplio, $5 \times 10^6 \text{ eV} \lesssim E_\gamma \lesssim 10^{12} \text{ eV}$ aproximadamente. De acuerdo con las Figuras (4.1) y (4.2), esta es la región del espectro de producción que concentra la máxima luminosidad, por lo que la mayor parte de la energía emitida en fotones gamma será absorbida y transformada en pares. La diferencia en los resultados se entiende una vez más teniendo en cuenta que el campo de radiación en la corona es algunos órdenes de magnitud menos denso en el sistema con estrella de baja masa. La absorción de la emisión gamma en Cygnus X-1 explica porqué esta fuente no fue detectada por EGRET ni, hasta ahora, por telescopios Cherenkov, como MAGIC.

Aunque la región más luminosa del espectro de producción es absorbida (o no) a través de aniquilación $\gamma\gamma$, el proceso (5.3) de creación de pares en un campo magnético puede ser relevante a energías más altas. El camino libre medio para un fotón de energía E_γ en un campo magnético de intensidad B es

$$\lambda_{\gamma\text{B}} = 4.4 \frac{\hbar c}{e^2} \frac{\hbar}{m_e c} \frac{B}{B_{\text{cr}} \sin \alpha} \exp\left(\frac{4}{3\xi}\right), \quad (5.8)$$

donde α es el ángulo entre la dirección de propagación del fotón y la del campo magnético, y $B_{\text{cr}} = m_e^2 c^3 / e \hbar \sim 4.4 \times 10^{13}$ G. La dependencia en E_γ

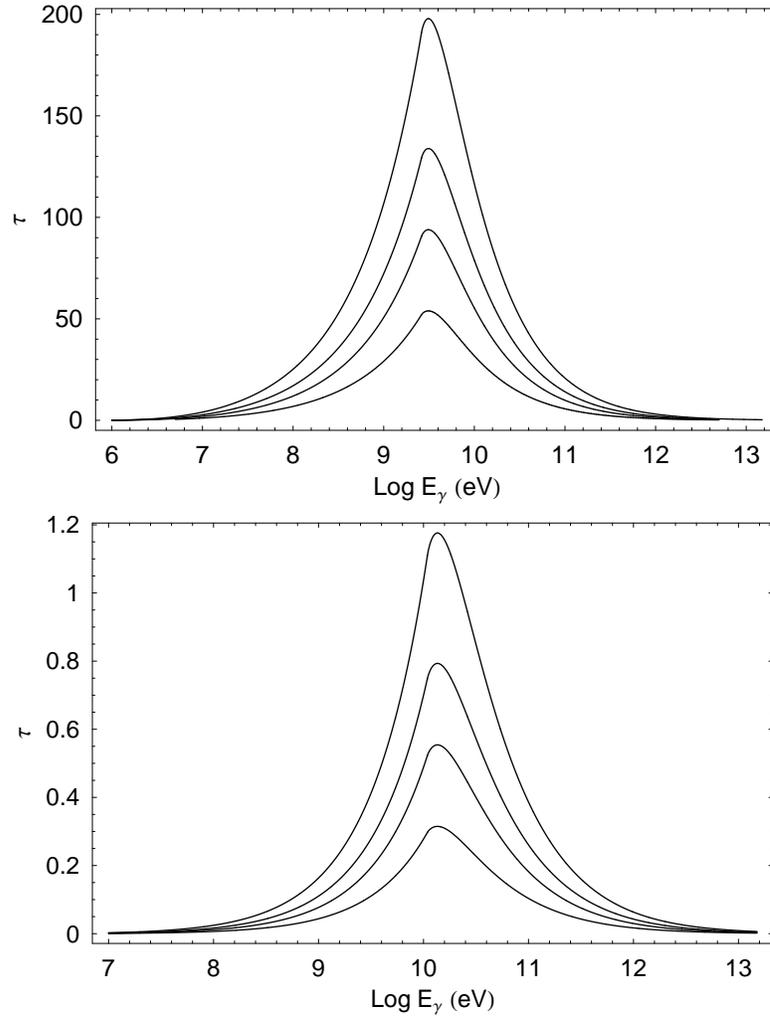


Figura 5.1: Profundidad óptica $\tau_{\gamma\gamma}$ para distintos valores constantes de r en Cygnus X-1 (panel superior) y XTE J1118+480 (panel inferior). De arriba hacia abajo, las curvas corresponden a $r = 0.1R_c$, $0.5R_c$, $0.75R_c$ y R_c . En el sistema con estrella compañera masiva $\tau_{\gamma\gamma} > 1$ en un amplio rango de energías, por lo que la corona es opaca y esta región del espectro será absorbida. En el sistema de baja masa en cambio, la corona es transparente a la propagación de los rayos gamma.

se encuentra en el parámetro ξ ,

$$\xi = \frac{E_\gamma}{2m_e c^2} \frac{B}{B_{\text{cr}}}. \quad (5.9)$$

Podemos estimar a partir de qué valor de E_γ el camino libre medio es menor que el radio de la corona. Fijando $\alpha = \pi/2$, y tomando como valores repre-

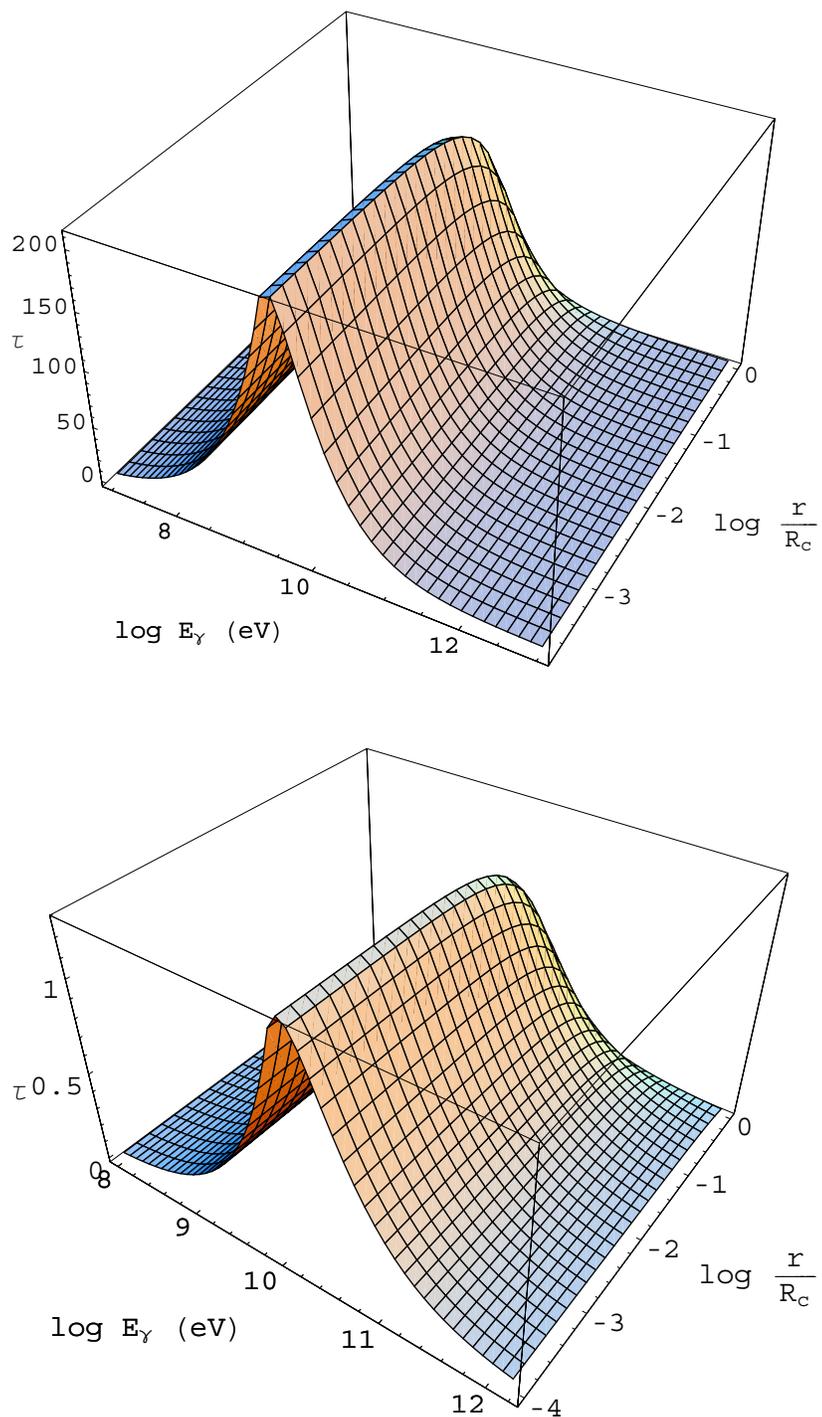


Figura 5.2: Profundidad óptica $\tau_{\gamma\gamma}$ en función de la energía E_γ y el radio r de creación del fotón para Cygnus X-1 (panel superior) y XTE J1118+480 (panel inferior). La opacidad disminuye hacia el exterior de la corona.

