



Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis para obtener el grado académico de  
Doctora en Astronomía

FRAGMENTACIÓN DE PLANETESIMALES Y FORMACIÓN  
PLANETARIA

Lic. Irina Luciana San Sebastián

Directora: Dra. Mirta Gabriela Parisi  
Co-Director: Dr. Octavio Miguel Guilera

LA PLATA, ARGENTINA  
- ABRIL DE 2020 -



# Prefacio

Esta Tesis es presentada como parte de los requisitos para obtener el grado académico de Doctora en Astronomía de la Universidad Nacional de La Plata. La misma contiene los resultados de las investigaciones desarrolladas bajo la dirección de la Dra. Mirta Gabriela Parisi y el Dr. Octavio Miguel Guilera.

Irina Luciana San Sebastián  
e-mail: [irina@fcaglp.unlp.edu.ar](mailto:irina@fcaglp.unlp.edu.ar)  
La Plata, Abril de 2020, en cuarentena.



# Resumen

Durante los últimos años, los avances observacionales nos han permitido estudiar y caracterizar exoplanetas en diferentes tipos de sistemas planetarios, como así también profundizar nuestro conocimiento sobre el Sistema Solar. Desde un punto de vista teórico, es un desafío importante que los modelos de formación planetaria sean capaces de reproducir las características principales de estos sistemas. En el escenario estándar de formación planetaria, los planetas terrestres y los núcleos de los planetas gigantes se forman por acreción de planetesimales. La distribución de tamaños de los planetesimales primordiales y su evolución temporal caracteriza el proceso de formación de sistemas planetarios y las propiedades que tendrán dichos sistemas. Dicha distribución está determinada por diversos factores, principalmente por el resultado de las colisiones mutuas, resultando en el crecimiento, la erosión, la disrupción o la coagulación de dichos objetos. Las propiedades físicas y dinámicas de los planetesimales en las colisiones definirán el destino de estos procesos. La energía que caracteriza el resultado de dichas colisiones, llamada energía específica de impacto, puede obtenerse mediante simulaciones o experimentos de laboratorio. Durante esta Tesis nos enfocamos en estudiar el proceso de fragmentación de planetesimales desde dos perspectivas distintas, teórica y experimental, y su aplicación a la formación planetaria. En primer lugar, realizamos un estudio teórico desde primeros principios para revisar y analizar las velocidades relativas de planetesimales que usualmente se utilizan en la literatura, las cuales son expresadas como desarrollos a primer orden de las excentricidades e inclinaciones orbitales, haciendo desarrollos de las mismas a mayores órdenes y comparándolos con los previamente utilizados. Comparamos las diferencias en la implementación de los nuevos desarrollos a mayores órdenes con respecto a las ecuaciones de la literatura en el proceso colisional y discutimos cuál sería el impacto de incluir los nuevos desarrollos en el proceso de formación planetaria. En segundo lugar, desarrollamos un estudio experimental para determinar la energía específica de impacto para objetos con diferentes porosidades. Realizamos experimentos de impacto en los laboratorios del Institut für Geophysik und extraterrestrische Physik (IGeP), Braunschweig, Alemania, en los que generamos muestras de polvo compactas con porosidades que simulan las medidas en meteoritos condriticos y calculamos la energía interna de dichas muestras. Con estos resultados, obtuvimos la energía específica de impacto para diferentes valores de la porosidad desde una perspectiva experimental y la comparamos con las obtenidas mediante simulaciones hidrodinámicas de la literatura. Finalmente, realizamos simulaciones para estudiar la formación de un planeta gigante ubicado a 5 UA incorporando mejoras a nuestro modelo de fragmentación de planetesimales. En general, en los modelos de formación planetaria que incluyen la fragmentación de planetesimales se utiliza una energía que caracteriza el resultado de una colisión para un determinado material y una velocidad fija. Sin embargo, a medida que los embriones planetarios crecen, la dispersión de la velocidad de los planetesimales aumenta debido a las excitaciones gravitatorias producidas por los embriones. A su vez, más allá de la línea de hielo se espera que los planetesimales estén compuestos por una mezcla de materiales

## 0. Resumen

---

rocosos y hielos. En este trabajo incluimos un mezcla de materiales (50 % material rocoso y 50 % hielo) para la composición de los planetesimales y una dependencia de la energía específica de impacto con la velocidad relativa de los mismos. En esta Tesis mostramos que un modelo de fragmentación de planetesimales más realista juega un rol importante en el crecimiento de núcleos masivos, y por ende en la formación de planetas gigantes, antes de la disipación de la componente gaseosa del disco protoplanetario. A su vez, incorporamos en el código de formación planetaria las tasas de acreción para objetos pequeños llamados guijarros (en inglés “pebbles”), regímenes de velocidad para bajas velocidades de planetesimales y los desarrollos a mayores órdenes de la velocidad de dispersión de planetesimales calculados en esta Tesis.

# Originalidad

Las ideas, desarrollos y resultados obtenidos son originales de la autora y de los directores de la Tesis, salvo explícita mención. La mayor parte de los resultados fueron presentados previamente en actas de congresos, en talleres, encuentros tanto de carácter nacional como internacional y publicaciones en revistas con referato.



# Índice general

<b>Prefacio</b>	<b>iii</b>
<b>Resumen</b>	<b>v</b>
<b>Originalidad</b>	<b>vii</b>
<b>Introducción</b>	<b>xxi</b>
<b>1. Marco teórico</b>	<b>1</b>
1.1. Formación planetaria . . . . .	1
1.1.1. Discos protoplanetarios . . . . .	2
1.1.2. Guijarros, planetesimales y embriones planetarios . . . . .	6
1.1.3. Planetas terrestres . . . . .	9
1.1.4. Planetas gigantes . . . . .	10
1.1.4.1. Modelo de acreción del núcleo . . . . .	10
1.1.4.2. Modelo de inestabilidad del disco . . . . .	11
1.1.4.3. Modelos híbridos . . . . .	12
1.1.5. Migración planetaria . . . . .	12
1.2. Colisiones y fragmentación de planetesimales . . . . .	14
1.2.0.1. Estudios experimentales . . . . .	14
1.2.0.2. Simulaciones . . . . .	17
1.2.1. Clasificación de la estructura de los objetos . . . . .	19
1.2.2. Estudios de formación planetaria y modelos colisionales . . . . .	23
1.2.3. ¿Por qué estudiar la fragmentación de planetesimales? . . . . .	25
<b>2. Velocidad de dispersión y velocidad estocástica</b>	<b>27</b>
2.1. Revisión de la velocidad de dispersión . . . . .	27
2.2. Motivación . . . . .	27
2.3. Intersección de las órbitas de un planetesimal y un protoplaneta . . . . .	29
2.4. Cálculo de la velocidad de dispersión: Modelo partícula en una caja . . . . .	30
2.4.1. Caso plano . . . . .	30
2.4.2. Caso espacial . . . . .	34
2.4.3. Caso particular: Velocidad de dispersión estadística . . . . .	35
2.5. Cálculo de la velocidad aleatoria estocástica . . . . .	35
2.5.1. Caso plano . . . . .	36
2.5.2. Caso espacial . . . . .	39
2.5.3. Caso particular: Velocidad de dispersión estadística . . . . .	42
2.6. Resultados y aplicaciones de la velocidad de dispersión . . . . .	43
2.6.1. Caso plano . . . . .	43
	<b>ix</b>

2.6.2. Caso espacial . . . . .	47
2.6.3. Tasas de acreción . . . . .	47
2.6.4. Probabilidades de colisión . . . . .	50
2.7. Discusión y conclusiones . . . . .	55
<b>3. Energía de disrupción catastrófica obtenida mediante experimentos de laboratorio</b>	<b>57</b>
3.1. Motivación . . . . .	58
3.2. Primer experimento: Compresión de las muestras . . . . .	61
3.2.1. Técnica experimental . . . . .	61
3.2.2. Resultados . . . . .	65
3.3. Segundo experimento: “Brazilian Disk Test” . . . . .	66
3.3.1. Técnica experimental . . . . .	68
3.3.2. Resultados . . . . .	68
3.4. Energía crítica de fragmentación $Q^*$ y energía de disrupción catastrófica $Q_D^*$ .	70
3.5. Conclusiones . . . . .	73
<b>4. Fragmentación de planetesimales y formación de planetas gigantes</b>	<b>75</b>
4.1. Motivación . . . . .	75
4.2. Nuestro modelo de formación de planetas gigantes . . . . .	77
4.2.1. Evolución de elementos orbitales de los planetesimales: excentricidad, inclinación y semieje mayor . . . . .	79
4.2.2. Evolución del embrión . . . . .	80
4.2.2.1. Envoltura . . . . .	80
4.2.2.2. Tasas de acreción de sólidos . . . . .	81
4.3. Modelo de fragmentación de planetesimales . . . . .	81
4.4. Mejoras al código de formación de planetas gigantes . . . . .	84
4.4.1. Tasas de acreción de fragmentos pequeños . . . . .	85
4.4.2. Mejoras al modelo de fragmentación . . . . .	86
4.4.2.1. Velocidades y probabilidades de los regímenes de colisión . . . . .	86
4.4.2.2. Energía de disrupción catastrófica . . . . .	87
4.4.3. Velocidad de dispersión . . . . .	90
4.5. Resultados . . . . .	90
4.5.1. Modelo base . . . . .	90
4.5.2. Dependencias de $Q_D^*$ con las velocidades de impacto y las composiciones de los planetesimales . . . . .	93
4.5.3. Acreción de pequeños fragmentos: acreción de guijarros de segunda generación . . . . .	97
4.5.4. Modelo global . . . . .	99
4.5.5. Reducción de las opacidades de los granos . . . . .	100
4.5.6. Velocidad de dispersión . . . . .	102
4.6. Comparación con trabajos anteriores . . . . .	103
4.7. Resumen y conclusiones . . . . .	104
<b>5. Conclusiones generales</b>	<b>107</b>
5.1. Perspectivas a futuro . . . . .	109
<b>A. Desarrollos matemáticos de las velocidades</b>	<b>111</b>
<b>B. Resumen de trabajos realizados</b>	<b>117</b>

B.1. Publicaciones . . . . .	117
B.1.1. Publicaciones con referato en revistas internacionales . . . . .	117
B.1.2. Actas en congresos nacionales . . . . .	117
<b>Bibliografía</b>	<b>119</b>



# Índice de figuras

1.1. Esquema del crecimiento de planetas comenzando con polvo (sub-micrón) hasta planetas terrestres en el disco interno y planetas gigantes en el disco exterior. Se indican escalas, sin embargo algunos intervalos alrededor por ejemplo de la <i>barrera de rebote</i> , son inciertas. Figura extraída de <a href="#">Perryman (2018)</a> y traducida al castellano. . . . .	2
1.2. La física subyacente de la clasificación de objetos estelares jóvenes, en conjunto con las estadísticas con respecto a la fracción de fuentes de cada clase. La clasificación se basa en la pendiente de la distribución espectral de energía en el infrarrojo medio y cercano. Figura extraída de <a href="#">Armitage &amp; Kley (2019)</a> y traducida al castellano. . . . .	3
1.3. Imagen de discos protoplanetarios de estrellas cercanas observados con ALMA. Crédito: ALMA (ESO/NAOJ/NRAO), S. Andrews et al.; N. Lira. . . . .	4
1.4. Figura extraída de <a href="#">Pfalzner et al. (2014)</a> y traducida al castellano. Fracción de estrellas jóvenes que se encuentran que poseen discos en función de la edad del cúmulo. Línea a trazos negra: aproximación realizada por <a href="#">Haisch et al. (2001)</a> . Línea sólida negra: aproximación realizada por <a href="#">Mamajek (2009)</a> . Línea sólida rosa: aproximación realizada por <a href="#">Pfalzner et al. (2014)</a> . . . . .	5
1.5. Esquema del crecimiento ordenado y el crecimiento el fuga. Crecimiento ordenado: las partículas crecen a partículas de tamaños similares. Crecimiento en fuga: una partícula crece rápidamente y se aparta en masa del enjambre de partículas más pequeñas. . . . .	8
1.6. Clasificación de los resultados colisionales observados de una variedad de experimentos de laboratorio. Los nueve resultados incluyen la adhesión, el rebote y la fragmentación. Figura extraída de <a href="#">Güttler et al. (2010)</a> y traducida al castellano. . . . .	15
1.7. Ejemplo del último modelo de colisión desarrollado en la <i>TU Braunschweig</i> para monómeros de SiO <sub>2</sub> . Los resultados colisionales se marcan en color. Las líneas a trazos indican las velocidades de colisión medias en unidades del metro por segundo. Figura extraída de <a href="#">Blum (2018)</a> y traducida al castellano. . . .	16
1.8. Simulaciones de colisiones entre agregados del orden del kilómetro, con diferentes ángulos y velocidades de impacto, obteniendo distintos resultados: a) binaria de contacto y b) agregado en forma de gota con un satélite reacumulado pequeño. Figura extraída de <a href="#">Richardson et al. (2002)</a> sobre el trabajo de <a href="#">Leinhardt et al. (2000)</a> . . . . .	18

1.9. Umbrales específicos de energía obtenidos por diferentes autores para objetos no-porosos de roca. Para pequeños cuerpos (a la izquierda) la energía específica decrece con el aumento del tamaño del blanco y para cuerpos grandes (a la derecha), la energía aumenta con el tamaño. Figura extraída de <a href="#">Holsapple et al. (2002)</a> . . . . .	20
1.10. Resultados para diferentes colisiones que muestran los regímenes de aglomeración (a) y fragmentación parcial (b) y total (c). Figura extraída de <a href="#">Ringl et al. (2012)</a> . . . . .	21
1.11. El espacio de parámetros RTS-porosidad. El gráfico de la izquierda asigna rótulos a las diferentes regiones de la estructura interna. Mientras que el gráfico de la derecha describe cómo reaccionarían a la presión los objetos correspondientes en estas regiones. Las divisiones son cualitativas. Figura extraída de <a href="#">Richardson et al. (2002)</a> y traducida al castellano. . . . .	22
2.1. Diagrama de la configuración orbital en el modelo de partícula en una caja para el caso espacial. El marco de referencia está centrado en la estrella y el eje x apunta en la dirección del equinoccio vernal. La órbita circular del protoplaneta $M$ está en el plano $(x, y)$ $R$ es la distancia entre el planetesimal $m$ y la estrella central, $i$ es la inclinación de la órbita del planetesimal con respecto al plano de la órbita del protoplaneta. $r$ es la distancia entre el nodo y la estrella central ( $r = a_0$ ). $P$ es el pericentro de la órbita de $m$ . Los ángulos $\Omega, \omega$ y $\varphi$ son la longitud del nodo ascendente, la longitud del pericentro y la anomalía verdadera, respectivamente. . . . .	33
2.2. Diagrama de la configuración orbital en el espacio. El marco de referencia está centrado en la estrella y el eje x apunta en la dirección del equinoccio vernal. La órbita circular del protoplaneta $M$ es en plano $(x, y)$ . $R$ es la distancia entre el planetesimal $m$ y la estrella central. $i$ es la inclinación de la órbita del planetesimal con respecto al plano orbital del protoplaneta. $r$ es la distancia entre el nodo y la estrella central ( $r = a_0$ ). $P$ es el pericentro de la órbita de $m$ . Los ángulos $\Omega, \omega, \varphi$ son la longitud del nodo ascendente, la longitud del pericentro y la anomalía verdadera de la órbita de $m$ , respectivamente. . . . .	37
2.3. Diagrama de la órbita circular del protoplaneta. El marco de referencia se centra en la estrella y el eje x apunta en la dirección del equinoccio vernal. La órbita está en el plano $(x, y)$ donde $a_0$ es el radio y $\varphi_0$ es su anomalía verdadera. . . . .	38
2.4. Diagrama vectorial de velocidades. . . . .	41
2.5. Caso plano. Izquierda: Dispersión cuadrática de velocidades normalizada $(v_{DP}/v_0)^2$ como función de la excentricidad de la órbita del planetesimal $e$ hasta sexto orden ( $(v_{DP(6th)}/v_0)^2$ , línea sólida) y hasta cuarto orden ( $(v_{DP(4th)}/v_0)^2$ , línea a trazos largos). El cuadrado de la velocidad de dispersión estándar $v_{2std}^2$ normalizada se muestra con línea a trazos cortos. Derecha: El error entre $v_{DP}^2$ y $v_{2std}^2$ normalizado $\epsilon_p$ como función de $e$ a sexto orden ( $\epsilon_{p(6th)}$ , línea sólida) y a cuarto orden ( $\epsilon_{p(4th)}$ , línea a trazos largos). . . . .	46
2.6. Caso espacial. Izquierda: Dispersión cuadrática de velocidades normalizada $(v_{DS}/v_0)^2$ como función de la excentricidad de la órbita del planetesimal $e$ hasta sexto orden $(v_{DS(6th)}/v_0)^2$ , línea llena) y hasta cuarto orden $(v_{DS(4th)}/v_0)^2$ , línea a trazos largos). El cuadrado de la velocidad de dispersión estándar $v_{3std}^2$ se muestra con línea a trazos cortos. Derecha: El error entre $v_{DS}^2$ y $v_{3std}^2$ normalizado $\epsilon_S$ como función de $e$ hasta sexto orden ( $\epsilon_{S(6to)}$ , línea sólida) y hasta cuarto orden ( $\epsilon_{S(4to)}$ , línea a trazos largos). En todos los casos asumimos $i = e/2$ . . . . .	46