sentativos para ambos sistemas $B \sim 10^7$ G y $R_c \sim 5 \times 10^7$ cm, se obtiene que $\lambda_{\gamma B} < R_c$ si $E_\gamma \gtrsim 10^{11}$ eV. La probabilidad de absorción es relevante sólo para los fotones energéticos, en la región del espectro de producción donde la corona es transparente a la absorción $\gamma\gamma$. Esto indica que incluso en el caso de baja masa el espectro a altas energía podría verse modificado.

5.2. Espectros secundarios y cascadas electromagnéticas

Nos concentraremos ahora en el caso de Cygnus X-1 para analizar los efectos de la absorción. Los pares e^+e^- creados en la corona interactúan con los demás campos, perdiendo parte de su energía y produciendo una segunda generación de fotones. Si la energía de los nuevos fotones se ubica en el rango donde existe absorción, se creará una segunda generación de pares. Se desarrolla así una *cascada electromagnética*, que continúa hasta que la energía de los fotones se reduce por debajo del umbral de creación de pares. El efecto final de la cascada es degradar la energía de los fotones primarios, modificando la forma del espectro de producción original al redistribuir la energía hacia frecuencias más bajas.

La absorción de la primera generación de fotones no basta por sí sola para asegurar el inicio de una cascada electromagnética. Para establecer si las condiciones físicas en la corona son las adecuadas debemos analizar el comportamiento de los leptones. El primer paso consiste en identificar los mecanismos de enfriamiento de pares más efectivos. Consideraremos tres procesos principales: radiación sincrotrón, efecto Compton inverso y Bremsstrahlung relativista.

La tasa de enfriamiento por radiación sincrotrón para un electrón (positrón) de factor de Lorentz γ_e es:

$$t_s^{-1} = \frac{4}{3} \frac{\sigma_T U_B}{m_e c} \gamma_e. \quad (5.10)$$

Este resultado es válido en el régimen clásico. Cuando los campos magnéticos son importantes o los electrones muy energéticos, deben tenerse en cuenta posibles efectos cuánticos. De acuerdo con Baring (1989), la expresión adecuada para la tasa de enfriamiento en este límite es:

$$t_s^{-1} = \frac{\alpha}{\pi\sqrt{3}} \frac{m_e c^2}{\hbar} \frac{1}{\gamma_e} \int_0^1 \frac{t^2}{(1-t^2)^2} \Lambda_{1/2}(t, z) dt \quad (5.11)$$

donde

$$z = \frac{2 B_{\text{cr}}}{3 B} \frac{1-t}{\gamma_e}, \quad (5.12)$$

y la función Λ_μ vale

$$\Lambda_\mu(t, z) = \frac{2 B_{\text{cr}}}{3 B} \frac{\mu}{\gamma_e} K_{5/3}(z) - t(1-t)K_{2/3}(z). \quad (5.13)$$

Sin embargo, la expresión cuántica se aparta de la clásica sólo a muy altas energías, $\gamma_e \sim 10^{15}$, por lo que las correcciones no son importantes.

En el caso de la dispersión Compton inversa por electrones, las correcciones cuánticas son relevantes. En este régimen el electrón cede casi toda su energía al fotón. La sección eficaz de Thomson debe ser reemplazada por la de Klein-Nishina, que decrece drásticamente. Para calcular la tasa de enfriamiento usaremos la parametrización de Aharonian & Atoyan (1981), que se reduce apropiadamente a los límites clásico y cuántico:

$$t_{\text{IC}}^{-1} = \frac{2\pi r_o^2 m_e c^3}{\gamma_e} \int_{\omega_{\text{mín}}}^{\omega_{\text{máx}}} \frac{1}{\omega b} \left[\left(6 + \frac{b}{2} + \frac{6}{b} \right) \ln(1+b) - \ln^2(1+b) - 2 \text{Li} \left(\frac{1}{1+b} \right) - \frac{11b^3/12 + 8b^2 + 13b + 6}{(1+b)^2} \right] n(\omega) d\omega. \quad (5.14)$$

Aquí $n(\omega)$ es la densidad de fotones con energía ω , $b = 4\gamma_e \frac{\omega}{m_e c^2}$, y $\text{Li}(x)$ es la función dilogarítmica:

$$\text{Li}(x) = - \int_x^1 \frac{\ln t}{1-t} dt. \quad (5.15)$$

El *Bremsstrahlung* es la radiación producida por un electrón relativista al ser acelerado en el campo electrostático de otra partícula cargada. Para un electrón individual en presencia de un plasma totalmente ionizado de número atómico Z y densidad n_p , la tasa de enfriamiento está dada por:

$$t_{\text{Br}}^{-1} = 4 n_p Z^2 r_o^2 \alpha c (\ln \gamma_e + 0.36). \quad (5.16)$$

Aquí r_o es el radio clásico del electrón y $\alpha \sim 1/137$ es la constante de estructura fina.

Usando los parámetros físicos característicos de Cygnus X-1 presentados en la Tabla (2.1) se calcularon la tasas de enfriamiento para los tres procesos. Como se observa en la Figura (5.3), la pérdida de energía está completamente dominada por radiación sincrotrón para todo valor de γ_e .

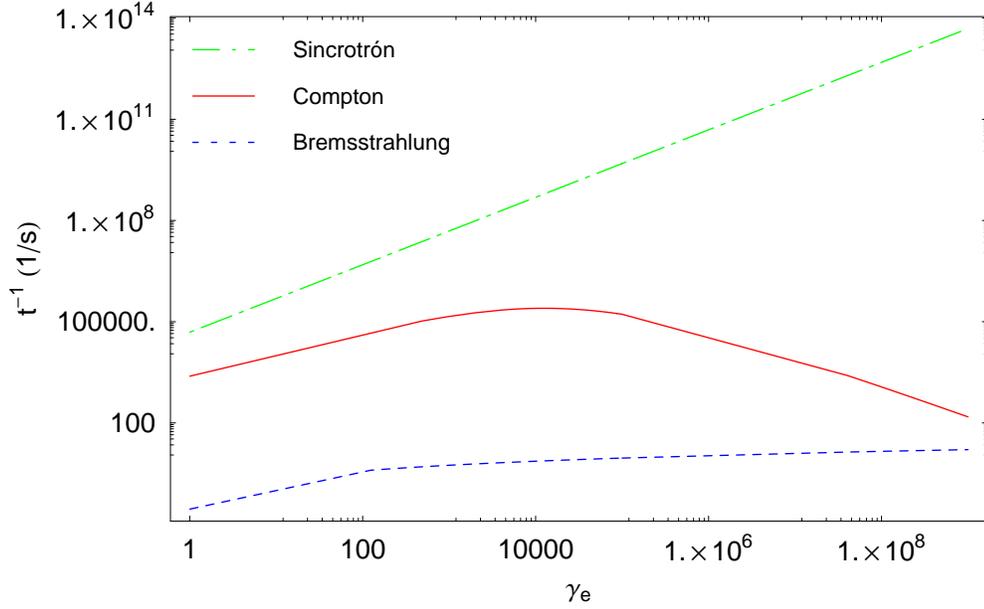


Figura 5.3: Tasa de enfriamiento para un electrón en la corona de Cygnus X-1. El proceso más relevante es la radiación sincrotrón.