2.7. Histogramas de la distribución de excentricidades (panel superior) e inclinaciones (panel inferior) de asteroides ( <i>minor planets</i> ) extraídos de la página del <i>Minor Planet Center</i> ( <a href="https://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/MPDistribution.html">https://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/MPDistribution.html</a> ), traducidos al castellano. . . . .	48
2.8. Error en el factor de enfocamiento $\epsilon_{FG}$ (panel izquierdo) y el error relativo $\epsilon_F$ (panel derecho) como función de $e$ para $e > e_{min}$ . Panel superior: $a_0 = 1$ UA y $M = 0.002, 0.260$ y $2.100 M_{\oplus}$ . Panel medio: $a_0 = 5$ UA y $M = 0.260, 2.100$ y $7.10 M_{\oplus}$ . Panel inferior: $a_0 = 15$ AU y $M = 0.260, 2.100$ y $7.10 M_{\oplus}$ . $M$ y su correspondiente $e_{min}$ son tomados de la tabla 2.3. Para el cálculo de $\epsilon_{FG}$ y $\epsilon_F$ , $v_{DS}^2$ se calcula hasta sexto orden en $e$ con $i = e/2$ . . . . .	51
2.9. Izquierda: Comparación entre el volumen estándar a primer orden $Vol_{std}$ (línea sólida), nuestra expresión general para el volumen estándar $VolG_{std}$ (línea punteada) y nuestro cálculo exacto del volumen $Vol$ (línea a trazos) con $a_0 = 5$ UA. Derecha: Cociente entre $Vol_{std}$ y $Vol$ (línea sólida) y entre $VolG_{std}$ y $Vol$ (línea punteada). Adoptamos $e_T = i_T = 0$ , $e_p = e$ , $i_p = i = e/2$ . En el cálculo de $Vol_{std}$ y $VolG_{std}$ tomamos $\Delta a = a_{Max} - a_{min}$ . . . . .	53
2.10. Error relativo $\epsilon_{NcR}(p, T)$ en la tasa de impactos como función de $e$ asumiendo $M_T = M$ (with $M_p \ll M$ ) para $a_0 = 5$ UA con $M = 2.1M_{\oplus}$ . Adoptamos $e_T = i_T = 0$ , $e_p = e$ , e $i_p = i = e/2$ . Para calcular $\epsilon_{NcR}(p, T)$ , $v_{DS}^2$ se toma hasta sexto orden en $e$ . Línea sólida: $\epsilon_{NcR}(p, T)$ se calcula asumiendo $Volume = Vol$ . Línea a trazos: $\epsilon_{NcR}(p, T)$ se calcula asumiendo $Volume = VolG_{std}$ . . . . .	54
3.1. Dispositivos experimentales para la compactación de muestras de polvo vía impactos en uno de los laboratorios del <i>IGeP</i> . a) Carcasa de acero. b) Cámara, pistola y cámara de vacío. c) Partes del pistón. d) Contenedor de aluminio con base plástica. . . . .	62
3.2. Esquema de la configuración experimental para la compactación de muestras de polvo vía impactos, de frente (panel superior) y perfil (panel inferior). . . . .	63
3.3. Ejemplo de una trayectoria de un proyectil grabada por la cámara de alta velocidad del <i>IGeP</i> . Tamaño del proyectil cilíndrico: 1.5 cm de diámetro y 3 cm de largo. Velocidad de impacto: $62 \pm 4$ m/s. Cuadros por segundo: 37500 cuadros por segundo. . . . .	64
3.4. Factor de llenado de volumen de las muestras compactas como función de la velocidad de impacto del proyectil. . . . .	65
3.5. Esquema de la configuración del <i>Brazilian Disk Test</i> y sus componentes. . . . .	66
3.6. Arriba: Agregado de sílice compacto antes (izquierda) y después de la ruptura (derecha). Abajo: Evolución temporal de las mediciones de la balanza durante el experimento. Antes del máximo corresponde a a) (panel superior imagen de la izquierda) y luego del máximo a b) (panel superior imagen de la derecha). . . . .	67

3.7.	Dependencia de la resistencia tensil con el factor de llenado de volumen. La resistencia tensil de nuestros datos (puntos azules) como así también de los experimentos de Meisner et al. (2012) (puntos negros) fueron obtenidos con el <i>Brazilian Disk Test</i> . Línea sólida azul: nuestro ajuste incluyendo los datos de Blum et al. (2006) (punto celeste), los datos de experimentos realizados previamente en el IGeP (puntos amarillos), datos extraídos de Meisner et al. (2012) y nuestros datos, siguiendo el ajuste de Meisner et al. (2012). Línea sólida violeta: otro ajuste adoptando la función de corrección dada por Gundlach et al. (2018). Área violeta: ajuste a nuestros datos usando la relación entre la resistencia tensil y el factor de llenado de volumen dada por Kimura et al. (2020). La línea verde a trazos corresponde a $\phi = 0.74$ (ver el texto para más detalles). . . . .	69
3.8.	Energía crítica de fragmentación como función del factor de llenado de volumen.	71
3.9.	Energía de disrupción catastrófica como función del tamaño. Panel izquierdo: comparación entre nuestra prescripción y la dada por Bukhari Syed et al. (2017) para un factor de llenado de volumen de 0.35. Panel derecho: Nuestras prescripciones para diferentes valores del factor de llenado de volumen. . . . .	72
4.1.	Esquema básico del código de formación de planetas gigantes . . . . .	78
4.2.	Esquema de la colisión entre un planetesimal de masa $M_T$ y uno de masa $M_P$ . La colisión da como resultado un remanente de masa $M_R$ y el resto de la masa se distribuye entre el fragmento más grande de masa $M_F$ y el tamaño mínimo de masa $M_{min}$ . . . . .	81
4.3.	Esquema de la zona de fragmentación para un planeta aislado. $R_P$ es la posición del planeta dentro de la grilla radial mientras que $B_{Int}$ y $B_{Ext}$ son los bordes interno y externo, respectivamente, a 8 Radios de Hill a ambos lados del planeta.	83
4.4.	Energía de disrupción catastrófica para blancos de basaltos a velocidades de impacto de 20-30 m/s (Benz, 2000), 3km/s y 5km/s (Benz & Asphaug, 1999). Los puntos azules corresponden a los datos discretos extraídos de (Benz, 2000).	88
4.5.	Energía de disrupción catastrófica para blancos de hielo a velocidades de impacto de 0.5 km/s y 3 km/s (Benz & Asphaug, 1999). . . . .	88
4.6.	Masa del núcleo (línea sólida) y masa de la envoltura (línea a trazos) como función del tiempo. Las líneas rojas gruesas corresponden al modelo base, mientras que las líneas grises finas corresponden a la formación de un planeta gigante sin fragmentación de planetesimales. . . . .	91
4.7.	Panel superior: evolución temporal de los perfiles radiales de la excentricidad (líneas sólidas) e inclinación (líneas a trazos) para planetesimales de 100 km de tamaño. Panel inferior: evolución temporal de la velocidad relativa entre planetesimales de 100 km de tamaño. En corchetes mostramos la masa total del planeta en cada momento dado. La curva negra corresponde al tiempo (y masa) al cual el planeta llega a la masa de cruce. . . . .	92
4.8.	Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación de planetesimales. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo en el que $Q_D^*$ es función de las velocidades relativas. . . . .	93
4.9.	Panel superior: tasas de acreción de sólidos para planetesimales de basaltos y partículas pequeñas de varios radios, producto de la evolución colisional de planetesimales, para el modelo base. Panel inferior: igual al panel superior pero para el modelo que considera $Q_D^*$ como función de la velocidad relativa de planetesimales. . . . .	94

4.10. Evolución temporal de la velocidad relativa entre planetesimales basálticos del mismo tamaño para el modelo que considera $Q_D^*$ como función de la velocidad relativa de planetesimales. Panel superior: planetesimales de 1 metro. Panel inferior: planetesimales de 1 kilómetro. En corchetes mostramos la masa total del planeta a cada momento dado. . . . .	95
4.11. Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo con $Q_D^*$ para hielos a velocidades de impacto de 3 km/s. Líneas azules: modelo en el que $Q_D^*$ se calcula como una combinación lineal entre $Q_D^*$ para basaltos a 3 km/s y $Q_D^*$ para hielos a 3 km/s. . . . .	96
4.12. Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo con $Q_D^*$ para basaltos a 3 km/s y donde pequeñas partículas con número de Stokes menor o igual a la unidad son acretadas como guijarros de segunda generación. . . . .	97
4.13. La razón entre el radio de Hill y la escala de altura de partículas pequeñas, con número de Stokes menor o igual a la unidad, para el modelo base (líneas sólidas) y para la simulación que incluye la acreción de guijarros (líneas a trazos) como función del tiempo. . . . .	98
4.14. Tasas de acreción de sólidos para pequeñas partículas, producto de la evolución colisional de planetesimales, para el caso base (líneas sólidas) y para la simulación que incluye la acreción de guijarros (líneas a trazos) como función del tiempo. Las partículas pequeñas de estos tamaños tienen un número de Stokes menor o igual a la unidad. . . . .	99
4.15. Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo con todas las mejoras en el cálculo de $Q_D^*$ (las dependencias de $Q_D^*$ con la velocidad de impacto de los planetesimales y sus composiciones) y las tasas de acreción de guijarros. . . .	100
4.16. Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo que tiene en cuenta todas las mejoras en el cálculo de $Q_D^*$ (las dependencias de $Q_D^*$ con la velocidad de impacto de los planetesimales y sus composiciones), las tasas de acreción de guijarros y considerando una reducción en la opacidad de los granos. . . . .	101
4.17. Masa de la envoltura como función de la masa del núcleo para los dos casos donde la fragmentación de planetesimales no está considerada. Graficamos la masa del núcleo hasta $10 M_{\oplus}$ con el fin de mostrar más claramente las diferencias a bajos valores de la masa del núcleo. Las líneas negras representan el caso donde las opacidades de los granos no están reducidas, mientras que la línea roja representa el caso donde reducimos las opacidades de los granos en la envoltura del planeta. . . . .	101
4.18. Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo que tiene en cuenta la velocidad de dispersión hasta sexto orden. Líneas negras: modelo sin fragmentación de planetesimales incluyendo la velocidad de dispersión hasta sexto orden. . . . .	103

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

A.1. Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad de dispersión en el caso plano. . . . .	112
A.2. Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad de dispersión en el caso espacial. . . . .	113
A.3. Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad estocástica en el caso plano. . . . .	114
A.4. Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad estocástica en el caso espacial. . . . .	115

# Índice de tablas

2.1. Resumen de las velocidades calculadas en las Secciones 2.4 y 2.5, y la velocidad de dispersión estándar. . . . .	44
2.2. Diferencia entre nuestros resultados de la velocidad de dispersión $v_{DP}$ y la velocidad de dispersión estándar utilizada en la literatura $v_{2std}$ , para el caso plano, expresada en $\text{m s}^{-1}$ . $(v_{DP(4to)} - v_{2std})$ está desarrollada hasta cuarto orden y $(v_{DP(6to)} - v_{2std})$ hasta sexto orden. $v_o$ es la velocidad circular local en $\text{m s}^{-1}$ , $a_o$ es el semieje en UA, y $e$ es la excentricidad orbital del planetesimal. . . . .	45
2.3. Nuestros resultados de la excentricidad orbital mínima de un planetesimal $e_{min}$ para la cual el régimen de dispersión es válido y la excentricidad orbital mínima de un planetesimal $e_{std}$ para la cual el régimen estándar de altas velocidades es válido. Los resultados se muestran para un protoplaneta de masa $M$ y radio $R_C$ con una densidad media de $3 \text{ grs cm}^{-3}$ . . . . .	49
3.1. Prescripciones de la energía de disrupción catastrófica para diferentes valores del factor de llenado de volumen. . . . .	73
4.1. Parámetros libres que determinan $Q_D^*$ para diferentes tipos de materiales y diferentes velocidades de impacto extraídos de Benz & Asphaug (1999) y Benz (2000). . . . .	89



# Introducción

La observación de exoplanetas comparables con los planetas del Sistema Solar mediante detección directa es muy limitada, ya que, son miles de millones de veces más débiles que su estrella anfitriona y, dependiendo de su distancia, sus separaciones angulares muy pequeñas. Los métodos de detección basados en la perturbación dinámica de la estrella debido a la presencia de un planeta orbitando a su alrededor dieron los primeros pasos para la detección de exoplanetas. A finales de los años 80 y principios de los 90, se dieron los primeros indicios de objetos de tipo planetario alrededor de estrellas de secuencia principal mediante medidas de alta precisión de velocidad radial (Campbell et al., 1988; Latham et al., 1989; Hatzes & Cochran, 1993)

La primera detección de un objeto de masa del orden de un planeta por fuera del Sistema Solar fue realizada por Wolszczan & Frail (1992), mientras que la primera detección inequívoca de un exoplaneta fue realizada por Mayor y Queloz en 1995 (Mayor & Queloz, 1995). Al momento, se han descubierto exoplanetas alrededor de una amplia variedad de estrellas. Dichas estrellas no son únicamente de secuencia principal, como lo es el Sol, sino que incluyen, entre otras, estrellas de baja masa, estrellas gigantes y en otras etapas evolutivas como enanas blancas o púlsares. Asimismo, los exoplanetas detectados poseen características muy diversas; su estructura interna y composición varían ampliamente.

Los avances observacionales en los últimos años han permitido observar una diversidad de sistemas planetarios, formados, por ejemplo, por múltiples planetas rocosos o por varios gigantes gaseosos, muchos de ellos totalmente distintos a la arquitectura del Sistema Solar. Hasta el momento, no se han descubierto sistemas planetarios análogos al nuestro, con planetas terrestres en la zona interna más cercana a la estrella central y con al menos un planeta gigante en la zona más externa.

La formación de los sistemas planetarios y su vinculación con las observaciones es uno de los mayores problemas a resolver en las ciencias planetarias. Uno de los desafíos más grandes es generar un modelo autoconsistente para la formación de los sistemas planetarios que describa todas las etapas de este proceso. Entre las dificultades de este desafío se encuentra la descripción detallada de las colisiones entre los cuerpos presentes en el disco protoplanetario. Para ello, es necesaria una descripción general de los resultados de dichas colisiones, que abarque el crecimiento desde las partículas de polvo a los planetas.

La distribución inicial de tamaños de los planetesimales <sup>(i)</sup> y su evolución temporal juega un rol fundamental en el proceso de formación de sistemas planetarios y las propiedades que tendrán dichos sistemas. Dicha distribución inicial de tamaños es actualmente materia de debate. En lo que respecta al Sistema Solar, Morbidelli et al. (2009) obtienen que para poder explicar la distribución actual de tamaños del cinturón de asteroides, estos tuvieron

---

<sup>(i)</sup>La definición de planetesimal se presenta en el capítulo 1

que nacer grandes, obteniendo que el diámetro mínimo inicial de los asteroides primordiales tuvo que ser de 100 km y por lo tanto la distribución actual observada de sus tamaños sería el resultado de su evolución colisional. Sin embargo, [Weidenschilling \(2011\)](#), obtiene que la distribución actual de tamaños en el cinturón de asteroides se puede reproducir con una distribución inicial de objetos sub kilométricos. Respecto a la formación de los planetesimales, modelos recientes sugieren que planetesimales de 100-1000 km de diámetro se formaron directamente a partir de partículas pequeñas sin pasar por tamaños intermedios a través de mecanismos de inestabilidad gravitatoria ([Johansen et al., 2007](#)) en vez de los tradicionalmente aceptados procesos de coagulación ([Paszun & Dominik, 2009](#); [Blum et al., 2006](#)). En el marco de estudio de este problema, [Parisi \(2013\)](#) ha investigado si planetesimales de 10-1000 km sufren disrupción o crecimiento cuando colisionan y ha obtenido que el crecimiento de planetesimales cuyos radios están comprendidos entre 10-100 km en el cinturón de asteroides y en el cinturón de Kuiper requiere que sus órbitas posean excentricidades mucho menores que las que se observan actualmente. Los modelos de acreción de los planetas terrestres y de los núcleos de los planetas gigantes muestran que planetesimales de 1-100 km de radio alcanzan valores de su excentricidad orbital similares al límite de excentricidad obtenido en [Parisi \(2013\)](#) para producir la disrupción de estos objetos en vez de su acreción. Por lo tanto, para que exista acreción se requiere de un disco dinámicamente muy frío durante todo el proceso de formación planetaria a lo largo de todo el disco protoplanetario, lo que parece difícil de poder conseguir. [Parisi \(2013\)](#) ha concluido entonces que los planetesimales deben nacer grandes, o bien por mecanismos de inestabilidad gravitatoria ([Johansen et al., 2007](#)), o bien a partir de la acreción de objetos pequeños únicamente.

Por otro lado, el estudio de los meteoritos nos brinda información valiosa sobre la distribución de tamaños de los planetesimales primordiales, sobre su evolución, y sus propiedades físicas y dinámicas. Los asteroides y cometas son planetesimales remanentes de la formación del Sistema Solar y son la fuente actual de meteoritos. El estudio de su evolución superficial debido a colisiones físicas durante su formación y posterior evolución nos permite predecir las características de los meteoritos y comparar dichas características con las que los meteoritos poseen. Las condritas, que se dividen en ordinarias y carbonaceas, representan aproximadamente el 90 % de los meteoritos encontrados en la Tierra y por lo tanto son la única fuente con la que contamos de fragmentos de planetesimales residuales del proceso de formación planetaria. Está usualmente aceptado que los asteroides son los objetos parentales de las condritas, en especial de las ordinarias.

El último proceso de fragmentación durante la edad del Sistema Solar es violento y cambia las propiedades iniciales del objeto parental, tal como la diferencia en porosidad de las condritas y de sus objetos parentales. Se ha podido predecir la distribución de porosidad y la etapa de shock de los asteroides actuales que puedan ser la fuente de condritas ordinarias debido al bombardeo estadístico con los objetos en el cinturón de asteroides y se ha calculado el grado de compactación y por lo tanto la porosidad de los meteoritos ([Beitz et al., 2014, 2016](#)).

En lo que respecta a la formación de sistemas planetarios, los planetas están inmersos en un disco protoplanetario, el cual evoluciona en el tiempo y afecta la formación de los mismos. Dada la complejidad del problema, esto hace que la mayoría de los grupos que trabajan en este tópico tengan que tomar serias simplificaciones, principalmente en la evolución de la población de planetesimales, que es la que básicamente regula el crecimiento del protoplaneta. Es usual que los modelos de formación de planetas gigantes tengan en cuenta una población homogénea de planetesimales de igual tamaño (e.g. [Pollack et al., 1996](#); [Fortier et al., 2009](#)). Sin embargo, los estudios realizados por [Guilera et al. \(2010, 2011\)](#), en donde se introduce una distribución de tamaño de planetesimales (que no cambia en el tiempo), muestran que dicha

---

distribución juega un rol importante en la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar.

Asimismo, la evolución de la población de planetesimales se encuentra determinada, entre otros fenómenos, por sus colisiones mutuas. En los trabajos que incorporan la fragmentación de planetesimales en la formación planetaria (e.g. [Guilera et al., 2014](#); [Chambers, 2014](#)), se encuentra que este proceso cambia drásticamente la evolución planetaria.

Los estudios de formación planetaria en las primeras etapas de este proceso se realizan mediante métodos estadísticos debido a la gran cantidad de cuerpos presentes en el disco protoplanetario, en particular se utiliza un modelo de partícula en una caja ([Safronov, 1972](#)), en el que se presentan aproximaciones analíticas para describir, por ejemplo, la evolución de las velocidades de la población de planetesimales. Estas aproximaciones analíticas son a su vez utilizadas tanto en las tasas de acreción de planetesimales por embriones planetarios, como en las probabilidades de colisión de dichos objetos dentro de los modelos colisionales.

El objetivo de esta Tesis doctoral es el estudio de la evolución colisional de los planetesimales desde las perspectivas teórica y experimental. En una primera instancia realizamos una revisión de la velocidad de dispersión utilizada en los modelos de partícula en una caja haciendo un desarrollo a mayores órdenes en la excentricidad e inclinación de los planetesimales. A continuación, llevamos a cabo experimentos de laboratorio para estudiar la relación entre el resultado de una colisión con el grado de compactación de los objetos colisionantes, con la finalidad de encontrar prescripciones que puedan ser adoptadas en los modelos de colisión. Por último, estudiamos el impacto de incluir un modelo más realista de la fragmentación de planetesimales en la formación de un planeta gigante analizando el crecimiento de este último.

La Tesis se encuentra organizada de la siguiente forma:

**Capítulo 1:** En la primer sección describimos la formación de un sistema planetario, desde la formación del disco protoplanetario hasta la formación de planetas gigantes y terrestres. En la segunda sección realizamos un resumen de los diferentes estudios sobre colisiones de objetos desde tamaños de partículas de polvo hasta protoplanetas. Presentamos diferentes perspectivas con las que se estudian estos fenómenos y de qué manera se incorporan estos estudios en algunas de las etapas de formación planetaria.

**Capítulo 2:** Exponemos una revisión de la velocidad de dispersión de planetesimales, presentamos nuestros desarrollos de dicha velocidad a mayores órdenes comparándolos con los desarrollos de la literatura, tanto para el caso plano como para el caso espacial, y sus aplicaciones en el modelo de partícula en una caja. A su vez, calculamos una expresión analítica para la velocidad relativa estocástica aleatoria, cuando las órbitas del protoplaneta y el planetesimal son independientes y se encuentran de manera aleatoria, para el caso plano y espacial.

**Capítulo 3:** Presentamos las motivaciones, objetivos, técnicas y resultados de los experimentos de laboratorio realizados para estudiar la fragmentación de muestras de polvo compactas. El trabajo se enfoca en estudiar la fragmentación de planetesimales desde una perspectiva experimental, el objetivo principal es el cálculo de la energía de disrupción catastrófica para diferentes valores de la porosidad que se puedan aplicar en modelos numéricos y analíticos.

**Capítulo 4:** Exponemos un estudio sobre el rol de la fragmentación de planetesimales en la formación de un planeta gigante. Describimos nuestro código de formación de planetas gigantes y las mejoras incorporadas tanto al modelo global como al modelo de fragmentación de planetesimales del mismo. Presentamos los resultados de incorporar dichas mejoras en la formación de un planeta gigante.

**Capítulo 5:** Finalmente, presentamos las conclusiones generales de esta Tesis Doctoral y exponemos la perspectiva de trabajo a futuro.

# Capítulo 1

## Marco teórico



*“No queremos ser más esta humanidad”*

Susy Shock

Esta Tesis articula dos marcos teóricos principales, uno referente al proceso de formación planetaria, y otro referido al estudio desde diferentes perspectivas sobre la evolución colisional de los cuerpos del disco protoplanetario y, en particular, sobre la fragmentación de planetesimales. A continuación se presentan las características y aportes de cada uno para el presente objeto de estudio.

### 1.1. Formación planetaria

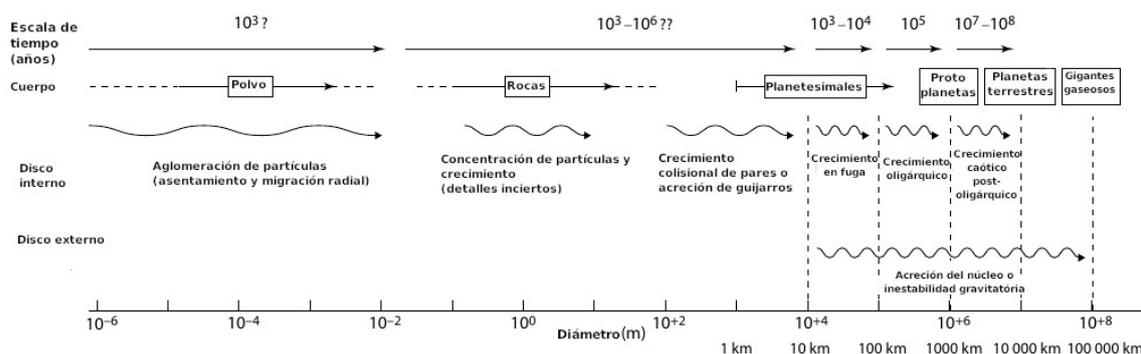
La formación de planetas terrestres o núcleos de planetas gigantes se describe generalmente, a grandes rasgos, en un proceso compuesto por tres etapas distintas. En la primera etapa, los granos de polvo producto de la condensación del gas frío dentro de los discos protoplanetarios, se adhieren mediante colisiones debido a la atracción de corto alcance de van der Waals. Lo que resulta en partículas del tamaño del centímetro o más grandes.

En la segunda etapa de crecimiento, en el que se progresa de cuerpos del tamaño del centímetro a tamaño del kilómetro, por algún mecanismo se forman los planetesimales. Sin embargo, el crecimiento por acreción binaria se vuelve problemático, por lo que se proponen diferentes escenarios de crecimiento. Este sigue siendo un tópico en debate, en tanto los problemas que se plantean son, por ejemplo, dónde y cómo los cuerpos pequeños crecen; cómo interactúan y migran en el disco de gas turbulento y en una variedad de condiciones como la masa del disco, fotoevaporación, ionización, entre otros.

Durante la tercera etapa, dominada por la gravedad, los planetesimales crecen debido a colisiones mutuas. Continúan acretándose hasta llegar a los embriones (protoplanetas o núcleos de protoplanetas) que continúan colisionando, uniéndose y acretando cuerpos más pequeños para formar ya los planetas.

Teniendo en cuenta dicha perspectiva de etapas en el proceso de formación planetaria, en esta sección haremos una breve descripción de la formación de sistemas planetarios. Empezaremos por un disco protoplanetario de gas y polvo para luego introducir la formación de guijarros

## 1. Marco teórico



**Figura 1.1.** Esquema del crecimiento de planetas comenzando con polvo (sub-micrón) hasta planetas terrestres en el disco interno y planetas gigantes en el disco externo. Se indican escalas, sin embargo algunos intervalos alrededor por ejemplo de la *barrera de rebote*, son inciertas. Figura extraída de Perryman (2018) y traducida al castellano.

(en inglés conocidos como *pebbles*), planetesimales y embriones, finalizando con la formación de planetas terrestres y planetas gigantes (ver figura 1.1).

### 1.1.1. Discos protoplanetarios

Los discos protoplanetarios son discos circumestelares que se forman en estrellas jóvenes. Se generan a partir del colapso gravitatorio de una región densa dentro de una nube molecular por conservación del momento angular durante el proceso de formación de una estrella (Shu et al., 1987).

#### **Discos protoestelares y protoplanetarios:**

Durante las primeras etapas de formación estelar, se los llama usualmente como protoestelar a la nube de formación estelar, al disco de acreción, y al embrión estelar.

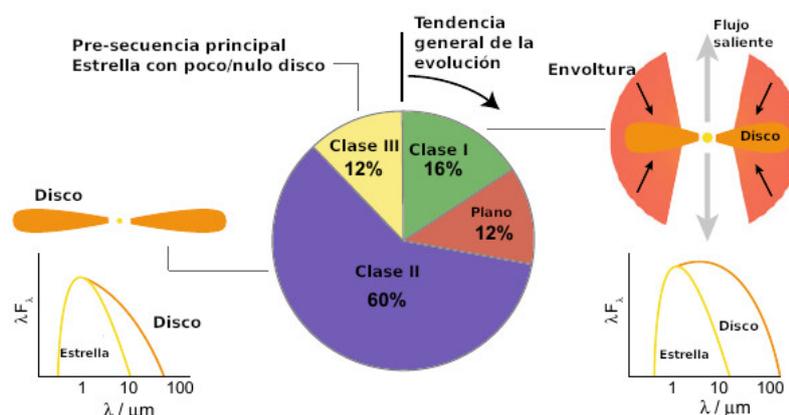
En las etapas posteriores de evolución de la protoestrella, el disco es referido como protoplanetario, debido a que el interés científico se enfoca, en esta fase, en la formación planetaria. La distinción entre el disco protoestelar y protoplanetario es de alguna manera arbitraria ya que no hay un punto específico en el que el disco sea, de manera indudable, protoplanetario.

La detección de estos discos se infiere debido al exceso de emisión infrarroja en la distribución espectral de energía de estos objetos estelares jóvenes. De acuerdo a la pendiente de su distribución espectral, los objetos estelares jóvenes se clasifican de la siguiente manera (Andre et al., 2000):

**Clase 0:** fuentes con una estrella muy débil en el óptico e infrarrojo cercano, y con una distribución espectral de energía con un pico en el infrarrojo lejano o en la región sub-mm. En estas fuentes la nube molecular está empezando a colapsar, y la protoestrella y su disco asociado están comenzando a establecerse.

**Clase I:** fuentes con una distribución espectral de energía plana o aumentando hacia el infrarrojo medio. Son protoestrellas con envolturas y discos circumestelares. Durante esta fase, las estrellas acretan la mayor parte de su masa final del disco y el gas circundante.

**Clase II:** fuentes con una distribución de energía espectral que decae en el infrarrojo me-



**Figura 1.2.** La física subyacente de la clasificación de objetos estelares jóvenes, en conjunto con las estadísticas con respecto a la fracción de fuentes de cada clase. La clasificación se basa en la pendiente de la distribución espectral de energía en el infrarrojo medio y cercano. Figura extraída de [Armitage & Kley \(2019\)](#) y traducida al castellano.

diano. Son las estrellas de pre-secuencia principal con discos de acreción observables (clásicas estrellas T Tauri).

**Clase III:** fuentes con poco o nulo exceso infrarrojo. Son estrellas de pre-secuencia principal sin discos de acreción detectables (estrellas T Tauri con líneas débiles).

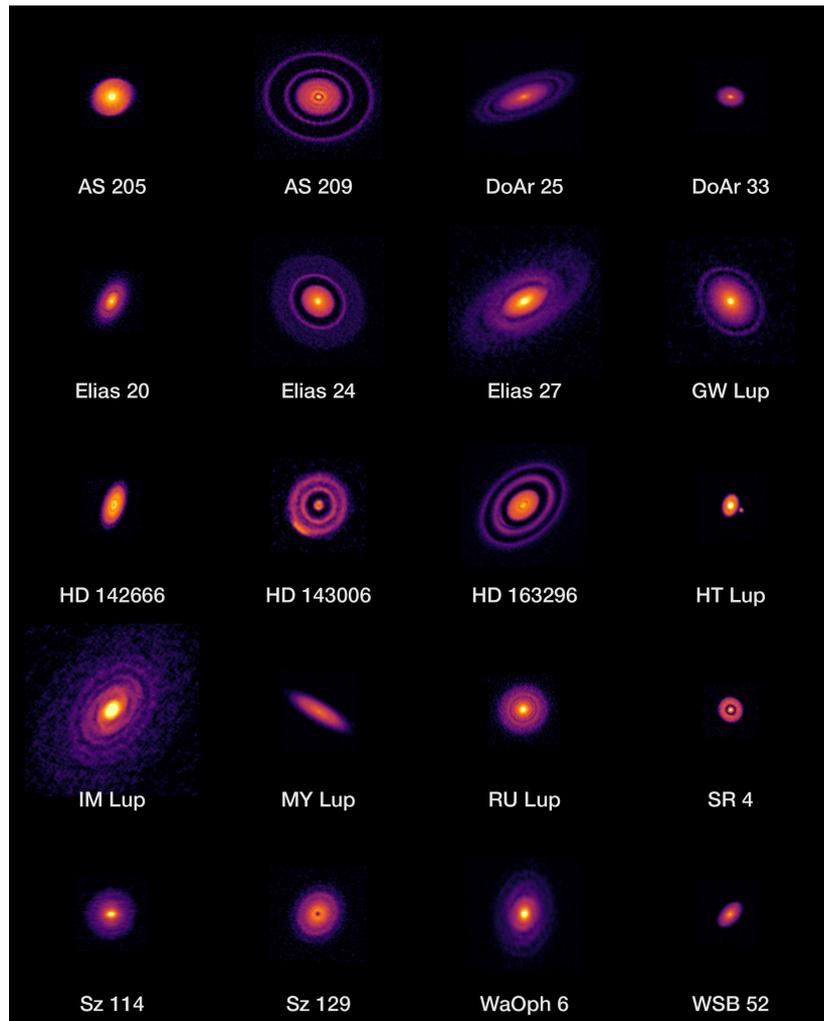
En la figura 1.2 se muestran esquemáticamente los porcentajes de cada clase de disco protoplanetario y la forma de su distribución espectral ([Armitage & Kley, 2019](#)).

Estas clasificaciones también dan cuenta de las etapas evolutivas de los objetos estelares jóvenes (e.g. [Adams et al., 1987](#); [Gail & Hoppe, 2010](#); [Wolff et al., 2011](#)).