Para asegurar el inicio de una cascada sincrotrónica, debemos establecer si los pares en la corona son suficientemente energéticos para emitir fotones con energía en el rango de absorción. La aniquilación $\gamma\gamma$ es el mecanismo de absorción más importante, pero existen otros procesos físicos capaces de producir pares además de éste. En particular, los pares e^+e^- también se producen por decaimiento de piones cargados creados en colisiones pp y $p\gamma$. De acuerdo con Schlickeiser (2001), la emisividad de e^\pm secundarios por decaimiento de π^\pm creados en colisiones pp viene dada por:

$$q_e(\gamma_e) = \frac{1}{2} \int_1^{\gamma_e'^{\text{máx}}} d\gamma_e' \frac{P(\gamma_e')}{\sqrt{\gamma_e'^2 - 1}} \int_{\gamma_\mu^-}^{\gamma_\mu^+} d\gamma_\mu \frac{q_\mu(\gamma_\mu)}{\sqrt{\gamma_\mu^2 - 1}}. \quad (5.17)$$

Los límites de integración son $\gamma_\mu^\pm = \gamma_e \gamma_e' \pm \sqrt{\gamma_e^2 - 1} \sqrt{\gamma_e'^2 - 1}$ y $\gamma_e'^{\text{máx}} = 104$, mientras que la función $P(\gamma_e')$ se define como

$$P(\gamma'_e) = 2\gamma_e'^3 \left(3 - 2\frac{\gamma'_e}{\gamma_e'^{\text{máx}}} \right) (\gamma_e'^{\text{máx}})^{-3}. \quad (5.18)$$

La emisividad de muones en tanto puede igualarse a la de piones con muy buena aproximación, $q_\mu(\gamma_\mu) = q_\pi(\gamma_\pi)$, donde q_π está dada por la expresión (4.4).

Para hallar el espectro de pares producto del decaimiento de piones creados en colisiones $p\gamma$, seguiremos nuevamente a Atoyan & Dermer (2003). Bajo el mismo tipo de aproximaciones usadas para hallar la emisividad de fotones (4.12) y de neutrinos (4.20), la emisividad de pares resulta

$$q_e(E_e) \cong 20 (p_1 \xi_{pn} + 2p_2) \nu_{p\gamma}(20E_e) n(20E_e). \quad (5.19)$$

El proceso de creación de e^\pm por aniquilación $\gamma\gamma$ fue estudiado por Aharonian et al. (1983). De acuerdo con estos autores, la tasa de producción de pares puede ser aproximada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \dot{n}_e(\gamma_e) \approx & \frac{2}{32} c \sigma_T \int_{\gamma_e}^{\infty} d\epsilon_\gamma \frac{n_\gamma(\epsilon_\gamma)}{\epsilon_\gamma^3} \int_{\epsilon_\gamma/4\gamma_e(\epsilon_\gamma-\gamma_e)}^{\infty} d\epsilon \frac{n_{\text{ph}}(\epsilon_{\text{ph}})}{\epsilon_{\text{ph}}^2} \left[\frac{4\epsilon_\gamma^2}{\gamma_e(\epsilon_\gamma-\gamma)} \right. \\ & \left. \ln \left(\frac{4\epsilon_{\text{ph}}\gamma_e(\epsilon_\gamma-\gamma_e)}{\epsilon_\gamma} \right) - 8\epsilon_\gamma\epsilon_{\text{ph}} + \frac{2(2\epsilon_\gamma\epsilon_{\text{ph}}-1)\epsilon_\gamma^2}{\gamma_e(\epsilon_\gamma-\gamma_e)} - \left(1 - \frac{1}{\epsilon_\gamma\epsilon_{\text{ph}}} \right) \frac{\epsilon_\gamma^4}{\gamma_e^2(\epsilon_\gamma-\gamma_e)^2} \right]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Aquí $n_\gamma(\epsilon_\gamma)$ y $n_{\text{ph}}(\epsilon_{\text{ph}})$ son las distribuciones en energía de los dos campos de fotones que intervienen en la colisión, escritas en términos de las energías adimensionales $\epsilon_{\gamma, \text{ph}} = E_{\gamma, \text{ph}}/m_e c^2$. En este caso, $n_{\text{ph}}(\epsilon_{\text{ph}})$ es el campo de radiación de la corona (2.14), y $n_\gamma(\epsilon_\gamma)$ la densidad de fotones γ . Para obtener esta última se ajustaron las curvas de luminosidad $L_\gamma(E_\gamma)$ mediante leyes de potencias. Luego se calculó la densidad usando que $L_\gamma(E_\gamma) = 4\pi R_c^2 c E_\gamma^2 n_\gamma(E_\gamma)$. Teniendo en cuenta que la contribución más importante al espectro de producción de rayos gamma es la de las colisiones pp , el análisis se concentró únicamente en este caso. En un amplio rango de energía, el ajuste de las curvas pp en (4.1) y (4.2) resultó en una ley de potencias del tipo $n_\gamma \propto E_\gamma^{-2.16}$.

Las curvas de emisividad de pares predichas por $\dot{n}_e(\gamma_e)$ presentan una forma funcional del tipo ley de potencias, $\dot{n}_e(\gamma_e) = A_e E_e^{-3}$. Se implementó un

método de normalización aproximado para ajustar el valor de la constante A_e respetando conservación de la energía. La luminosidad total en pares e^\pm producto de la aniquilación $\gamma\gamma$ se relaciona con la luminosidad total en rayos gamma a través de la opacidad τ :

$$L_e = \int (1 - e^{-\tau_{\gamma\gamma}}) E_\gamma q_\gamma(E_\gamma) dE_\gamma, \quad (5.21)$$

donde la integral debe calcularse en el rango de E_γ donde existe absorción. Por otro lado,

$$\begin{aligned} L_e &= 4\pi R_c^2 c \int E_e n_e(E_e) dE_e \\ &= 4\pi R_c^2 c A_e \int E_e^{-2} dE_e. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Conocida L_e a partir de (5.21), el valor de A_e se obtuvo directamente aplicando la última expresión. Cabe aclarar que en rigor, $\tau_{\gamma\gamma}$ depende también de la distancia r al centro de la corona. Pero en el caso de Cygnus X-1, $\tau \gg 1$ para todo r , por lo que la integral (5.21) es prácticamente insensible a la dependencia espacial. A efectos del cálculo, se tomó el valor de $\tau_{\gamma\gamma}$ en $r = 0.5R_c$.

La luminosidad L_e resultó de $\sim 7.2 \times 10^{32} \text{ erg s}^{-1}$ y $\sim 7.8 \times 10^{32} \text{ erg s}^{-1}$ para $q_{\text{rel}} = 10^{-3}$ y $\eta = 0.1$ y $\eta = 10^{-4}$, respectivamente. Comparando con los correspondientes valores de L_γ en el mismo intervalo, la absorción es casi total. Aplicando (5.22), se obtuvo que $A_e \sim 2 \times 10^{26} \text{ eV}^2 \text{ cm}^{-3}$ y $A_e \sim 4.2 \times 10^{26} \text{ eV}^2 \text{ cm}^{-3}$ para los mismos parámetros. Finalmente, el espectro en energía de los pares e^\pm se calculó a partir de $n_e(E_e)$ usando que $L_e(E_e) = 4\pi R_c^2 c E_e^2 n_e(E_e)$.