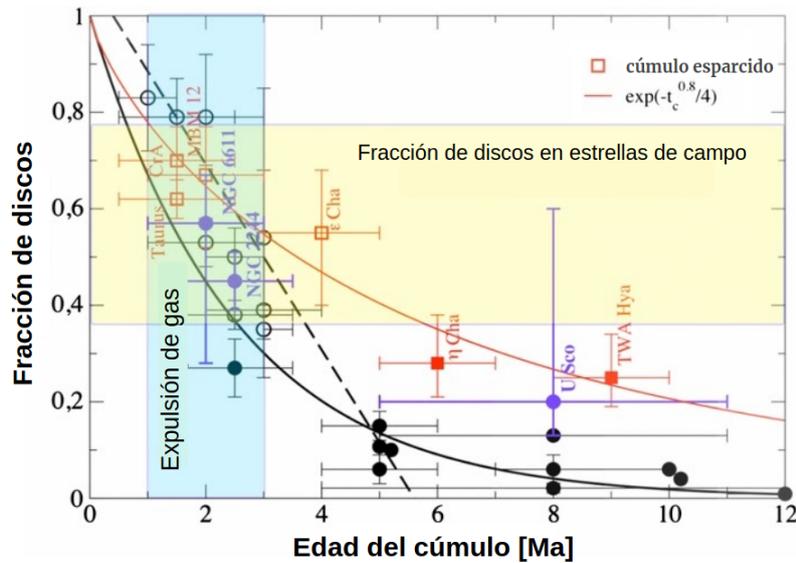
Los discos protoplanetarios se componen típicamente de una mezcla de aproximadamente 99% de gas y una pequeña cantidad ( $\sim 1\%$ ) de sólidos, particularmente partículas de polvo ([Williams & Cieza, 2011](#)). Las masas estimadas con las observaciones se encuentran generalmente entre un 0.2% hasta un 20% de la masa de su estrella central.

Aún no existe un consenso, físico u observacional, para la definición del tamaño de un disco. Una definición empírica de un tamaño efectivo se puede determinar como el radio que engloba una cantidad fija de luminosidad en un determinado trazador. Los tamaños inferidos de estos discos, mediante medidas en longitudes de onda milimétricas, son de hasta aproximadamente 500 UA ([Andrews, 2020](#)). Las observaciones de alta resolución angular permiten estimar la distribución de material en el disco. Siendo  $R$  la distancia a la estrella central, la densidad superficial de sólidos de un disco protoplanetario decae en general con  $R^{-1}$  hasta un radio característico. La evolución de la densidad superficial de sólidos es necesaria para entender los procesos que llevan al crecimiento de los granos de polvo a planetesimales ([Johansen et al., 2009](#); [Birnstiel et al., 2012](#)).

En los últimos años, las observaciones de discos protoplanetarios realizadas con ALMA (por sus siglas en inglés *Atacama Large Millimeter/submillimeter Array*) han sido claves para el estudio y entendimiento de estos objetos. ALMA observa el polvo en el plano medio de los discos, donde su estructura se encuentra posiblemente moldeada por planetas en formación ([Pérez et al., 2019](#)). En la figura 1.3 se muestran diferentes discos observados con ALMA. Se pueden advertir brechas en algunas imágenes, las cuales se pueden atribuir a distintos



**Figura 1.3.** Imagen de discos protoplanetarios de estrellas cercanas observados con ALMA. Crédito: ALMA (ESO/NAOJ/NRAO), S. Andrews et al.; N. Lira.



**Figura 1.4.** Figura extraída de Pfalzner et al. (2014) y traducida al castellano. Fracción de estrellas jóvenes que se encuentran que poseen discos en función de la edad del cúmulo. Línea a trazos negra: aproximación realizada por Haisch et al. (2001). Línea sólida negra: aproximación realizada por Mamajek (2009). Línea sólida rosa: aproximación realizada por Pfalzner et al. (2014).

fenómenos: a saber, la presencia de embriones planetarios o planetas en formación, la fotoevaporación u otros procesos que modifican la estructura del disco. Los discos que muestran evidencia espectroscópica y morfológica de estos huecos internos o brechas se los llama discos de transición. Estos discos ocupan una fase observacional importante en la evolución de los discos protoplanetarios.

**Discos de transición:** Como un subconjunto dentro de los discos protoplanetarios, en su evolución posterior, pero mientras aún contienen gas, se encuentran los discos de transición que muestran evidencia espectroscópica o morfológica de huecos o agujeros internos que pueden indicar una posible interacción planeta-disco, e incluso protoplanetas en etapas tempranas de formación. Los discos de transición también pueden estar truncados por planetas súper gigantes que detienen el flujo de gas de las regiones externas a las internas (por ejemplo el sistema PDS 70) o por la fotoevaporación de la estrella central (en estrellas Herbig Haro).

El tiempo de vida de los discos protoplanetarios se estima a partir de la fracción de estrellas jóvenes en regiones de formación estelar que muestran exceso de emisión infrarroja en su distribución espectral en función de la edad de esa región de formación (Haisch et al., 2001; Mamajek, 2009). La fracción de estrellas jóvenes con discos gruesos observables y/o aquellas que muestran evidencia de acreción parecieran seguir aproximadamente un decaimiento exponencial con un tiempo característico de 3 Ma. Es preciso tener en cuenta que estos valores pueden estar afectados por diversos factores como por ejemplo las incertezas en la determinación de la edad de estrellas jóvenes (Bell et al., 2013) y ciertos efectos de selección en las observaciones (Pfalzner et al., 2014). Los trabajos de Haisch et al. (2001) y Mamajek (2009) sólo consideraron estrellas en cúmulos muy densamente poblados, por lo que dichos discos son propensos a interacciones dentro del cúmulo generando que se erosionen más rápidamente.

Pfalzner et al. (2014) agregó más observaciones y encontró un rango mayor que el encontrado por Haisch et al. (2001) y Mamajek (2009) como se ve en la figura 1.4. La muestra de objetos estelares jóvenes que poseen discos protoplanetarios alcanzan edades de hasta los  $\sim 12$  Ma.

**Discos de escombros:** Cuando la componente gaseosa del disco protoplanetario ya se disipó, los planetesimales y protoplanetas se formaron y empieza una nueva etapa colisional, los discos circumestelares resultantes se conocen como discos de escombros. Esta fase puede extenderse desde los 10 Ma hasta varios Ga.

Los llamados ‘escombros’ son el producto de las colisiones continuas entre planetesimales, asteroides y cometas, posterior a la disipación del gas del disco. Esto se deduce en base a la combinación de dos efectos: el corto tiempo de disipación del gas protoplanetario y la distribución espectral de energía en el infrarrojo, con la cual se pueden inferir los tamaños de los granos, sus localizaciones y sus composiciones. A su vez, las simulaciones numéricas de formación planetaria y procesos de colisión confirman esta suposición. La existencia de estos discos nos proveen evidencia y restricciones para la formación y evolución de los sistemas planetarios (e.g. Kenyon & Bromley, 2002; Wyatt, 2008; Raymond et al., 2011, 2012).

### 1.1.2. Guijarros, planetesimales y embriones planetarios

Las partículas de hielo y polvo del tamaño del micrón se asientan en el plano medio del disco protoplanetario en una capa densa donde empiezan a adherirse entre ellas mediante una combinación de fuerzas electrostáticas e impactos, creciendo a medida que colisionan formando agregados cada vez más grandes (Kusaka et al., 1970; Dominik & Tielens, 1997).

Las partículas más pequeñas colisionan a bajas velocidades y se adhieren formando agregados con porosidades altas. A medida que crecen, las velocidades relativas aumentan y la energía de impacto en las colisiones entre agregados aumenta. Este fenómeno genera que los agregados cuando alcanzan tamaños del orden del milímetro se vayan compactando debido a las sucesivas colisiones (Zsom et al., 2010). Luego, si los agregados alcanzan porosidades muy bajas (compactación muy alta), las colisiones no resultan en adhesión sino que rebotarán al colisionar y se detiene el crecimiento (Güttler et al., 2010). Este problema es conocido como la *barrera de rebote*.

Como veremos en la próxima sección, por sobre la barrera de rebote, se ha encontrado que el crecimiento continúa mediante transferencia de masa en colisiones a altas velocidades (e.g. Wurm et al., 2005; Güttler et al., 2010; Johansen et al., 2014). Igualmente, la transferencia de masa pareciera ser efectiva en la parte más interna del disco protoplanetario (donde las escalas dinámicas son cortas), y no podría explicar de manera generalizada el crecimiento en el disco protoplanetario hacia cuerpos más grandes. Por otra parte, los agregados de hielo con porosidades altas y con bajas velocidades podrían crecer más allá de la barrera de rebote debido a la eficiencia en la adhesión y el aumento de su sección eficaz producto de la baja densidad interna (e.g. Wada et al., 2009; Seizinger & Kley, 2013).

**Guijarros:** Se llama guijarros (en inglés llamadas “pebbles”) a las partículas sólidas que se encuentran fuertemente acopladas al gas del disco protoplanetario, que tienen un número de Stokes menor a la unidad. Son partículas del orden del centímetro en discos protoplanetarios estándares.

En la etapa de crecimiento que avanza desde los guijarros a los planetesimales existe un

problema conocido como “la barrera del metro”, que tiene que ver con la rápida migración radial de partículas del tamaño del metro hacia la estrella central. Este efecto puede generar la pérdida de masa de partículas que migran a la estrella central y, a su vez, las colisiones entre las partículas se vuelven destructivas. Este problema es actualmente un tópico que sigue en debate y se han investigado posibles soluciones al mismo. Una manera de sobrepasar la barrera del metro es mediante colisiones entre agregados de polvo o guijarros de diferentes tamaños, del orden del milímetro y centímetro, a velocidades de colisión de 25 m/s (Wurm et al., 2005). En las regiones externas del disco protoplanetario, el crecimiento de las partículas se facilita, por un lado, debido a que el agua se condensa en hielo detrás de la llamada línea de hielo, y la densidad de sólidos superficial aumenta hasta un factor 4 (Hayashi, 1981). Por otro lado, las partículas de hielo se adhieren a velocidades relativas mucho más altas de 50 m/s (Wada et al., 2011). Estos efectos combinados aumentan el crecimiento de cuerpos pequeños.

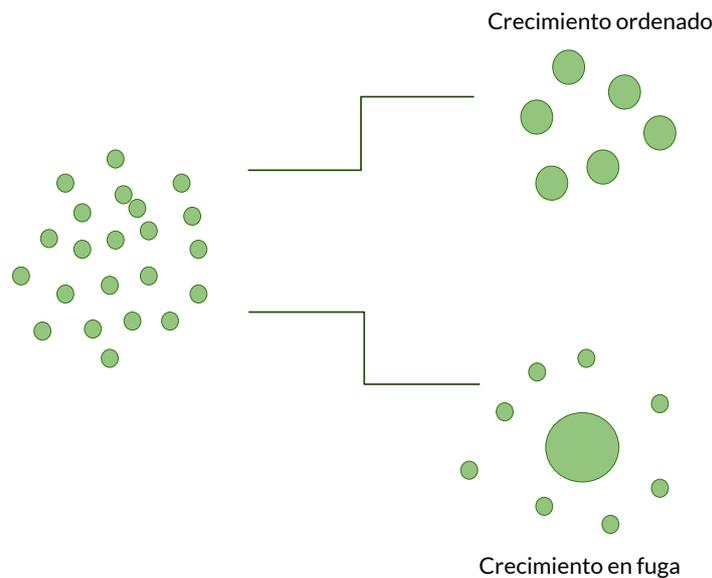
Asimismo, el cambio repentino en la opacidad del disco en la línea de hielo puede conducir a una reducción de la actividad turbulenta en el disco y, posteriormente, a una presión máxima del gas, que a su vez aumentará aún más la densidad superficial local de partículas sólidas porque se desplazan hacia la presión local máxima (Weidenschilling, 1977). Por lo tanto, se evita la deriva hacia la región interna de las partículas en la línea de hielo y el crecimiento de planetesimales aumenta (Kretke & Lin, 2007). Finalmente, estudios recientes han indicado que la inclusión de porosidades en las simulaciones permiten que colisiones a más altas velocidades no conduzcan a la fragmentación (Geretshauser et al., 2011). Los mecanismos propuestos anteriormente se basan en mejoras en los modelos de colisiones y el tratamiento estadístico del conjunto entero de objetos en crecimiento.

Otro mecanismo es el de concentración de partículas debido a las inhomogeneidades del disco producto de la turbulencia (en inglés conocido como “streaming instability”). Cuando la concentración de partículas alcanza un valor crítico es que se da el colapso gravitatorio llevando al crecimiento rápido de objetos más grandes, del orden de 100 km a 1000 km (Johansen et al., 2007, 2011, 2012; Kato et al., 2012).

A su vez, se ha discutido, si la formación de planetesimales de diferentes tamaños, puede darse mediante todos los mecanismos anteriores actuando al mismo tiempo o en diferentes etapas (Blum, 2018).

**Planetesimales:** Un planetesimal se define como un cuerpo sólido que surge durante la formación planetaria gobernado por su gravedad propia y no por la resistencia del material que lo compone. A su vez, su dinámica se encuentra desacoplada del gas nebular y sus tamaños son, aproximadamente, entre 100 m y 1000 km.

Una vez que los planetesimales ya están formados (mediante algún mecanismo aún en discusión), la dinámica de los mismos se encuentra gobernada por las interacciones gravitatorias entre ellos, el amortiguamiento y la migración lenta hacia la estrella debido al gas presente en el disco (Weidenschilling, 1977). Las colisiones entre planetesimales en esta etapa resultan en acreción debido a las bajas velocidades relativas entre ellos. Los cuerpos que logran crecer más que el resto de la población de planetesimales comienzan a crecer más rápidamente, debido al aumento de su sección eficaz de colisión. Este efecto genera que los planetesimales más grandes se hagan cada vez más masivos y se separen del resto de la población de planetesimales a medida que pasa el tiempo. Este fenómeno se conoce como “crecimiento en fuga” (Greenberg et al., 1978; Wetherill & Stewart, 1989) y durante esta etapa se forman algunos objetos de tamaños mayores a los 100 km en una escala de tiempo muy corta (Wetherill & Stewart,



**Figura 1.5.** Esquema del crecimiento ordenado y el crecimiento en fuga. Crecimiento ordenado: las partículas crecen a partículas de tamaños similares. Crecimiento en fuga: una partícula crece rápidamente y se aparta en masa del enjambre de partículas más pequeñas.

1993). Mientras tanto, las velocidades relativas de los planetesimales más pequeños, que están siendo acretados, se mantienen bajas hasta que los cuerpos más masivos crecen tanto que las perturbaciones gravitatorias sobre la población de planetesimales se hace más intensa. En este momento, las velocidades relativas entre los planetesimales aumentan, lo que produce una transición a un régimen más lento, llamado “crecimiento oligárquico” (Ida & Makino, 1993; Kokubo & Ida, 1998; Thommes et al., 2003). A partir de este momento, los cuerpos más masivos, comienzan a dominar gravitatoriamente a los planetesimales circundantes más pequeños, y se los llama embriones planetarios.

**Embriones:** El término embrión es aplicado a objetos que crecen en tamaño a expensas de otros, y que eventualmente crecerán para formar planetas, y su dinámica se encuentra totalmente desacoplada del gas, gobernada por la gravedad. En los primeros estudios se los llamó oligarcas (Kokubo & Ida, 1998). Son cuerpos más masivos que los planetesimales y que dominan gravitatoriamente a los planetesimales circundantes.

La transición entre el crecimiento en fuga y crecimiento oligárquico está caracterizada por la presencia de embriones planetarios de masas del orden de la masa de la Luna con una separación de 10 radios de Hill mutuos entre sí, y una población de planetesimales con una distribución de tamaño donde la mayor parte de la masa está distribuida en los planetesimales más pequeños (Ida & Makino, 1993; Kokubo & Ida, 1998; Ormel & Klahr, 2010).

**Planetas:** La definición de planeta generada por la Asamblea General de la Unión Internacional Astronómica (*IAU* por sus siglas en inglés *International Astronomical Union*) en el año 2006 concluyó que un planeta es todo cuerpo del sistema solar que no es un satélite, tiene suficiente masa para que su gravedad supere las fuerzas de cuerpo rígido, está en órbita alrededor del Sol, y ha limpiado la vecindad de su órbita. Hasta ese momento el Sistema Solar estaba compuesto por 9 planetas: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno y Plutón. A partir de ese momento, Plutón dejó de llamarse planeta, para entrar a una nueva clasificación, al igual que otros cuerpos similares a él que se encuentran en el Sistema Solar, llamada *planeta enano*. Con este término se define a aquel cuerpo que cumple con los dos primeros requisitos de la definición de planeta pero que no ha barrido la vecindad de su órbita.

### 1.1.3. Planetas terrestres

Durante la etapa de crecimiento oligárquico, los embriones planetarios crecen acretando planetesimales dentro de un anillo, llamado zona de alimentación. La separación entre los embriones planetarios dentro del disco protoplanetario permite que los mismos crezcan de manera independiente. Las excentricidades e inclinaciones de estos objetos se ven amortiguadas debido al gas en el disco y a la fricción dinámica generada por los planetesimales, lo que mantiene a los embriones en órbitas cuasi circulares y coplanares (Ida & Makino, 1993).

Sin embargo, a medida que los embriones crecen y la distancia entre embriones se hace cada vez más corta, las interacciones gravitatorias entre ellos se vuelven cada vez más fuertes. En este momento, sus órbitas pueden cruzarse, pudiendo generar fusiones entre embriones. Los embriones resultantes de esta fusión entre ellos seguirán en órbitas cuasi circulares y coplanares hasta que la componente gaseosa del disco protoplanetario se disipe por completo. Cuando el embrión acreta todo el material sólido dentro de la zona de alimentación, alcanza lo que se conoce como la masa de aislamiento (Pollack et al., 1996).