Las curvas de $L_e(E_e)$ para los tres procesos considerados se muestran en la Figura (5.4). El gráfico corresponde al caso $\eta = 0.1$ y $q_{\text{rel}} = 10^{-3}$. La principal fuente de producción de e^\pm son las colisiones pp . Aunque la luminosidad es baja, se alcanzan energías considerables: $E_e \sim 10^{12} \text{ eV}$ para $\eta = 10^{-4}$ y $E_e \sim 5 \times 10^{13} \text{ eV}$ para $\eta = 0.1$. Sin calcular en detalle el espectro de emisión sincrotrón de estos pares, podemos analizar cualitativamente si será absorbido o no. La potencia radiada por un electrón de energía E_e tiene un máximo agudo alrededor de $0.3 \nu_c$, donde ν_c es la frecuencia característica:

$$\nu_c = \frac{3eB}{4\pi m_e c} \sin \alpha \left(\frac{E_e}{m_e c^2} \right)^2. \quad (5.23)$$

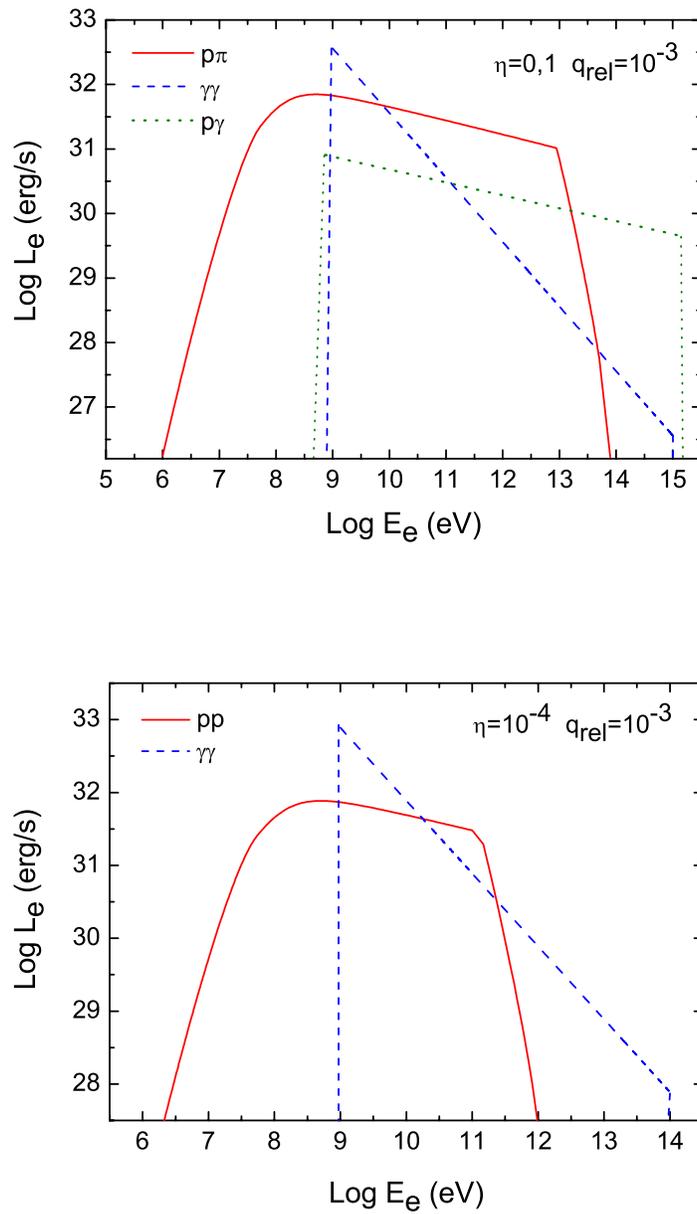


Figura 5.4: Espectro de producción de pares debido a decaimiento de π^\pm creados en colisiones pp y $p\gamma$, y aniquilación $\gamma\gamma$. Se muestra únicamente el caso $q_{\text{rel}} = 10^{-3}$, para el que la luminosidad en pares es la máxima obtenida.

Para obtener un resultado concreto, podemos promediar ν_c respecto de α , el ángulo entre el campo B y la velocidad del electrón. De acuerdo con los resultados de la sección anterior, la corona es opaca a los fotones con energía entre 10^7 eV y 10^{12} eV aproximadamente. Para que $h\nu_c$ se ubique dentro de estos límites, la energía de los pares debe estar en el rango 3×10^{10} eV $\lesssim E_e \lesssim 3 \times 10^{13}$ eV. Esta condición se cumple ampliamente para los pares pp (al menos en el caso $\eta = 0.1$), por lo que las condiciones para el inicio de una cascada electromagnética se satisfacen.

CAPÍTULO 6

Distribución monoenergética de protones

En este capítulo repetiremos brevemente el cálculo de espectros, pero ahora como producto de la inyección de una distribución monoenergética de protones relativistas en la corona.

6.1. Caracterización de la distribución

El horizonte de eventos de un agujero negro es simplemente una superficie en el espacio-tiempo, no ocupada por materia. Sin embargo, para un observador externo al horizonte, su superficie se comporta como una membrana física bidimensional de fluido viscoso, con propiedades mecánicas, eléctricas y termodinámicas definidas. Este enfoque se conoce como *paradigma de la membrana* (Thorne et al., 1986). De acuerdo a este modelo, es posible describir la interacción del agujero negro con el exterior en términos de las ecuaciones familiares de Navier-Stokes, Maxwell, etc.

Una de las predicciones más interesantes del paradigma, es que el horizonte de un agujero negro se comporta como una esfera conductora. Si se aproxima una carga de prueba a una esfera conductora, las cargas en la misma se acomodan hasta que el campo eléctrico en su exterior alcanza la configuración electrostática. Si la carga de prueba se mueve, el campo alcanza

su nueva configuración luego de un cierto tiempo característico relacionado con la resistividad de la esfera. Algo análogo ocurre cerca del horizonte de un agujero negro. Si se acerca una carga, la curvatura del espacio-tiempo distorsiona el campo eléctrico. Si la carga se desplaza, las líneas de campo no se reacomodan instantáneamente debido a la velocidad finita de propagación de las ondas electromagnéticas. Todo ocurre como si la superficie del horizonte fuera una esfera metálica de resistividad superficial $R_H = 4\pi \sim 377 \Omega$.

Si el agujero negro está en rotación en una región de campo magnético B , el horizonte se comportará además como un dínamo. Las líneas de campo magnético tenderán a rotar con el agujero negro, lo que generará un campo eléctrico. Si la rotación es rápida, el campo eléctrico creará una diferencia de potencial enorme entre los polos y el ecuador del agujero negro:

$$\Delta V \approx r_H B \approx 4.5 \times 10^7 \text{ Volts} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_\odot} \right) \left(\frac{B}{1 \text{ G}} \right). \quad (6.1)$$

donde r_H es el radio del horizonte. Esta diferencia de potencial puede ser responsable de acelerar partículas cargadas del plasma que rodea al agujero negro a lo largo de las líneas de campo. Si se tiene un conjunto de partículas de carga e , cada una será acelerada hasta alcanzar una energía $E \sim e\Delta V$, resultando idealmente en una distribución monoenergética. La potencia total cedida a las cargas en este proceso es

$$P \approx 3 \times 10^{19} \frac{\text{erg}}{\text{s}} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_\odot} \right)^2 \left(\frac{B}{1 \text{ G}} \right)^2. \quad (6.2)$$

Supondremos que este mecanismo es el responsable de la aceleración de protones en la corona. A diferencia del caso de aceleración por *shocks*, no es razonable ahora plantear una distribución espacialmente homogénea para los protones relativistas. Dado que las partículas son aceleradas desde el ecuador hacia los polos, consideraremos que son despedidas desde las cercanías del agujero negro en forma de dos conos, atravesando la corona hacia el exterior. Cada uno subtiende un cierto ángulo sólido Ω visto desde el objeto compacto. El flujo de energía en protones relativistas a través de una sección de radio r de cada cono es igual a la potencia inyectada P . Si llamamos n (en cm^{-3}) a la densidad de protones y E_p a la energía, P puede escribirse como:

$$P = \int_{\Omega} \int_0^{\infty} r^2 c n E \delta(E - E_p) dE d\Omega \quad (6.3)$$

donde se usó que la velocidad de los protones relativistas es $v_p \sim c$. Para estimar n fijaremos $\Omega = \pi$. La energía E_p puede obtenerse directamente de (6.1), $E_p = e\Delta V$.

Para Cygnus X-1, $B \sim 6 \times 10^6$ G y $M_{\text{BH}} \sim 10M_{\odot}$, y la energía de la distribución monoenergética resulta $E_p \sim 10^{15}$ eV. En el caso de XTE J1118+480, $B \sim 10^7$ G y $M_{\text{BH}} \sim 6.5M_{\odot}$. Los protones serán acelerados hasta alcanzar $E_p \sim 3.2 \times 10^{15}$ eV. Volviendo a los resultados del Capítulo 3, podemos hallar cuáles son los mecanismos de enfriamiento relevantes para estos valores de E_p . En el caso de Cygnus X-1, las tasas de enfriamiento por colisiones pp , $p\gamma$ y radiación sincrotrón resultan comparables. Para XTE J1118+480 los mecanismos más eficientes son la radiación sincrotrón y en menor medida las colisiones pp .

6.2. Espectros de producción y efectos de absorción

Los espectros de producción pueden calcularse a partir de expresiones similares a las del Capítulo 4. En el caso del espectro de radiación sincrotrón, basta usar en (4.15) que la distribución en energía de los protones relativistas ahora toma la forma $n(E_p) = n \delta(E - E_p)$, donde n es la que se obtiene de (6.3). La emisividad sincrotrón resulta entonces

$$q_s(E_\gamma) = \frac{\sqrt{3}e^3 B n}{4\pi h m_p c^2} \int d\Omega_\alpha \sin \alpha \frac{E_\gamma}{h\nu_c} \int_{E_\gamma/h\nu_c}^{\infty} d\xi K_{5/3}(\xi). \quad (6.4)$$

La misma idea se aplica a las colisiones pp . La expresión (4.4) para la emisividad de piones neutros sigue siendo válida:

$$q_\pi = \frac{cn_p}{K_\pi} \sigma_{pp}(E_p) n(E_p). \quad (6.5)$$

Todos los π^0 se crean ahora con la misma energía, $E_\pi = K_\pi(E_p - m_p c^2)$ con $K_\pi \sim 0.17$. El número de fotones con energía E_γ creados en el decaimiento de los π^0 es:

$$n(E_\gamma) dE_\gamma = \frac{2}{\sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2 c^4}} dE_\gamma. \quad (6.6)$$

Entonces la emisividad de fotones resulta

$$q_\gamma = \frac{cn_p}{K_\pi} \sigma_{pp}(E_p) n(E_p) \frac{2}{\sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2 c^4}}. \quad (6.7)$$

Los límites para E_γ pueden hallarse por consideraciones cinemáticas. En el sistema de referencia del centro de masa cada fotón tendrá una energía $E_\gamma^{\text{cm}} = m_\pi c^2/2$. En el sistema del laboratorio,

$$E_\gamma = E_\gamma^{\text{cm}} \frac{1 - \beta_\pi \cos \alpha}{\sqrt{1 - \beta_\pi^2}}, \quad (6.8)$$

donde α es el ángulo entre el impulso del π^0 antes de decaer y la dirección de emisión de los fotones. Por lo tanto q_γ se extiende entre

$$\left(\frac{1 - \beta_\pi}{1 + \beta_\pi} \right)^{1/2} E_\gamma^{\text{cm}} \leq E_\gamma \leq \left(\frac{1 + \beta_\pi}{1 - \beta_\pi} \right)^{1/2} E_\gamma^{\text{cm}}.$$

La emisividad de fotones debido a colisiones $p\gamma$ puede estimarse siguiendo exactamente los mismos pasos, usando esta vez la expresión (4.11) para la emisividad de piones neutros.

La luminosidad $L_\gamma(E_\gamma)$ en erg/s asociada a cada proceso es

$$L_\gamma(E_\gamma) = E_\gamma^2 \int_V q_\gamma(E_\gamma) d^3x, \quad (6.9)$$

El volumen de integración se reduce ahora a la región ocupada por los protones relativistas (cono), y debe tenerse en cuenta que q_γ tiene una dependencia espacial a través de la densidad de protones, $n \propto r^{-2}$, ver (6.3).

La Figura (6.1) muestra los espectros de producción electromagnética para los dos sistemas. Los resultados son similares a los obtenidos para la distribución de protones tipo ley de potencias. La parte a bajas energías del espectro se debe a radiación sincrotrón, y la región a altas energías a colisiones pp y, para Cygnus X-1, a colisiones $p\gamma$.

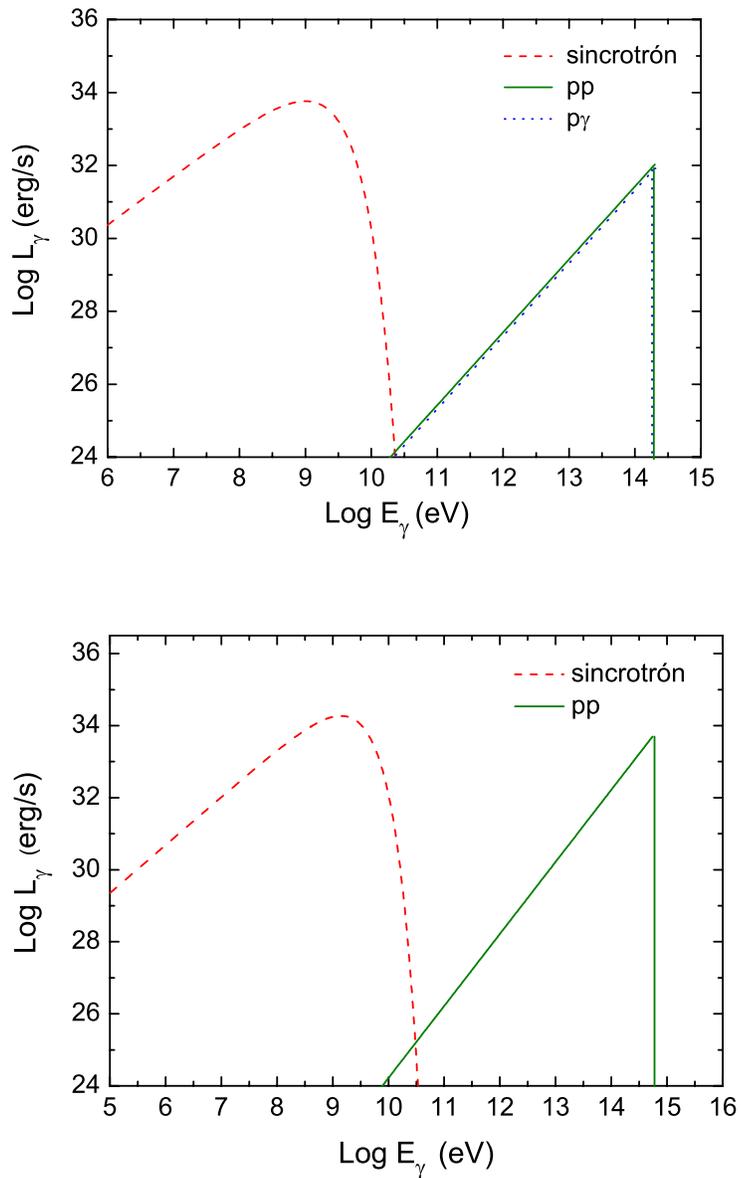


Figura 6.1: Espectro de producción de fotones para una distribución monoenergética de protones relativistas en Cygnus X-1 (panel superior) y XTE J1118+480 (panel inferior). En ambos casos la radiación sincrotrón domina el espectro a bajas energías. A altas energías la emisión se debe a colisiones pp y $p\gamma$ en el caso del sistema con estrella donante de gran masa. Las curvas de luminosidad para estos dos procesos se superponen.

En el caso del sistema con estrella compañera de baja masa ambas contribuciones son del mismo orden, mientras que en el sistema con compañera de gran masa el espectro sincrotrón es casi dos órdenes de magnitud mayor. En este último caso además, las contribuciones pp y $p\gamma$ son prácticamente indistinguibles. La forma funcional de las curvas de luminosidad es nuevamente la de leyes de potencias. Para el espectro sincrotrón, $L_\gamma \propto E_\gamma^{1.3}$. En el caso de las colisiones pp y $p\gamma$, $L_\gamma \propto E_\gamma^2$.

Los resultados sobre los efectos de absorción del Capítulo 5 siguen siendo válidos: la corona es transparente en el sistema con compañera de baja masa, pero es opaca en el de caso de compañera de gran masa. Para evaluar la posibilidad del comienzo de una cascada electromagnética, podemos repetir el mismo análisis aplicado a la distribución de protones tipo ley de potencias. La Figura (6.2) muestra el espectro de producción de pares e^\pm por colisiones pp .