Al final de la etapa de crecimiento oligárquico, cuando la masa de los protoplanetas aislados, es comparable aproximadamente a la masa contenida en la población de planetesimales, las interacciones dinámicas llevan a una fase de colisiones más caótica. Las órbitas de los embriones comienzan a cruzarse y sus excentricidades e inclinaciones crecen rápidamente. El enfocamiento gravitatorio se debilita, y la tasa de crecimiento decrece significativamente. Esta etapa pos-oligárquica o de crecimiento caótico se caracteriza por una escala grande, mezcla estocástica de los embriones planetarios y colisiones catastróficas, llegando a la formación de varios planetas terrestres, y finalmente definiendo la arquitectura final del sistema planetario.

En general, esta última etapa de crecimiento, se estudia mediante simulaciones de N-cuerpos ya que la población de planetesimales fue agotada en su mayoría y queda un número de cuerpos que es manejable mediante este tipo de simulaciones.

Esta etapa pos-oligárquica también está acompañada por la etapa de grandes impactos, con colisiones análogas al impacto que dio lugar a la formación de la Luna. A su vez, la entrega de agua hacia los planetas en la zona habitable también está determinada durante esta etapa (e.g. Ronco et al., 2015).

El tamaño final y la ubicación de los planetas terrestres depende de varios factores, como los parámetros iniciales, la viscosidad del disco protoplanetario, la densidad superficial de planetesimales y la existencia y migración de los planetas gigantes (e.g. Chambers, 2001; Kenyon & Bromley, 2006). Las simulaciones muestran que la arquitectura final del sistema solar, en

particular de los planetas terrestres en el mismo, se encuentra fuertemente influenciada por la presencia de Júpiter y Saturno, tanto durante la etapa oligárquica como la pos-oligárquica.

### 1.1.4. Planetas gigantes

Los planetas gigantes tienen un rol fundamental en la configuración de las arquitecturas finales de los sistemas planetarios que los contienen y deben formarse antes que se disipe la componente gaseosa del disco protoplanetario.

Existen dos modelos de formación para planetas gigantes que siguen siendo explorados: el modelo de acreción del núcleo, y el modelo de inestabilidad del disco. A su vez, se han desarrollado modelos híbridos que mezclan distintos aspectos de ambos modelos. A continuación se presentan las principales características de cada uno.

#### 1.1.4.1. Modelo de acreción del núcleo

El modelo de acreción del núcleo para la formación de un planeta gigante comienza con la formación de un núcleo masivo, seguida por la rápida acreción de gas en su envoltura generando una envoltura masiva, previo a la disipación de la componente gaseosa del disco protoplanetario (Helled et al., 2014).

En el proceso clásico de acreción del núcleo se considera que la formación de un planeta gigante sucede en cuatro etapas principales:

##### *Primera etapa: Formación del núcleo*

Esta primera etapa se asemeja a la de los planetas terrestres. Más allá de la línea de hielo, donde la cantidad de material de sólidos es mayor que en las regiones más internas del disco debido a la condensación de los elementos volátiles, un embrión sólido, o núcleo como lo llamaremos de ahora en más, crece por la acreción de planetesimales. El núcleo acreta planetesimales hasta que obtiene la mayor parte de la masa sólida dentro de su alcance gravitatorio, y su masa alcanza lo que ya mencionamos como masa aislada. Cuando la masa del núcleo alcanza una masa de aproximadamente  $0.1M_{\oplus}$  es capaz de ligar gravitatoriamente una envoltura gaseosa. La masa de la envoltura, también crece, pero es una fracción pequeña de la masa del núcleo. La sección eficaz del planeta aumenta debido a su envoltura, y el planeta acreta planetesimales a una tasa más alta.

##### *Segunda etapa: Acreción lenta de la envoltura*

La segunda etapa está caracterizada por un crecimiento lento de la envoltura del núcleo, mientras que el núcleo sigue acretando los planetesimales residuales. La envoltura se encuentra en equilibrio hidrostático, mantenida por la energía liberada por los planetesimales que están siendo acretados. Al cabo de unos pocos millones de años, el núcleo alcanza una masa crítica (Bodenheimer & Pollack, 1986), que llamaremos masa de cruce (Pollack et al., 1996). Más allá de esta masa, la acreción del gas excede la de los planetesimales por una cantidad que crece exponencialmente en el tiempo.

##### *Tercera etapa: Crecimiento en fuga de la envoltura*

La tercera etapa se desencadena cuando la envoltura alcanza una masa comparable a la del núcleo. Las capas de la envoltura se comprimen rápidamente y se da una rápida acreción del

gas, de manera casi exponencial en el tiempo. Está caracterizada por el crecimiento en fuga del gas circundante, con una tasa relativamente pequeña de acreción de sólidos.

### *Cuarta etapa: Contracción y enfriamiento*

La cuarta etapa se encuentra caracterizada por la finalización de la acreción del gas, ya sea por la apertura de una brecha en el disco protoplanetario o por la disipación del gas (e.g. [Tanigawa & Ikoma, 2007](#)). El planeta evoluciona de forma aislada en su etapa indefinida de contracción y enfriamiento a una masa constante. Cabe mencionar, que los procesos por los cuales el planeta deja de acretar gas y alcanza su estado final, son un tema en debate en la actualidad.

Finalmente, es preciso destacar que, estas etapas se pueden ver modificadas por los efectos de la migración.

#### 1.1.4.2. Modelo de inestabilidad del disco

De forma análoga a la formación de estrellas dentro de las nubes moleculares, el modelo de inestabilidad del disco propone que los planetas gigantes se forman como consecuencia del colapso de condensaciones gaseosas en un disco masivo autogravitante ([Boss, 1997](#)). Dichas condensaciones o grumos son producto de la fragmentación del disco debido a inestabilidades gravitatorias.

A diferencia de la formación estelar, la formación de planetas gigantes por colapso gravitatorio está fuertemente influenciada por la rotación del disco. Los modelos del disco están caracterizados por su parámetro de Toomre ([Toomre, 1964](#))

$$Q_T = \frac{c_s \Omega}{\pi G \Sigma} \quad (1.1)$$

donde  $c_s$  es la velocidad del sonido,  $\Omega$  la frecuencia angular kepleriana a un radio  $R$ ,  $G$  es la constante gravitatoria universal y  $\Sigma$  la densidad superficial del gas. Por lo tanto, si  $Q_T > 1$  el disco es localmente estable y si  $Q_T < 1$  el disco es localmente inestable. Así, el disco se vuelve inestable tanto si es lo suficientemente frío (bajos valores de la velocidad del sonido) o si es lo suficientemente masivo (altos valores de la densidad superficial de gas). Simulaciones hidrodinámicas han mostrado que en regiones externas más frías de discos masivos que se pueden formar grumos densos de material rápidamente de masas del orden de Júpiter ([Boss, 2000](#)). Estas condiciones, alta masa de disco y cortos tiempos de enfriamiento solo se cumple en las partes más externas de un disco protoplanetario, probablemente solo más allá de una distancia de aproximadamente 50 UA. Por lo tanto, representa una posible escenario de formación para los planetas gigantes distantes que han sido detectados por el método de imagen directa.

Si bien puede considerarse que el hecho de que los planetas gigantes del sistema solar posean núcleos sólidos masivos ([Stevenson, 1982](#); [Pollack, 1984](#); [Fortney & Nettelmann, 2010](#)) es una evidencia que apoya al modelo de acreción del núcleo por sobre el de la inestabilidad del núcleo, [Boss \(1998\)](#) argumenta que los mismos núcleos podrían formarse de la sedimentación del polvo dentro en los protoplanetas gaseosos.

Una ventaja de este modelo es la rápida formación de planetas gigantes, la corta escala de tiempo, del orden de la decena de períodos orbitales.

### 1.1.4.3. Modelos híbridos

También se han sugerido modelos híbridos, en el marco de los cuales, por ejemplo, [Matsuo et al. \(2007\)](#) argumentó, que 90 % de los planetas conocidos hasta ese momento eran consistentes con el modelo de acreción del núcleo, mientras que la formación restante 10 % requiere el modelo de inestabilidad del disco. Por otra parte, se han descrito escenarios híbridos donde la inestabilidad gravitatoria facilitaría el crecimiento por acreción del núcleo ([Durisen et al., 2007](#); [Inutsuka et al., 2010](#)) o que los planetas gigantes más alejados sean formados mediante el proceso de inestabilidad gravitatoria, mientras que los más internos por acreción del núcleo ([Boley, 2009](#)).

### 1.1.5. Migración planetaria

La presencia de un planeta dentro de un disco protoplanetario genera perturbaciones características en la densidad del disco, modifica la distribución del gas circundante. La interacción disco-planeta altera la órbita del planeta provocando su migración hacia o en dirección contraria a la estrella central, además de la amortiguación o excitación de su excentricidad e inclinación. Dependiendo de la masa del planeta y las propiedades locales de la componente gaseosa del disco es el tipo de migración que se dará. Los dos casos límites los constituyen: la migración tipo I que afecta a los planetas de baja masa y la tipo II que afecta a planetas que abren una brecha en el disco de gas, generalmente más masivos que Saturno.

#### *Migración tipo I*

Este régimen de migración se aplica para planetas de baja masa, que no abren una brecha en el disco, y sólo afecta débilmente al disco. Estos planetas no abren brechas en el disco de gas. En este caso, los torques generados por las interacciones gravitatorias entre el planeta y el gas, se pueden analizar mediante aproximaciones lineales como también no lineales. La interacción puede ser significativa en la vecindad de las resonancias de Lindblad, donde estas resonancias pueden pensarse como equivalentes a resonancias de movimientos medios de primer orden entre el planeta y el gas. En las resonancias de Lindblad se generan brazos espirales que transportan momento angular de los planetas a otras regiones del disco. Mientras el disco detrás de la órbita del planeta ejerce un torque negativo sobre el mismo, el disco interno a la órbita ejerce un torque positivo, y en general, estos torques son distintos ([Papaloizou et al., 2007](#)). A su vez, las interacciones entre el planeta y la componente gaseosa del disco protoplanetario son importantes en la región de corrotación, donde el gas y el planeta orbitan a la misma velocidad. Para discos verticalmente isoterms la migración es rápida y en dirección a la estrella central. Este fenómeno presenta un problema para la formación planetaria.

Hay que tener en cuenta que el régimen de migración tipo I puede variar de manera drástica si se consideran discos más realistas. En estos casos es necesario incorporar el transporte de energía radiativo normal al plano del disco ([Paardekooper et al., 2010, 2011](#)) y las tasas de migración pueden variar significativamente. Dependiendo de la opacidad del disco, la migración puede cambiar su dirección, pudiendo favorecer el proceso de formación planetaria. Además, cuando la masa del planeta alcanza aproximadamente las  $10 M_{\oplus}$ , se vuelven importantes los torques de corrotación, la migración se vuelve más lenta y hasta puede revertirse, pero este fenómeno va a depender de la viscosidad y densidad superficial del gas en el disco protoplanetario ([Masset et al., 2006](#)).

#### *Migración tipo II*

Para planetas más masivos, la interacción se vuelve cada vez más no-lineal, y el perfil de densidad en el disco se va a ver modificado. Los torques que ejercen estos planetas masivos pueden ser tan intensos como para limpiar el gas alrededor de su órbita (Lin & Papaloizou, 1986a,b; Ward, 1997). La idea principal de la migración de tipo II es que luego que el planeta abre una brecha anular en el disco, el mismo va a mantenerse siempre en el medio de dicha brecha durante su migración, lo que quiere decir que, en el caso idealizado, el planeta se tiene que mover con la misma rapidez que la brecha.

El torque ejercido por el planeta sobre el disco debe superar la presión y fuerzas viscosas del disco, para mantener la brecha abierta. Crida et al. (2006) realizaron simulaciones hidrodinámicas que muestran que un planeta de masa  $M$  expulsa más del noventa por ciento del gas alrededor de su órbita cuando

$$\frac{3H}{4R_H} + \frac{50\nu}{Rv_k} \left( \frac{M_\star}{M} \right) \lesssim 1, \quad (1.2)$$

donde  $R$  es la coordenada radial,  $v_k$  la velocidad kepleriana,  $H$  es la escala de altura del disco de gas,  $R_H$  el radio de Hill del planeta,  $\nu$  representa la viscosidad y  $M_\star$  es la masa de la estrella central. Por lo tanto, una vez que el planeta abre la brecha, si se acerca a alguno de los bordes de la misma, el torque genera que el planeta se ubique nuevamente en el medio de la brecha.

En este régimen, la tasa de migración es independiente de la masa del planeta, y depende solamente del disco y parámetro estelar. Esto es válido solamente si la masa del disco es mayor que la masa del planeta. De lo contrario, la inercia planetaria requerirá un factor de reducción.

En esta tesis no incorporamos los efectos de la migración planetaria ya que nos enfocamos en estudiar las mejoras de un modelo colisional en la formación *in situ* de un planeta gigante. Sin embargo, a futuro planeamos incorporar este fenómeno, que como describimos antes modifica fuertemente la formación planetaria.

### 1.2. Colisiones y fragmentación de planetesimales

Como hemos visto en la sección anterior, las colisiones mutuas entre agregados de polvo, guijarros y planetesimales durante la formación y evolución planetaria tienen un rol fundamental dentro de este proceso. Dado que nuestro estudio está enfocado a estudiar el proceso de fragmentación de planetesimales desde distintas perspectivas, en esta sección presentamos los diferentes puntos de vista desde los cuales se estudian las colisiones y la fragmentación de planetesimales en diferentes etapas del proceso de formación planetaria.

#### 1.2.0.1. Estudios experimentales

Durante las últimas tres décadas, se han desarrollado diversas investigaciones experimentales con el objetivo de estudiar el resultado de las colisiones del polvo presente en el disco protoplanetario (Blum, 2018).

Blum & Münch (1993) mostraron que las colisiones entre agregados de polvo (de granos de sílice) del tamaño del milímetro no resulta en adhesión como se pensaba, sino más bien en rebote de los objetos que colisionan, para velocidades de impacto entre 0.15 y 1 m/s aproximadamente. Por otra parte, para velocidades mayores a aproximadamente 1 m/s la colisión resulta en fragmentación. A partir de este trabajo, se realizaron diversos estudios en busca de un modelo colisional mediante experimentos de laboratorio, expandiendo los parámetros de Blum & Münch (1993).

En base a los estudios experimentales realizados sobre colisiones, se han identificado los siguientes posibles resultados de las colisiones, que se pueden dividir, dependiendo de la relación de tamaños entre los objetos que colisionan, en dos grandes grupos (Blum, 2018):

- Los resultados para colisiones entre objetos de tamaño similar son:

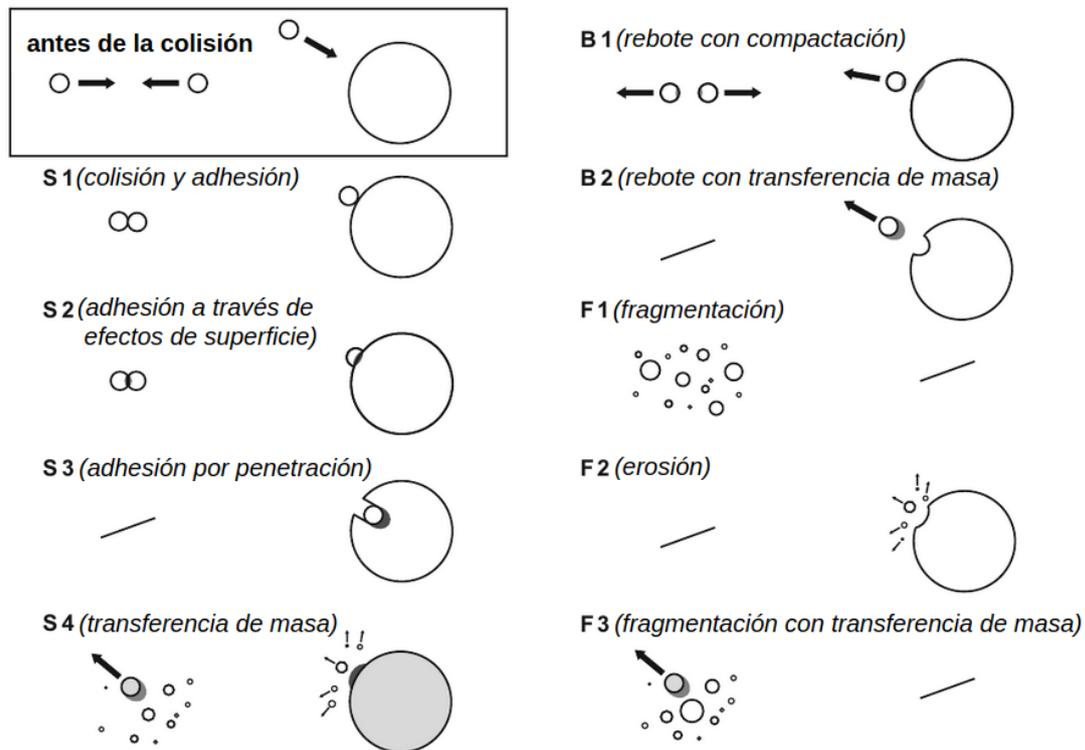
**Adhesión:** Cuando la energía de colisión es pequeña en comparación con la energía de ligadura de van-der-Waals, para velocidades de impacto más altas dependerá de cuán inelástica es la colisión. Güttler et al. (2010) identificaron tres procesos, para velocidades bajas el impacto y adhesión, adhesión con deformación y/o compactación, y la penetración del proyectil en el blanco (e.g. Blum et al., 1998; Weidling et al., 2012; Kothe et al., 2013; Brisset et al., 2016, 2017; Whizin et al., 2017).

**Rebote:** Cuando la energía de disipación durante la colisión no es suficiente para que se produzca la adhesión, pero no es tan grande como para generar la disrupción de los objetos que colisionan, el resultado es el rebote (e.g. Blum & Münch, 1993; Kothe et al., 2013; Brisset et al., 2016, 2017). A su vez, estos rebotes van compactando los agregados de polvo colisionantes.

**Fragmentación:** Cuando las colisiones son a altas velocidades de impacto, el resultado es la fragmentación de los agregados de polvo que colisionan (e.g. Beitz et al., 2011; Schräpler et al., 2012; Bukhari Syed et al., 2017).

**Abrasión:** En colisiones a baja velocidad, se encontró que los agregados de polvo del tamaño del centímetro sufren una pérdida gradual de masa, a pesar de que sus velocidades de colisión sean menores que el límite para la fragmentación y que es un proceso débil (Blum, 2018).

- Los resultados cuando proyectiles pequeños impactan blancos grandes son:



**Figura 1.6.** Clasificación de los resultados colisionales observados de una variedad de experimentos de laboratorio. Los nueve resultados incluyen la adhesión, el rebote y la fragmentación. Figura extraída de Güttler et al. (2010) y traducida al castellano.

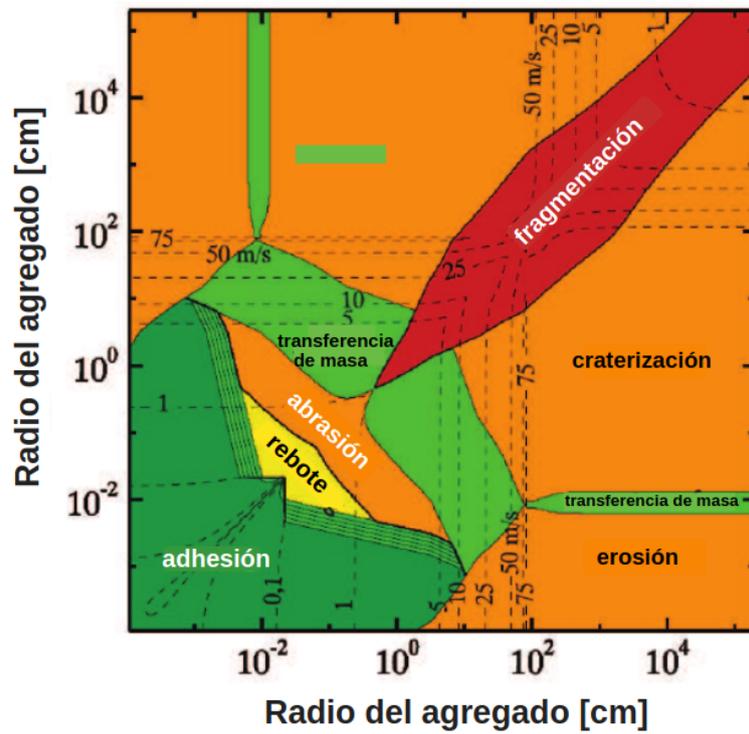
**Transferencia de masa:** Por encima del límite de fragmentación del proyectil pequeño, parte de su masa se transfiere al blanco. La eficiencia de este proceso es de aproximadamente 50 por ciento (e.g. Meisner et al., 2013).

**Craterización:** En el mismo rango de velocidades de impacto que en el caso de transferencia de masa, pero para proyectiles más grandes, el blanco pierde masa debido a la craterización (Wurm et al., 2005; Paraskov et al., 2007).

**Erosión:** En el mismo rango de velocidades pero para un proyectil aún más pequeño se produce la erosión (Schräpler & Blum, 2011; Schräpler et al., 2018).

En la figura 1.6 podemos ver esquemas de algunos de los resultados de las colisiones realizado por Güttler et al. (2010). En su trabajo desarrollaron un modelo de colisión que incluía todos los efectos conocidos hasta el momento.

Un ejemplo de un modelo colisional, desarrollado en la *Technische Universität Braunschweig* (TU), que incluye los últimos descubrimientos experimentales se muestra en la figura 1.7, donde los ejes son los tamaños de los objetos que colisionan, los colores indican los resultados de las colisiones y los contornos a trazos son las velocidades de colisión medias en unidades de metros por segundo (Blum, 2018).



**Figura 1.7.** Ejemplo del último modelo de colisión desarrollado en la *TU Braunschweig* para monómeros de  $\text{SiO}_2$ . Los resultados colisionales se marcan en color. Las líneas a trazos indican las velocidades de colisión medias en unidades del metro por segundo. Figura extraída de Blum (2018) y traducida al castellano.

Debe tenerse en cuenta que las propiedades del material y la distribución de tamaños del mismo tienen un gran impacto en el comportamiento del crecimiento del polvo. Para el caso de granos de sílice, el modelo de colisión puede ser considerado como confiable. A la actualidad, además del agua (Gundlach & Blum, 2015; Gundlach et al., 2018), hay muy pocos estudios realizados sobre colisiones entre agregados de otros tipos de materiales.

Dos cantidades para estudiar los resultados de una colisión son la energía específica o crítica de impacto  $Q^*$ , y la energía de dispersión o de disrupción catastrófica  $Q_D^*$  (Durda et al., 1998; una convención más temprana la presentan Davis et al., 1979).  $Q^*$  es la energía por unidad de masa del blanco requerida para quebrar el blanco tal que el fragmento intacto más grande contenga 50 % de la masa del blanco.  $Q_D^*$  es la energía específica necesaria para quebrar y dispersar el blanco en contra de la gravedad de modo que el fragmento más grande (posiblemente reacumulado) tiene 50 % de la masa del blanco. Entonces,  $Q^*$  es todo lo que se puede medir directamente en los laboratorios (como por ejemplo Bukhari Syed et al., 2017), ya que la resistencia interna domina sobre la gravedad para blancos de tamaños hasta pocos cientos de metros.

Es algo habitual en la literatura caracterizar los impactos en términos de un umbral de energía específico (la energía cinética en la colisión dividida por masa objetivo). El umbral para un evento demolidor está definido por  $Q^*$ , la energía específica requerida para romper al cuerpo en un espectro de fragmentos intactos, el más grande teniendo exactamente la mitad de la masa del blanco original. Por otra parte, la energía específica requerida para dispersar al blanco en un espectro de objetos individuales, con el más grande teniendo exactamente la mitad de la masa del blanco original, está definido por  $Q_D^*$ .

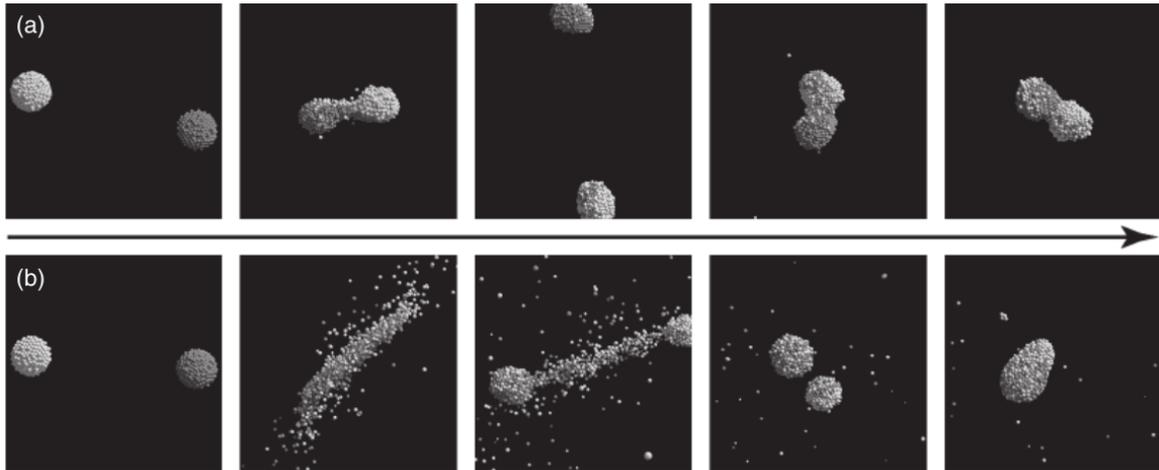
El punto donde  $Q^*$  es comparable con  $Q_D^*$  es la transición entre el régimen de resistencia interna al régimen de gravedad. Sin embargo, en el régimen gravitatorio,  $Q_D^*$  es siempre mayor que  $Q^*$  dado que el blanco debe ser fragmentado y también dispersado por el evento.

Los experimentos de laboratorio pueden ser diseñados para determinar este umbral para blancos pequeños, es decir, blancos en el régimen dominado por la resistencia interna (e.g. Fujiwara et al., 1989; Davis & Ryan, 1990; Bukhari Syed et al., 2017). Housen & Holsapple (1999) utilizando blancos hasta del orden del metro, fueron capaces de confirmar predicciones teóricas sobre la resistencia interna debilitándose con el tamaño. Se han realizado impactos en blancos diseñados para simular cuerpos autogravitantes (Housen et al., 1991) que indicaron que la resistencia interna aumenta nuevamente para estos blancos más grandes. Sin embargo estos blancos diseñados artificialmente tienen características distintas a los cuerpos autogravitantes, por lo que la interpretación de estos experimentos no es directa.

Las escalas de los impactos planetarios son muy diferentes de lo que se puede estudiar directamente en el laboratorio, y son necesarias extrapolaciones a varios órdenes de magnitud en la masa para poder comparar y utilizar estos resultados en el estudio de evolución y formación de asteroides y/o planetesimales.

### 1.2.0.2. Simulaciones

Debido a las limitaciones de los estudios experimentales en cuanto al tamaño de los objetos que pueden colisionar dentro de un laboratorio y a su vez las velocidades a las cuales pueden hacerlo, es que las simulaciones numéricas son de importancia para extrapolar a tamaños y velocidades mucho mayores. Los experimentos de impacto de laboratorio se utilizan a su vez para validar los modelos numéricos a escalas pequeñas antes de hacer extrapolaciones a



**Figura 1.8.** Simulaciones de colisiones entre agregados del orden del kilómetro, con diferentes ángulos y velocidades de impacto, obteniendo distintos resultados: a) binaria de contacto y b) agregado en forma de gota con un satélite reacumulado pequeño. Figura extraída de Richardson et al. (2002) sobre el trabajo de Leinhardt et al. (2000).

tamaños relevantes al sistema solar.

Las simulaciones numéricas se pueden pensar como experimentos teóricos. Las aproximaciones más comunes para estudiar las colisiones son los códigos hidrodinámicos, donde se siguen las ecuaciones de estado de la presión y temperatura, y los códigos de partículas, que en general tienen en cuenta solamente la gravedad en las colisiones. La energía específica de impacto  $Q^*$ , y la energía de disrupción catastrófica  $Q_{D^*}$  también se calculan mediante simulaciones.

Muchos estudios teóricos sobre colisiones entre planetesimales y guijarros se realizan mediante simulaciones SPH (por sus siglas en inglés Smoothed Particle Hydrodynamics). Unas de las prescripciones para la energía de disrupción catastrófica más utilizadas en los modelos colisionales son las calculadas en el trabajo de Benz & Asphaug (1999). En Benz & Asphaug (1999) se llevaron a cabo simulaciones SPH para simular colisiones de cuerpos de hielo y basalto desde tamaños del centímetro hasta del kilómetro de diámetro con el objetivo de calcular de manera autoconsistente el umbral de la disrupción catastrófica. Sus simulaciones fueron calibradas con experimentos de laboratorio, algo que no se había hecho hasta el momento. Además, se incorporaron los efectos combinados de la resistencia interna del material y autogravitación obteniendo resultados tanto en el régimen de resistencia interna como en el régimen gravitatorio y en su transición.

Benz (2000) encontró mediante simulaciones SPH, que para colisiones entre objetos rocosos del mismo tamaño a bajas velocidades de impacto, la fragmentación y dispersión son más eficientes que a altas velocidades de colisión, al contrario de lo que se esperaba. La razón es que la transferencia de momento es más eficiente en colisiones de cuerpos con tamaños comparables. Leinhardt et al. (2000) también encontró un resultado similar usando un código de N-cuerpos (ver figura 1.8).

En el trabajo de Leinhardt & Stewart (2012) se presenta una descripción completa de resultados de colisiones en el régimen dominado por la gravedad utilizando una combinación de un código hidrodinámico y un código de N-cuerpos, donde derivan ecuaciones analíticas para demarcar las transiciones entre los regímenes de colisión y la distribución de tamaños y velocidades de los cuerpos luego de la colisión. Proveen una descripción que puede ser uti-

lizada en simulaciones numéricas de evolución colisional, en particular para los modelos de N-cuerpos.

El modelado numérico, como complemento de las aproximaciones experimentales y teóricas, se ha vuelto una componente importante para estudiar las colisiones asteroidales y los procesos de impacto (e.g. [Jutzi et al., 2015](#); [Michel et al., 2015](#)).

En numerosos estudios de modelado, se han investigado los efectos de varias propiedades del blanco y las condiciones de impacto en el resultado de colisiones disruptivas de asteroides. Se han estudiado blancos monolíticos, pre-destrozados, microporosos o pila de escombros (e.g. [Michel et al., 2003](#); [Durda et al., 2007](#); [Jutzi et al., 2010](#); [Benavidez et al., 2012](#)) y se han explorado diferentes tamaños de cuerpos parentales (e.g. [Benavidez et al., 2018](#); [Ševeček et al., 2017](#)).

Estudios recientes han mostrado que la presencia de microporosidad influye el resultado de la disrupción catastrófica ([Jutzi et al., 2008, 2010](#)). Se ha mostrado recientemente que los efectos de la porosidad, así como de fricción pueden llevar a resultados significativamente distintos de las colisiones de asteroides ([Jutzi et al., 2015](#)).

Previo a las simulaciones se utilizaban las leyes de escala analíticas relacionando los umbrales de energía colisionales. En el régimen de resistencia interna, la función de  $Q^*$  depende del modelo adoptado para la resistencia interna, como por ejemplo la ecuación de estado. En el régimen gravitatorio,  $Q_D^*$  en principio tiene una pendiente fija, ya que la fragmentación está dominada por la gravedad y no por la resistencia interna de las piezas que constituyen el cuerpo. Sin embargo, las funciones analíticas en general no coinciden con las simulaciones numéricas en los detalles de estas funciones, en gran parte porque las primeras se apoyan en simplificaciones por consideraciones prácticas. A su vez, las simulaciones numéricas difieren entre ellas también debido a simplificaciones que se asumen de la geometría, el rango de parámetros utilizados, las diferencias en la resolución numérica, o por el modelo adoptado en el régimen de resistencia interna.

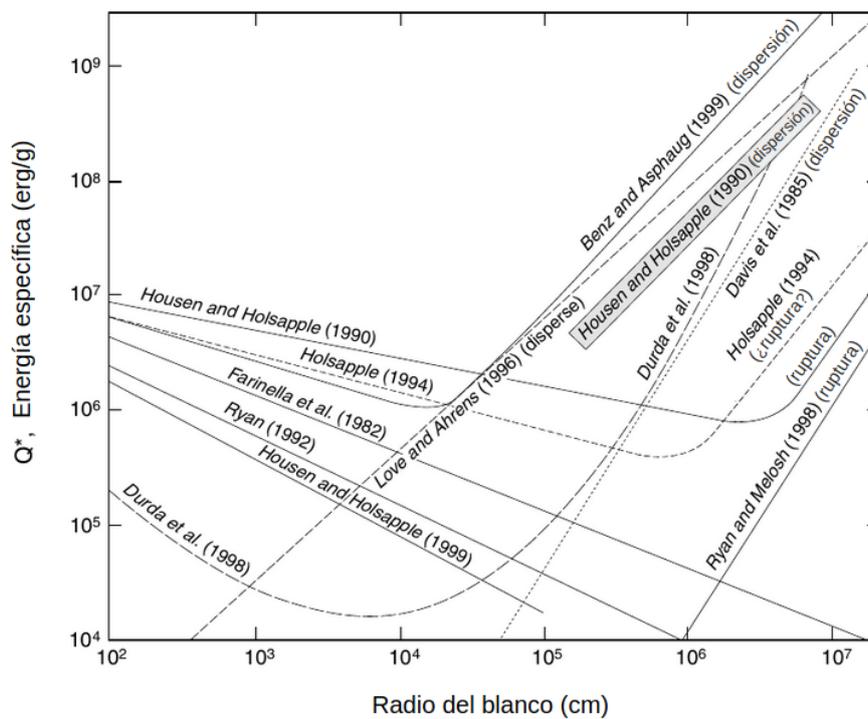
En la figura 1.9 podemos ver una comparación de algunas de las diferentes aproximaciones realizadas para  $Q_D^*$  de distintos trabajos ([Holsapple et al., 2002](#)). Hay tres características comunes entre varias de las curvas de la figura: poseen una pendiente negativa en la región de resistencia interna (a la izquierda), una pendiente positiva en la región gravitatoria (a la derecha), y un tamaño de transición entre ambos regímenes.