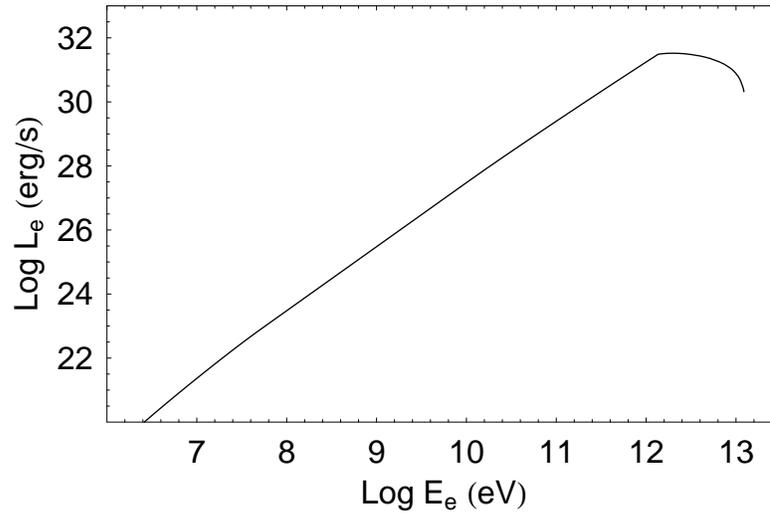


Figura 6.2: Espectro de producción de pares e^\pm por colisiones pp en Cygnus X-1.

Los pares pierden energía por radiación sincrotrón. De acuerdo con los resultados de la Sección 5.2, para que la emisión sincrotrón sea absorbida la energía de los pares debe encontrarse aproximadamente en el rango $10^{10} \text{ eV} \lesssim E_e \lesssim 3 \times 10^{12} \text{ eV}$. El espectro de la Figura (6.2) satisface esta condición, aunque la luminosidad de pares en este rango es más baja que en el caso anterior y los pares son menos energéticos.

CAPÍTULO 7

Conclusiones

En este trabajo hemos analizado las consecuencias de la inyección de una distribución de protones relativistas en la corona de agujero negro galáctico acretante. La motivación principal consistió en evaluar la posibilidad de producción eficiente de radiación de alta energía en estos objetos. Para hacer predicciones cuantitativas concretas se estudiaron dos sistemas particulares: Cygnus X-1 y XTE J1118+480, representantes del grupo de binarias de rayos X con estrella donante de gran masa y baja masa, respectivamente.

La corona se caracterizó aplicando una serie de hipótesis sencillas. Se supuso que la corona es una región esférica de radio $R_c \sim 10^7 - 10^8$ cm, compuesta de plasma térmico totalmente ionizado. La temperatura típica de los electrones en la corona es de $T_e \sim 10^9$ eV, mientras que la temperatura de los iones es mucho mayor, $T_i \sim 10^{12}$ eV. La densidad de partículas es del orden de $n_e \approx n_i \sim 10^{16}$ cm⁻³. El valor del campo magnético es de $B \sim 10^7$ G, y se obtuvo planteando equipartición estricta entre la densidad de energía magnética en la corona y de energía cinética en el *jet*. El campo de radiación en la corona es una ley de potencias, $n_{\text{ph}} \propto E_{\text{ph}}^{-\alpha}$, de índice espectral $\alpha = 1.6 - 1.8$ que se extiende hasta ~ 150 keV.

Como ejemplo más importante se consideró una distribución de protones relativistas del tipo ley de potencias: $n(E_p) \propto E_p^{-\Gamma}$, con $\Gamma = 2.2$. Esta forma funcional es resultado de la aceleración por difusión de partículas a través de ondas de choque que se propagan en el plasma de la corona. La energía

máxima de los protones relativistas resultó de $E_p \sim 10^{16}$ eV si la aceleración es eficiente, y de $E_p \sim 10^{14}$ eV para el caso de aceleración poco eficiente. Bajo las condiciones físicas en la corona, los protones pierden energía eficientemente a través de tres mecanismos: colisiones inelásticas con protones térmicos (pp), radiación sincrotrón, y colisiones inelásticas con fotones ($p\gamma$). Las colisiones pp dominan ampliamente el enfriamiento hasta energías $E_p \sim 10^{14}$ eV; los protones aún más energéticos se enfrían eficientemente por radiación sincrotrón y colisiones $p\gamma$. Este último proceso sólo es relevante en el sistema con estrella donante de gran masa, ya que la densidad de fotones en la corona es mucho mayor que en el sistema con compañera de baja masa.

La contribución de las colisiones pp al espectro de producción electromagnética se extiende hasta energías muy altas: $E_\gamma \sim 10^{14}$ eV y $E_\gamma \sim 10^{15}$ eV para los casos de aceleración poco eficiente y muy eficiente, respectivamente. La región menos energética del espectro está dominada por radiación sincrotrón, mientras que la contribución de las colisiones $p\gamma$ no es significativa en ningún caso. El máximo de las curvas de luminosidad se ubica alrededor de $E_\gamma \sim 10^9$ eV; para ciertos valores de los parámetros la luminosidad máxima alcanza 10^{32} erg s $^{-1}$ en Cygnus X-1, y 10^{34} erg s $^{-1}$ en el caso de XTE J1118+480.

Los efectos de absorción no son importantes en el sistema con compañera de baja masa. La corona es transparente a la propagación de los fotones, por lo que el espectro de producción es también el espectro final de emisión. En el sistema con compañera de gran masa en cambio, la corona es casi totalmente opaca al escape de los fotones con energía entre $\sim 10^7$ eV y $\sim 10^{12}$ eV. El proceso de absorción más importante es la aniquilación de los fotones gamma con el campo de rayos X de la corona para crear pares e^\pm . Una segunda fuente importante de pares e^\pm es el decaimiento de piones cargados creados en colisiones pp . Los pares pierden energía por radiación sincrotrón, emitiendo fotones cuya energía cae nuevamente dentro del rango de absorción. Esto asegura el inicio de una cascada electromagnética.

Aunque en este trabajo se han adoptado dos *microquasares* como casos de estudio concretos, las mismas ideas pueden aplicarse a sistemas más generales. El modelo es en principio válido en el entorno de objetos compactos acretantes presenten o no *jets*. La simplicidad de las hipótesis planteadas impone claramente ciertas limitaciones. En futuras aplicaciones, en particular la hipótesis de isotropía y homogeneidad de la corona será reemplazada por un modelo de corona autoconsistente, que incorpore la dependencia espacial de los parámetros característicos. Esperamos sin embargo que los valores calculados aquí sean correctos en orden de magnitud.

En próximos trabajos se considerará también extender la región de interacción a la base de los *jets*. El análisis se concentrará principalmente en binarias de rayos X con estrella donante de baja masa, que son hasta este momento las menos estudiadas. El objetivo será desarrollar un posible modelo para explicar la emisión de rayos gamma detectada en este tipo de sistemas, y comparar los resultados con las características globales de las fuentes del halo galáctico. Esto es relevante ya que en un futuro cercano, el número de fuentes conocidas aumentará gracias a las observaciones de los telescopios Cherenkov terrestres y la entrada en funcionamiento de la nueva generación de observatorios espaciales.

Bibliografía

- [1] Abramowicz M., Czerny B., Lasota J.P., Szuszkiewicz E. 1988, ApJ, 332, 646
- [2] Abramowicz M., Chen X., Kato S., Lasota J.P., Regev O. 1995, ApJL, 438, L37
- [3] Aharonian F.A., Atoyan A.M. 1981, Ap&SS, 79, 321
- [4] Aharonian F.A., Atoyan A.M., Nagapetyan A.M. 1983, Astrophysics, 19, 187
- [5] Aharonian F.A., Atoyan A.M. 1998, New Astron. Rev. 42, 579
- [6] Aharonian F.A., Atoyan A.M. 2000, A&A, 362, 937
- [7] Aharonian F. A. et al. 2005, Science, 309, 746
- [8] Aharonian F.A., Anchordoqui L., Khangulyan D., Montaruli T. 2006, Journal of Physics: Conference Series, 39, 408
- [9] Albert J. et al. 2006, Science, 312, 1771
- [10] Atoyan A.M., Aharonian F.A. 1999, MNRAS 302, 253
- [11] Atoyan A.M, Dermer C.D. 2003, ApJ, 586, 79
- [12] Band D.L., Grindlay J.E. 1986, ApJ, 311, 595