Por otra parte, en la escala microscópica, las simulaciones de mecánica granular son capaces de capturar el comportamiento de los granos individualmente durante el impacto. Estas simulaciones han sido exitosamente aplicadas al entendimiento del comportamiento colisional de agregados de polvo compuestos de miles de granos y para determinar las características de la erosión y el crecimiento (e.g. [Wada et al., 2007](#); [Paszun & Dominik, 2009](#); [Wada et al., 2011](#); [Ringl et al., 2012](#); [Gunkelmann et al., 2016](#); [Planes et al., 2017](#)). En el trabajo de [Ringl et al. \(2012\)](#) simulaban la colisión de cúmulos granulares porosos, usando simulaciones MD (por sus siglas en inglés *molecular dynamics*), donde estudian la adhesión y fragmentación. En la figura 1.10 se muestran tres resultados distintos de una colisión entre cúmulos granulares: aglomeración, y fragmentación parcial y total.

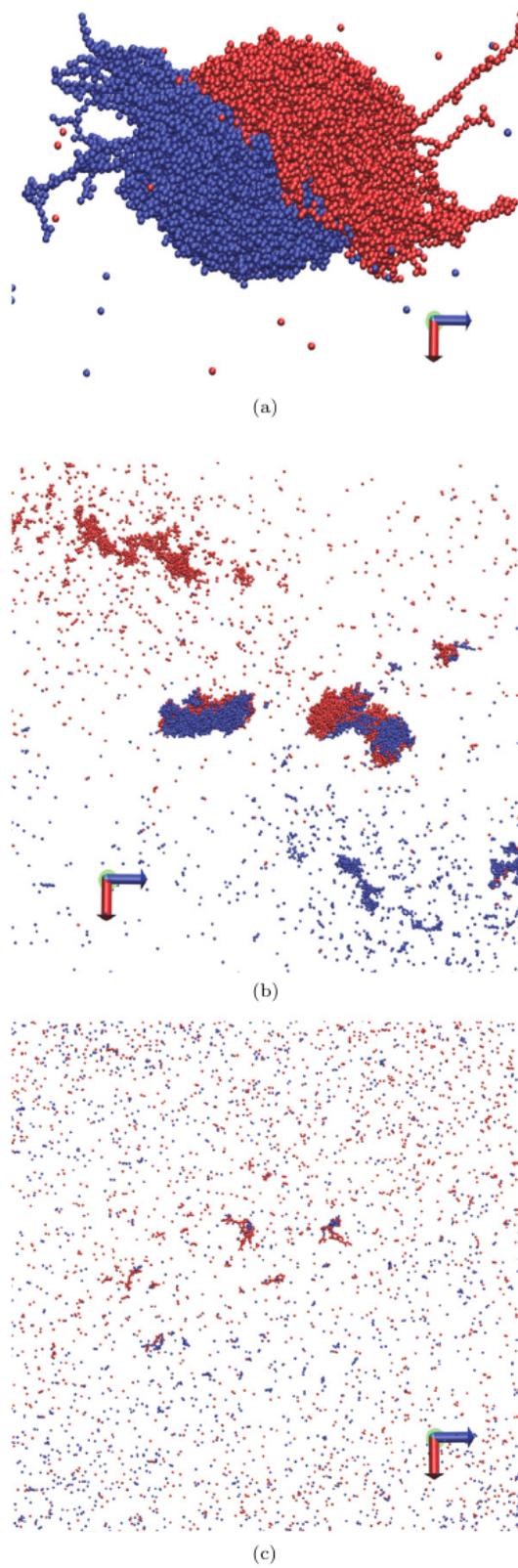
### 1.2.1. Clasificación de la estructura de los objetos

Las colisiones cambian la estructura de los objetos que colisionan.

Hace más de 70 años se introdujo la idea de que algunos asteroides y cometas (planetesimales



**Figura 1.9.** Umbrales específicos de energía obtenidos por diferentes autores para objetos no-porosos de roca. Para pequeños cuerpos (a la izquierda) la energía específica decrece con el aumento del tamaño del blanco y para cuerpos grandes (a la derecha), la energía aumenta con el tamaño. Figura extraída de [Holsapple et al. \(2002\)](#).



**Figura 1.10.** Resultados para diferentes colisiones que muestran los regímenes de aglomeración (a) y fragmentación parcial (b) y total (c). Figura extraída de Ringl et al. (2012).

## 1. Marco teórico

residuales) podían no ser objetos sólidos monolíticos gobernados solamente por la resistencia interna del material (Jeffreys, 1947; Opik, 1950). Chapman (1978) utilizó el término “*rubble-pile*” (en castellano “pila de escombros”) para describir a un grupo de rocas gravitatoriamente unidas, debido a que las colisiones a altas velocidades de los asteroides del cinturón principal debieron haber producido fractura y erosión, volviendo a los asteroides en una pila de escombros. Richardson et al. (2002) propone una clasificación de configuraciones para asteroides. La idea de estas definiciones es dar alguna idea del origen o historia colisional del objeto.

En la clasificación realizada por Richardson et al. (2002) (ver figura 1.11) los dos principales parámetros utilizados para el esquema de clasificación son:

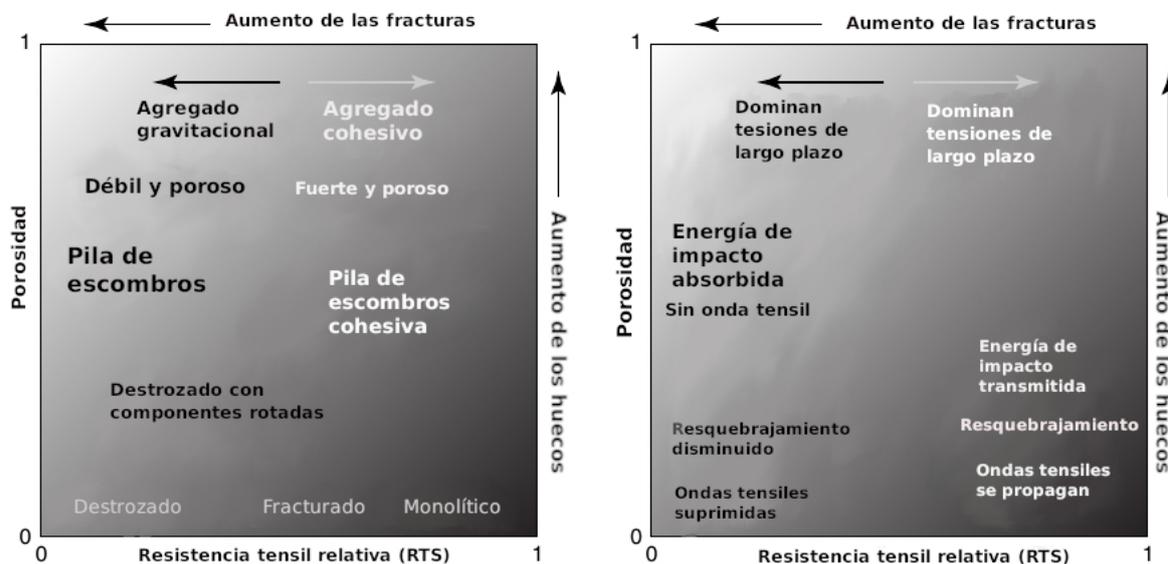
La porosidad dada por

$$porosidad = 1 - \frac{\text{suma de los volúmenes de las componentes}}{\text{volumen total/aparente}} = \frac{\text{suma de los espacios vacíos}}{\text{volumen total/aparente}} \quad (1.3)$$

Resistencia tensil relativa (RTS por sus siglas en inglés “Relative Tensile Strength”) dada por

$$RTS = \frac{\text{resistencia tensil del objeto}}{\text{resistencia tensil media de las componentes}} \quad (1.4)$$

donde la resistencia tensil es la máxima presión (fuerza por unidad de área) que un cuerpo puede resistir antes de que se rompa o fracture.



**Figura 1.11.** El espacio de parámetros RTS-porosidad. El gráfico de la izquierda asigna rótulos a las diferentes regiones de la estructura interna. Mientras que el gráfico de la derecha describe cómo reaccionarían a la presión los objetos correspondientes en estas regiones. Las divisiones son cualitativas. Figura extraída de Richardson et al. (2002) y traducida al castellano.

Generalmente  $Q^*$  decrece con el diámetro del blanco debido a la creciente probabilidad de encontrar defectos más grandes en cuerpos más grandes (Housen & Holsapple, 1990; Holsapple, 1994). Notar que un cuerpo con RTS igual a cero (cuerpo previamente quebrado o una

pila-de-escombros) por definición tiene  $Q^* = 0$ . En el régimen gravitatorio,  $Q^*$  es despreciable y  $Q_D^*$  domina, aumentando en valor con el tamaño del blanco.

Cabe aclarar que, a lo largo de esta Tesis, consideraremos objetos con  $RTS = 1$ , que es una simplificación. La incorporación de la estructura de los objetos colisionantes se encuentra fuera del alcance de esta Tesis, sin embargo es un objetivo de trabajo a futuro.

### 1.2.2. Estudios de formación planetaria y modelos colisionales

Como vimos en la sección anterior, las colisiones entre cuerpos ya sean guijarros, planetesimales o embriones, son procesos fundamentales en la formación planetaria. El estudio de la evolución colisional de los cuerpos es clave a la hora de generar modelos lo más realistas posibles sobre la formación y evolución planetaria. A su vez, dependiendo de la etapa de evolución del disco protoplanetario, el modelo con el que se estudia el crecimiento, formación y evolución dinámica de los cuerpos presentes en el disco puede ser abordado de diferentes maneras. Cuando nos encontramos en las primeras etapas de acreción planetaria, cuando la cantidad de cuerpos es tan grande que no es posible hacer un tratamiento individual de cada objeto, estas etapas se suelen estudiar mediante aproximaciones del modelo de partícula en una caja. Mientras que, en la etapa pos-oligárquica, cuando el disco está dominado por embriones y la cantidad de planetesimales se redujo significativamente, la evolución del disco protoplanetario se suele estudiar mediante simulaciones de N-cuerpos <sup>(i)</sup>. En las etapas previamente mencionadas la evolución colisional de los objetos es parte fundamental de los procesos de formación y debe ser tenida en cuenta para su estudio.

#### Modelo de partícula en una caja

Los modelos de evolución de las primeras etapas de formación planetaria utilizan métodos estadísticos debido al gran número de objetos presentes en el disco protoplanetario durante dichas fases (Wetherill & Stewart, 1993; Weidenschilling et al., 1997; Morbidelli et al., 2009).

La aproximación analítica más simple para calcular la evolución de la población de planetesimales, durante las etapas donde la cantidad de planetesimales no es manejable con modelos N-cuerpos, es la aproximación de partícula en una caja. Safronov (1972) fue el primero en desarrollar este método. Varias cantidades representativas de la población de objetos a estudiar son promediadas, en particular, una de las cantidades que resulta relevante en el modelado de las colisiones es la velocidad relativa de los objetos. En estos modelos se aproximan los movimientos orbitales relativos con velocidades relativas (o aleatorias), que dependen de los elementos orbitales de los planetesimales. La conversión entre los elementos orbitales y dichas velocidades relativas no es directa y existen varias relaciones utilizadas por varios autores Lissauer & Stewart (1993). En particular para los modelos de formación planetaria que incluyen la evolución colisional de los planetesimales se utilizan las siguientes velocidades:

- La velocidad de dispersión, que es la velocidad de un planetesimal relativa a la órbita circular media local, promediada sobre un epiciclo:

$$v_D = \left( \frac{5e^2}{8} + \frac{i^2}{2} \right)^{1/2} v_K. \quad (1.5)$$

---

<sup>(i)</sup>Las simulaciones de N-cuerpos son simulaciones de un sistema dinámico de partículas que interactúan gravitatoriamente. Son soluciones numéricas de las ecuaciones de movimientos para N partículas que interactúan gravitatoriamente.

donde  $e$  es la excentricidad e  $i$  es la inclinación orbital del planetesimal, y  $v_K$  es la velocidad kepleriana.

- La velocidad de un planetesimal relativa a otros planetesimales del enjambre, promediada sobre un epiciclo y sobre una oscilación vertical:

$$v_p = \left( \frac{5e^2}{4} + i^2 \right)^{1/2} v_K. \quad (1.6)$$

Dichas expresiones son válidas para  $e, i$  pequeñas. Hacemos hincapié en estas variables del modelado de partícula en una caja ya que las mismas serán utilizadas tanto para las probabilidades de colisión como también en las tasas de acreción de embriones planetarios; desarrollaremos esta temática en los siguientes capítulos de esta tesis.

A su vez, en los modelos colisionales de partícula en una caja, se hace uso de las prescripciones para la energía de disrupción catastrófica, ya sea utilizando los resultados experimentales o de simulaciones (e.g. [Morbidelli et al., 2009](#); [Chambers, 2014](#); [Guilera et al., 2014](#)). En esta Tesis veremos que la prescripción adoptada para la energía de disrupción catastrófica es determinante en el proceso de formación de un planeta gigante.

### Modelos de N-cuerpos

Como hemos mencionado anteriormente, en la etapa final de formación planetaria, pos-oligárquica, la evolución consiste básicamente en interacciones gravitatorias y colisiones ocasionales entre embriones. A diferencia de las etapas más tempranas de evolución y acreción planetaria, la mayor parte de la masa está contenida en un número pequeño de cuerpos, y la evolución se vuelve altamente estocástica. Por dicho motivo es que las integraciones de N-cuerpos se vuelven factibles, y proveen una estimación precisa de qué objetos colisionan con cuales y cuáles serán las órbitas y masas finales de los planetas formados. La mayoría de los estudios mediante esta herramienta simplifican el tratamiento de las colisiones (se concentran en la evolución dinámica) debido al costo computacional que llevaría su tratamiento (mientras haya más fragmentos, más objetos a tratar en el código), asumiendo que las colisiones siempre dan como resultado la acreción total de los objetos que colisionan, formando un nuevo objeto con su masa siendo la suma de las masas de los objetos que colisionaron (e.g. [Chambers & Wetherill, 1998](#); [Agnor et al., 1999](#); [Chambers, 2001](#); [Raymond et al., 2009](#); [Morishima et al., 2010](#)). Sin embargo, en los últimos años se desarrollaron trabajos donde se han implementado algoritmos colisionales utilizando los resultados de [Leinhardt & Stewart \(2012\)](#) (e.g. [Chambers, 2013](#); [Mustill et al., 2018](#); [Dugaro et al., 2019](#)) que demuestran que un tratamiento más acertado de las colisiones puede afectar el proceso de formación planetaria.

Un código paralelo de N-cuerpos muy utilizado para estudiar procesos colisionales es el `pkdgrav` ([Richardson et al., 2000, 2009](#)). Si bien no profundizaremos sobre los resultados de las diferentes aplicaciones de este código, cabe mencionar que `pkdgrav` se ha implementado y modificado en diversos trabajos con el objetivo de obtener modelos colisionales más realistas que, por ejemplo, en combinación con técnicas numéricas utilizadas en estudios de materiales granulares, reproduzcan resultados de experimentos de laboratorio ([Schwartz et al., 2013](#)).

La incorporación de modelos colisionales, tanto en métodos estadísticos o de N-cuerpos, son fundamentales para entender en profundidad los procesos tanto de formación de planetas como de formación de pequeños cuerpos y su evolución dinámica.

### 1.2.3. ¿Por qué estudiar la fragmentación de planetesimales?

Como vimos a lo largo de este capítulo, una descripción general de los resultados de las colisiones que abarque el crecimiento desde las partículas de polvo a los planetas es necesaria para construir un modelo autoconsistente para la formación planetaria. Algunos autores afirman que con modelos más realistas sobre las colisiones se podrían explicar fenómenos como, por ejemplo, la formación de planetesimales cerca de la estrella central, la presencia de partículas del milímetro al centímetro en la parte externa del disco y la presencia de granos del tamaño del micrón en el disco protoplanetario por millones de años (Garraud et al., 2013). La evolución colisional nos ayuda a comprender desde la evolución de un disco de escombros (e.g. Krivov et al., 2018) hasta la formación de planetas terrestres (e.g. Chambers, 2013).