-
- [13] Baring M.G. 1989, A&A, 225, 260
 - [14] Begelman M.C. 1978, MNRAS, 243, 610
 - [15] Begelman M.C., Rudak B., Sikora M. 1990, ApJ, 362, 38
 - [16] Blandford R.D., Znajek R.L. 1977, MNRAS, 179, 433
 - [17] Blandford R.D., Payne D.G. 1982, MNRAS, 199, 883
 - [18] Blumenthal, G.M., Gould, R.J. 1970, Rev. Mod. Phys., 42, 237
 - [19] Bosch-Ramon V., Romero G.E., Paredes J.M. 2005, A&A, 267
 - [20] Bosch-Ramon V., Romero G.E., Paredes J.M. 2006, A&A, 447, 263
 - [21] Christiansen H.R., Orellana M., Romero G.E. 2006, PhRvD, 73, 063012
 - [22] Combi J.A., Ribó M., Mirabel I.F., Sugizaki M. 2004, A&A, 422, 1031
 - [23] Corbel S., Fender R.P., Tzioumis A.K., Tomsick J.A., Orosz J.A., Miller J.M., Wijnands R., Kaaret P. 2002, Science, 298, 196
 - [24] Corbel S., Nowak M.A., Fender R.P., Tzioumis A.K., Markoff S. 2003, A&A, 400, 1007
 - [25] Dove J.B., Wilms J., Maisack M, Begelman M.C. 1997, ApJ, 487, 759
 - [26] Dubus G. 2006, A&A, 456, 801
 - [27] Esin A.A., McClintock J.E., Narayan R. 1997, ApJ, 489, 865
 - [28] Esin A.A., Narayan R., Cui W., Grove J.E., Zhang S.N. 1998, ApJ, 505, 854
 - [29] Esin A.A., McClintock J.E., Drake J.J., et al. 2001, ApJ, 555, 483
 - [30] Falcke H., Biermann P.L. 1995, A&A, 293, 665
 - [31] Fender R.P. 2001, en “*Relativistic flows in Astrophysics*”, eds. A.W. Guthmann, M. Georganopoulos, K. Manolakou & A. Marcowith, Springer Verlag
 - [32] Fender R.P. 2004, en “*Compact Stellar X-Ray Sources*”, eds. W.H.G. Lewin & M. van der Klis, Cambridge University Press, p.381
 - [33] Fender R.P., Belloni T.M., Gallo E. 2004, MNRAS, 355, 1105

-
- [34] Feroci M., Matt G., Pooley G., Costa E., Tavani M., Belloni T. 1999, A&A, 351, 985
- [35] Gallo E., Fender R.P., Pooley G.G. 2003, MNRAS, 344, 60
- [36] Georganopoulos M., Aharonian F.A., Kirk J.G. 2002, A&A, 388, L25
- [37] Golenetskii S., Aptekar R., Mazets E. et al. 2002, IAUC, 7840
- [38] Grenier I.A. 2004, en “*Cosmic Gamma-Ray Sources*”, eds. K.S. Cheng & G.E. Romero, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p.47
- [39] Grimm H.J., Gilfanov M., Sunyaev R. 2002, A&A, 391, 923
- [40] Haardt F., Maraschi L. 1991, ApJ, 380, L51-L54
- [41] Haardt F., Maraschi L. 1993, ApJ, 413, 507
- [42] Hartman R.C. et al. 1999 ApJS, 123, 79
- [43] Hayakawa S. 1952, Progr. Theoret. Phys. 8, 571
- [44] Hutchinson G.W. 1952, Philosoph. Mag. 13, 847
- [45] Ichimaru S., 1977, ApJ, 214, 840
- [46] Katz J. 1977, ApJ, 215, 265
- [47] Kaufman Bernadó M.M., Romero G.E., Mirabel I.F. 2002, A&A, 385, L10
- [48] Kaufman Bernadó M.M. 2004, Tesis de Doctorado en Física, Universidad de Buenos Aires
- [49] Kelner S.R., Aharonian F.A., Bugayov V.V. 2006, PhRvD, 74, 034018
- [50] Levinson A., Blandford R.D. 1996, ApJ, 456, L29
- [51] Lynden-Bell D. 1969, Nature, 223, 690
- [52] Mahadevan R. 1997, ApJ, 477, 585
- [53] Markoff S., Falcke H., Fender R.P. 2001, A&A, 372, L25
- [54] Markoff S., Nowak M., Corbel S., Fender R.P., Falcke H. 2003, A&A, 397, 645
- [55] Massi M., Ribó M., Paredes J.M. et al. 2001, A&A, 376, 217

-
- [56] Massi M., Ribó M., Paredes J.M. et al. 2004, A&A, 414, L1
- [57] Massi M. 2004, A&A, 422, 267
- [58] McClintock, J.E., et al. 2001, ApJ, 555, 477
- [59] Meier D.L., Koide S., Uchida Y. 2001, Science, 291, 84
- [60] Meyer F., Meyer-Hofmeister E. 1994, A&A, 288, 175
- [61] Mirabel I.F., Rodríguez L.F., Cordier B., Paul J., Lebrun F. 1992, Nature, 358, 215
- [62] Mirabel I.F., Rodríguez L.F. 1994, Nature, 371, 46
- [63] Mirabel I.F., Rodríguez L.F. 1998, Nature, 392, 673
- [64] Morrison P. 1958, Nuo Cim, 7, 858
- [65] Nandi A., Chakrabarti S.K., Vadawale S.V., Rao A.R. 2001, A&A, 380, 245
- [66] Narayan R., Yi I. 1994, ApJ, 428, L13
- [67] Narayan R., Yi I. 1995a, ApJ, 444, 231
- [68] Narayan R., Yi I. 1995b, ApJ, 452, 710
- [69] Narayan R., McClintock J.E., Yi I. 1996, ApJ, 457, 821
- [70] Narayan R. 1996, ApJ, 462, 136
- [71] Narayan R., Mahadevan R., Quataert E. 1998, “*Theory of Black Hole Accretion Disks*”, eds. M.A. Abramowicz, G. Bjornsson & J.E. Pringle, Cambridge University Press
- [72] Novikov I.D., Thorne K.S. 1973, “*Black Holes-Les Astres Occlus*”, eds. C. de Witt & B. De Witt, Gordon & Breach, Nueva York
- [73] Paredes J.M., Martí J., Ribó M., & Massi M. 2000, Science, 288, 2340
- [74] Pietrini P., Krolik J.H. 1995, ApJ, 447, 526
- [75] Poutanen J., Krolyk J.H., Ryde F. 1997, MNRAS, 292, L21-L25
- [76] Poutanen J. 1998, “*Theory of Black Hole Accretion Disks*”, eds. M.A. Abramowicz, G. Bjornsson & J.E. Pringle, Cambridge University Press

-
- [77] Rodríguez J., Corbel S., Tomsick J.A. 2003, ApJ, 595, 1032
- [78] Romero G.E., Benaglia P., Torres D.F. 1999, A&A, 348, 868
- [79] Romero G.E., Kaufman Bernadó M.M., Mirabel I.F. 2002, A&A, 393, L61
- [80] Romero G.E., Torres D.F., Kaufman Bernadó M.M., Mirabel I.F. 2003, A&A, 410, L1
- [81] Romero G.E., Grenier I.A., Kaufman Bernadó M.M., Mirabel I.F., Torres D.F. 2004, Proceedings of the 5th INTEGRAL Workshop, ESA-SP, 552, 703
- [82] Schlickeiser R. 2001, "*Cosmic Ray Astrophysics*", Springer, Heidelberg
- [83] Shakura N.I., Sunyaev R.A. 1973, A&A, 24, 337
- [84] Stirling A.M., Spencer R.E., de la Force et al. 2001, MNRAS, 327, 1273
- [85] Thompson T.W.J., Tomsick, J.A., Rothschild R.E., in't Zand J.J.M., Walter R. 2006, 649, 373
- [86] Thorne K.S., Price R.H., MacDonald D.A. 1986, *Black Holes: The Membrane Paradigm*, Yale Univ. Press, New Haven.
- [87] Wagner R.M., Foltz C.B., Shahbaz T. et al. 2001, ApJ, 556, 42

APÉNDICE A

Mecanismo de aceleración de Fermi

Las ondas de choque o *shocks* describen perturbaciones en un plasma que se propagan a una velocidad superior a la velocidad del sonido en el medio. Se produce entonces una discontinuidad en las propiedades del plasma a uno y otro lado del *shock*. Consideremos por simplicidad una onda de choque plana propagándose con velocidad U . Supongamos que el plasma delante del *shock* se encuentra en reposo. En el sistema de referencia en reposo respecto del *shock*, esta región de fluido se aproxima con velocidad $v_1 = |U|$, tiene presión p_1 , temperatura T_1 y densidad ρ_1 . El fluido detrás de la onda de choque se aleja de ésta con velocidad v_2 , y su presión, temperatura y densidad son p_2 , T_2 y ρ_2 , respectivamente. Las propiedades del fluido a ambos lados se relacionan mediante las leyes de conservación de masa, momento y energía a través de la discontinuidad:

- Ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \quad (\text{A.1})$$

- Conservación de momento

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) \vec{v} = -\nabla p \quad \Rightarrow \quad p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2 \quad (\text{A.2})$$

- Conservación de energía, equivalente a la ecuación de Bernoulli

$$\nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2}v^2 + \omega \right) \rho \vec{v} \right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2}v_1^2 + \omega_1 \right) \rho_1 v_1 = \left(\frac{1}{2}v_2^2 + \omega_2 \right) \rho_2 v_2 \quad (\text{A.3})$$

Aquí $\omega = \epsilon_{\text{int}} + p/\rho$ es la entalpía específica y ϵ_{int} es la energía interna. Para un gas ideal, la energía interna y la presión se relacionan mediante la constante adiabática γ , $p/\rho = (\gamma - 1)\epsilon_{\text{int}}$.

Estas ecuaciones pueden resolverse para hallar p , ρ y v a un lado de la onda de choque en función de las mismas cantidades al otro lado. Es conveniente antes introducir una nueva cantidad, la razón de compresión r :

$$r = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (\text{A.4})$$

Se encuentra entonces que:

$$r = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{(\gamma + 1)}{(\gamma - 1) + 2/M_1^2}, \quad (\text{A.5})$$

y

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}. \quad (\text{A.6})$$

Aquí $M = v/c$ es el número de Mach. En el límite de *shocks* fuertes ($M \gg 1$) y gas ideal monoatómico ($\gamma = 5/3$), $r \rightarrow 4$.

A fines de los años 1970 varios autores entre ellos Fermi, desarrollaron independientemente la idea de un mecanismo de aceleración relacionado con ondas de choque en ambientes astrofísicos. La Figura (A.1) esquematiza la situación. Una partícula de alta energía difunde en cualquiera de los lados del *shock* por dispersión en irregularidades magnéticas. Éstas pueden ser, por ejemplo, ondas de Alfvén excitadas en el plasma por las mismas partículas al difundir. Asumiendo que la velocidad local de Alfvén es mucho menor que la velocidad de la onda de choque, al orden más bajo los centros dispersores pueden considerarse en reposo con respecto al fluido. De esta manera la energía de la partícula en el sistema localmente en reposo no cambia en cada dispersión.

Denotaremos con cantidades sin primar a aquellas medidas en el sistema en reposo respecto del fluido delante de la onda de choque, y con cantidades

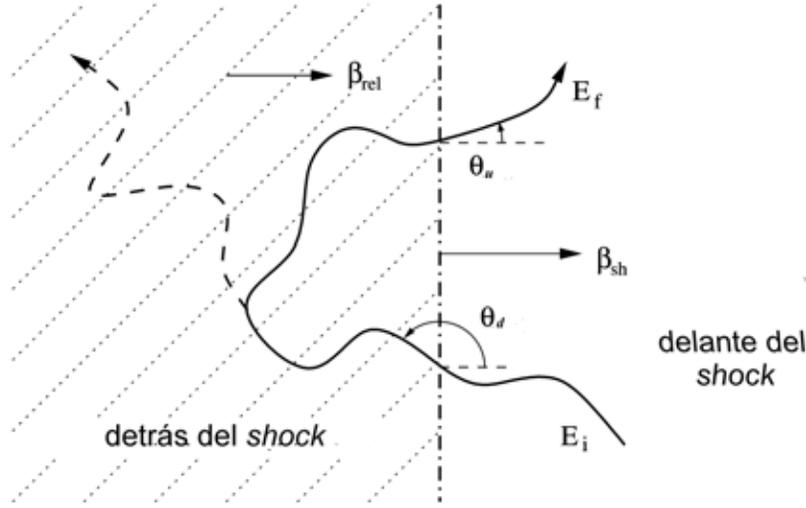


Figura A.1: Esquema de la trayectoria de una partícula que atraviesa una onda de choque. La línea punteada indica un posible caso en que la partícula escapa y no vuelve a cruzar el shock.

primadas a las medidas en el sistema detrás del *shock*. Consideremos una partícula de energía E_i delante del *shock*. Eventualmente lo cruzará, con su velocidad formando un ángulo θ_d con la normal. La energía medida en el sistema de referencia en reposo respecto del fluido detrás de la onda de choque es E'_i . Ésta se relaciona con E_i mediante la correspondiente transformación de Lorentz, y se preserva mientras que la partícula permanece en esta región. Si vuelve a cruzar el *shock*, esta vez formando un ángulo θ'_u , la energía final E_f estará dada por la combinación de dos transformaciones de Lorentz:

$$\frac{E_f}{E_i} = \Gamma_{\text{rel}}^2 (1 - \beta_{\text{rel}} \cos \theta_d) (1 + \beta_{\text{rel}} \cos \theta'_u), \quad (\text{A.7})$$

donde β_{rel} es la velocidad relativa entre los fluidos a ambos lados de la onda de choque y Γ_{rel}^2 el factor de Lorentz correspondiente. La única aproximación utilizada en (A.7) es que se puede despreciar la energía en reposo de la partícula. Para ondas de choque no relativistas ($\beta_{\text{rel}} \ll 1$), la distribución angular de las partículas dispersadas que cruzan el frente es aproximadamente isotrópica. En ese caso, $\langle \cos \theta_d \rangle \approx -2/3$ y $\langle \cos \theta'_u \rangle \approx 2/3$. Entonces la ganancia promedio de energía por cada ciclo de cruce es:

$$\left\langle \frac{E_f}{E_i} \right\rangle \approx 1 + \beta_{\text{rel}} (\langle \cos \theta'_u \rangle - \langle \cos \theta_d \rangle) \approx 1 + \frac{4}{3} \beta_{\text{rel}}. \quad (\text{A.8})$$

La ganancia es de primer orden en β_{rel} , por lo que este mecanismo se conoce también como mecanismo de Fermi de primer orden.

Mientras que una partícula inicialmente delante de la onda de choque siempre lo atravesará, una vez del otro lado existe cierta probabilidad de que sea advectada y nunca vuelva a cruzarlo. La probabilidad de escape P_{esc} puede obtenerse del cociente entre el flujo promedio de partículas que escapan y las que cruzan el frente por segunda vez. Para una velocidad β_2 del fluido detrás del *shock*, asumiendo nuevamente isotropía en la distribución de las partículas, $P_{\text{esc}} = 4\beta_2$. La probabilidad de que vuelva al *shock* y lo atraviese k veces es entonces $P_{\text{ret}} = (1 - P_{\text{esc}})^k$. Por lo tanto, la energía de la partícula después de k cruces resulta:

$$E = E_i \left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right)^k. \quad (\text{A.9})$$

Aquí E_i es la energía inicial y ΔE la ganancia neta por cruce. El número de partículas con energía mayor que cierto valor E debe ser

$$\frac{dn}{dE}(> E) \propto (1 - P_{\text{esc}})^k \quad (\text{A.10})$$

donde $k = \frac{\ln(E/E_i)}{\ln(1 + \Delta E/E)}$. La expresión anterior puede escribirse como

$$\frac{dn}{dE}(> E) = B - (\Gamma - 1) \ln E, \quad (\text{A.11})$$

donde B es una constante y

$$\Gamma = 1 - \frac{\ln(1 - P_{\text{esc}})}{\ln(1 + \Delta E/E)} \approx \frac{r + 2}{r - 1}. \quad (\text{A.12})$$

Entonces, en su forma diferencial, la distribución en energía de las partículas toma la forma de una ley de potencias,

$$\frac{dn}{dE}(E) \propto E^{-\Gamma}. \quad (\text{A.13})$$

En el caso particular de una onda de choque fuerte en un gas monoatómico, $r = 4$ y $\Gamma = 2$. En condiciones físicas reales, el índice espectral observado es algo mayor. La diferencia puede deberse a que la presión de las partículas aceleradas modifica la estructura del *shock*.