La formación de asteroides y objetos transneptunianos y sus estructuras dependen de la historia de su evolución colisional. Entender la fragmentación colisional y la subsecuente reacumulación de fragmentos es crucial para estudios de procesos que tienen lugar durante la formación del sistema solar y para reconstruir la estructura interna de pequeños cuerpos. Como mostramos a lo largo de este capítulo, la evolución colisional de los objetos del disco protoplanetario es un proceso clave que puede influenciar de manera drástica la formación de un sistema planetario y su arquitectura final.

Los resultados de las colisiones son bastante diversos, y a lo largo de la formación planetaria se presentan varios regímenes de colisión como la craterización, la acreción y la fragmentación, entre otros.

El resultado de cada colisión depende de las condiciones específicas del impacto: el tamaño del blanco, tamaño del proyectil, el parámetro de impacto, la velocidad de impacto, y algunas propiedades inerciales del blanco y el proyectil, como la composición y la resistencia interna. En particular, la porosidad de los objetos colisionantes es un parámetro que puede determinar si el resultado de una colisión favorece o inhibe el crecimiento de los cuerpos en los discos protoplanetarios.

La evolución de la población de planetesimales es un fenómeno complejo, que se encuentra dominado por sus colisiones mutuas (e.g., Beauge & Aarseth 1990; Lissauer 1993).

En el caso de la formación de un planeta gigante, la acreción por parte de los embriones, la migración producto de la fricción gaseosa, y en particular la evolución colisional debido a las excitaciones gravitatorias de los embriones en crecimiento, son procesos que afectan directamente la evolución de esta población. Los planetesimales comienzan a fragmentarse en cuerpos más pequeños debido a la cascada colisional. Los fragmentos más pequeños, debido al decaimiento orbital producto de la componente gaseosa del disco, se podrían perder, no pudiendo ser acretados por el protoplaneta, lo que limitaría su formación. Al mismo tiempo, la envoltura del protoplaneta podría generar la pérdida de energía cinética de los planetesimales lo que haría que se acreten más fácilmente. Los resultados de dichas colisiones condicionarán la distribución de tamaños que tendrán esos fragmentos, y esto estará determinado por el modelo colisional o modelo de fragmentación de planetesimales adoptado. Dicho modelo, como nombramos anteriormente, dependerá de varios factores, y alcanzar un modelo colisional más realista, nos permitirá estudiar en detalle las consecuencias de la cascada colisional sobre el crecimiento de un protoplaneta.

A su vez, un desarrollo más preciso de las velocidades relativas entre los planetesimales, en los modelos colisionales estadísticos, nos permite obtener resultados más realistas tanto de las probabilidades de colisión, como de las tasas de acreción de los protoplanetas en crecimiento.

## 1. Marco teórico

---

El objetivo de esta Tesis es estudiar desde diferentes perspectivas, teórica, experimental y numérica, el proceso de fragmentación de planetesimales. Si bien hemos estudiado el impacto de este fenómeno en la formación de un planeta gigante, los resultados encontrados en los dos capítulos a continuación, tanto el desarrollo de la velocidad de dispersión como la prescripción para la energía de disrupción catastrófica para diferentes porosidades, son generales y pueden ser aplicados a distintos escenarios de formación.

## Capítulo 2

# Velocidad de dispersión y velocidad estocástica



*“Fuego a todo lo que no nos deja ser”*

BIFE

### 2.1. Revisión de la velocidad de dispersión

La velocidad de dispersión en el modelo de partícula en una caja es la velocidad relativa de un planetesimal con respecto a la órbita circular media local y es función de la inclinación y excentricidad orbitales del planetesimal. La aproximación analítica de la velocidad de dispersión utilizada en la literatura es calculada asumiendo valores pequeños de la excentricidad e inclinación del planetesimal. Sin embargo, durante la formación y evolución planetaria, las excentricidades e inclinaciones orbitales aumentan. En las próximas secciones presentamos una revisión de las expresiones analíticas usuales de la velocidad de dispersión aplicadas en la literatura y calculamos las expresiones generales de la velocidad de dispersión para los casos plano: la órbita del planetesimal y la órbita protoplaneta son coplanares, y espacial: la órbita del planetesimal posee una inclinación respecto del plano orbital del protoplaneta.

A su vez, calculamos una expresión analítica para la velocidad relativa estocástica aleatoria, cuando las órbitas del protoplaneta y el planetesimal son independientes y se encuentran de manera aleatoria, para el caso plano y espacial. Este caso también es aplicable al encuentro aleatorio de un protoplaneta en órbita circular con otro protoplaneta (o cualquier objeto) en órbita elíptica.

En el apéndice **A** se encuentran los desarrollos matemáticos realizados con el MATHEMATICA para los cálculos de las velocidades antes mencionadas.

### 2.2. Motivación

Usualmente se asume que la acreción planetaria ocurre en los discos protoplanetarios con planetesimales en órbitas cuasi keplerianas alrededor de la estrella central. La aproximación de partícula en una caja, desarrollada por primera vez por [Safronov \(1972\)](#), es la aproximación

analítica para calcular la evolución de las velocidades de los planetesimales cuando el número de objetos es demasiado grande. Este modelo aproxima los movimientos orbitales relativos entre planetesimales con respecto a un embrión planetario en una órbita circular, mediante la velocidad de dispersión. Dicha velocidad es función de la excentricidad  $e$  e inclinación  $i$  de los planetesimales. La evolución de  $e$  e  $i$  se ve afectada por distintos procesos en diferentes etapas, principalmente, aumenta como resultado de perturbaciones mutuas entre planetesimales y la excitación producida por el embrión, y decrece debido a colisiones inelásticas y al arrastre gaseoso (e.g. [Inaba et al., 2001](#)).

En las conversiones entre elementos orbitales y velocidades relativas se asume  $(e, i) \ll 1$  ([Safronov, 1972](#); [Czechowski et al., 1992](#); [Lissauer & Stewart, 1993](#)). La velocidad de dispersión de los planetesimales mayormente adoptada en la literatura (e.g. [Wetherill & Stewart, 1993](#); [Ida et al., 2008](#); [Morbidelli et al., 2009](#); [Weidenschilling, 2011](#); [Guilera et al., 2010, 2011, 2014](#)) es la velocidad relativa de un planetesimal respecto a su órbita circular media local promediada sobre un epiciclo y sobre una oscilación vertical, que a su vez se calcula como una expansión en series de potencia hasta primer orden en  $e$  e  $i$  ([Lissauer & Stewart, 1993](#)).

La tasa de acreción de un embrión protoplanetario depende de varios parámetros, como ser el número y masa de los planetesimales en la zona de acreción, el tamaño y el semieje orbital del embrión, y la velocidad relativa de los planetesimales con respecto al embrión. En la mayoría de los modelos de formación de planetas en órbitas circulares, que utilizan la aproximación de partícula en una caja (e.g. [Guilera et al., 2014](#); [Chambers, 2014](#)), las velocidades de los planetesimales relativas al embrión se asumen como la velocidad de dispersión a primer orden. Dicha velocidad se usa para calcular la tasa de acreción de sólidos del protoplaneta como así también la probabilidad intrínseca de colisión entre planetesimales (cuando se incluye la fragmentación de planetesimales). En este último caso, la velocidad del planetesimal relativa a otro planetesimal se toma como la suma de las velocidades de dispersión de ambos planetesimales ([Morbidelli et al., 2009](#)). [Thommes et al. \(2003\)](#), [Guilera et al. \(2010\)](#) y [Fortier et al. \(2013\)](#) encontraron que mientras que los embriones planetarios crecen, la perturbación gravitatoria de los planetesimales debido a los embriones en el Sistema Solar exterior, aumenta las excentricidades de los planetesimales a valores mayores que 0.2. En [San Sebastián et al. \(2019\)](#) calculamos la tasa de acreción de sólidos considerando tres regímenes distintos para las velocidades relativas y sus transiciones de acuerdo a [Greenberg et al. \(1991\)](#), donde el régimen A está dominado por movimientos al azar, usualmente llamado régimen de dispersión, mientras que el régimen B y C se encuentran dominados por el cizallamiento kepleriano. En [San Sebastián et al. \(2019\)](#) encontramos que las velocidades relativas de los planetesimales aumentan rápidamente debido a las perturbaciones gravitatorias producto del protoplaneta en crecimiento, alcanzando rápidamente el régimen de dispersión. Este resultado nos sugiere la necesidad de una revisión de las expresiones usualmente utilizadas de la velocidad de dispersión que sean válidas para valores altos de la excentricidad e inclinación.

Por otro lado, la formación y evolución dinámica del cinturón de asteroides y de la región transneptuniana usualmente se estudia mediante la aproximación de partícula en una caja, donde la velocidad de un cuerpo relativa a otro en el cinturón se toma como la suma de las velocidades de dispersión a primer orden de ambos objetos (e.g. [Stern, 1996b,a](#); [Stern et al., 1997](#); [Bottke et al., 2005](#); [Morbidelli et al., 2009](#); [Weidenschilling, 2011](#); [Parisi, 2013](#); [Beitz et al., 2016](#); [San Sebastián & Parisi, 2016](#)). Las velocidades medias de impacto en el cinturón de asteroides son  $\sim 5 \text{ km s}^{-1}$ , mientras que en la región transneptuniana son de  $\sim 1 \text{ km s}^{-1}$ , en ambos casos la excentricidad media es de  $e \sim 0.2$ . [Bottke et al. \(2005\)](#) sugirió que las actuales excentricidades en el cinturón de asteroides, que alcanzan los  $6 \text{ km s}^{-1}$ , fueron adquiridas por la excitación producida por los embriones planetarios en etapas previas a la formación de

Júpiter. [Beitz et al. \(2016\)](#) determinó la distribución de las velocidades de colisión actuales del cinturón de asteroides a partir de los parámetros orbitales de  $\sim 500,000$  asteroides con semiejes entre 2.2 y 3.75 UA proporcionados por [Chamberlin \(2008\)](#) <sup>(i)</sup>. Dichos autores calcularon la distribución de velocidad-frecuencia del presente cinturón como la velocidad de dispersión obteniendo que el número acumulado de asteroides normalizado satura en velocidades de colisión de  $\sim 10 \text{ km s}^{-1}$  ( $e \sim 0.5$ ). Por lo tanto, es necesario realizar un cálculo más adecuado para las velocidades relativas que sea válido para valores altos de  $e$  e  $i$ .

Los modelos de partícula en una caja asumen implícitamente que los cuerpos se encuentran uniformemente espaciados, situación que es adecuada principalmente en las primeras etapas de acreción. Las etapas tardías de la época de acreción se estudian usualmente mediante simulaciones de N-cuerpos ya que el número de cuerpos es suficientemente pequeño para que las integraciones numéricas puedan ser posibles (e.g. [Ida & Makino, 1993](#); [Ronco & de Elía, 2018](#)). Al final del proceso de formación planetaria, la evolución orbital de los protoplanetas se encuentra gobernada por encuentros gravitatorios cercanos y colisiones violentas (e.g. [Korycansky et al., 1990](#); [Brunini et al., 2002](#); [Parisi & Del Valle, 2011](#)). La aproximación analítica de la velocidad aleatoria estocástica es útil para estudiar estos últimos eventos.

En este capítulo revisamos y calculamos la velocidad de dispersión y la velocidad estocástica aleatoria.

### 2.3. Intersección de las órbitas de un planetesimal y un protoplaneta

En esta sección presentamos las ecuaciones básicas de las órbitas de un planetesimal y un protoplaneta, y de la intersección de dichas órbitas, las cuales serán utilizadas a lo largo de todo este capítulo para el desarrollo de las velocidades, tanto de dispersión como estocástica.

La ecuación que describe la órbita elíptica de un planetesimal de masa  $m$  alrededor de la estrella central está dada por

$$R = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \varphi}, \quad (2.1)$$

con  $R$  la distancia radial del planetesimal a la estrella central,  $\varphi$  la anomalía verdadera,  $e$  la excentricidad de la órbita del planetesimal y  $a$  su semieje mayor. Las componentes radial y tangencial de la velocidad orbital del planetesimal son ([Murray & Dermott, 1999](#))

$$\dot{R} = \frac{R^2 e \sin \varphi \dot{\varphi}}{a(1 - e^2)}, \quad (2.2)$$

$$R\dot{\varphi} = \frac{R^2(1 + e \cos \varphi)}{a(1 - e^2)}\dot{\varphi}. \quad (2.3)$$

La velocidad circular  $v_0$  del protoplaneta  $M$ , o velocidad circular media local de radio  $a_0$ , está dada por

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_*}{a_0}}, \quad (2.4)$$

---

<sup>(i)</sup><http://ssd.jpl.nasa.gov/dat/ELEMENTS.NUMBR.>

## 2. Velocidad de dispersión y velocidad estocástica

---

siendo  $G$  la constante gravitatoria y  $M_*$  la masa de la estrella central.

En la intersección de la órbita de  $m$  con la órbita circular media local, tenemos que

$$a_0 = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \varphi}. \quad (2.5)$$

El semieje  $a$  de la órbita de  $m$  lo escribimos en función de  $a_0$  (Czechowski et al., 1992)

$$a = a_0(1 + \tilde{a}), \quad (2.6)$$

reemplazando la ecuación 2.6 en las ecuaciones 2.2 y 2.3 y utilizando la segunda y tercera ley de Kepler, obtenemos

$$\dot{R} = \frac{v_0}{(1 + \tilde{a})^{1/2}} \frac{e \sin \varphi}{(1 - e^2)^{1/2}} \quad (2.7)$$

$$R\dot{\varphi} = \frac{v_0}{(1 + \tilde{a})^{1/2}} \frac{(1 + e \cos \varphi)}{(1 - e^2)^{1/2}}, \quad (2.8)$$

donde  $\tilde{a}$  es un parámetro que se obtiene reemplazando la ecuación 2.6 en la ecuación 2.5 y despejando

$$\tilde{a} = \frac{e \cos \varphi + e^2}{1 - e^2}. \quad (2.9)$$

Debe notarse aquí que, para que suceda el encuentro en  $R = (a_0, \varphi)$ , el semieje mayor del planetesimal no puede ser independiente de su excentricidad. Si fijamos la excentricidad del planetesimal, hay un sólo  $a$  permitido, dado por las ecuaciones 2.6 y 2.9.

### 2.4. Cálculo de la velocidad de dispersión: Modelo partícula en una caja

En esta sección, calculamos las expresiones generales de la velocidad de dispersión en el marco de la aproximación de partícula en una caja. Primero desarrollamos la velocidad de dispersión para el caso plano y para el caso espacial y luego calculamos la velocidad de dispersión estadística o dispersión de velocidades, para el caso plano y el caso espacial.

#### 2.4.1. Caso plano

Calculamos la expresión general de la velocidad de dispersión, i.e., la raíz cuadrada de la velocidad cuadrática media  $v_{DP}$  de un planetesimal  $m$  relativa a la órbita coplanar circular de radio  $a_0$  de un protoplaneta  $M$ .

La velocidad orbital del planetesimal  $m$ , en el marco de su sistema orbital, en coordenadas cilíndricas  $\vec{V} = (V_R, V_\varphi, 0) = (\dot{R}, R\dot{\varphi}, 0)$ , reemplazando las ecuaciones 2.7 y 2.8, puede ser expresada como

$$\vec{V} = \frac{v_0}{(1 - e^2)^{1/2}(1 + \tilde{a})^{1/2}} (e \sin \varphi, 1 + e \cos \varphi, 0). \quad (2.10)$$

En la intersección de las órbitas, reemplazando la ecuación 2.9 en la ecuación 2.10, obtenemos

$$\bar{V} = \frac{v_0}{(1 + e \cos \varphi)^{1/2}} (e \sin \varphi, 1 + e \cos \varphi, 0). \quad (2.11)$$

Para calcular el cuadrado de la velocidad de dispersión  $v_{DP}^2 = \langle (\bar{V} - \bar{v}_0)^2 \rangle$ , necesitamos calcular primero el cuadrado de la velocidad del planetesimal relativa a la velocidad orbital circular del protoplaneta. De la ecuación 2.11, y siendo  $\bar{v}_0 = (0, v_0, 0)$  la velocidad coplanar circular del protoplaneta en coordenadas cilíndricas, obtenemos

$$(\bar{V} - \bar{v}_0)^2 = v_0^2 \left[ \frac{e^2 \sin^2 \varphi}{1 + e \cos \varphi} + ((1 + e \cos \varphi)^{1/2} - 1)^2 \right]. \quad (2.12)$$

Para seguir adelante con el próximo paso -el promedio de la ecuación 2.12 con respecto a un período orbital- debemos tener en cuenta el siguiente análisis. Si se considera la órbita fija de un planetesimal  $\equiv (a, e)$ , la anomalía verdadera  $\varphi$  no varía uniformemente en el tiempo y cualquier función, supongamos  $f$ , promediada con respecto a la órbita del planetesimal debería ser promediada con respecto al tiempo. Por lo tanto, el promedio de la función  $f$  sobre un período orbital  $P_e$  estaría dado por la integral (Danby, 1992; Adachi et al., 1976; Tremaine & Yavetz, 2014)

$$\langle f \rangle = \frac{1}{P_e} \int_0^{P_e} f dt = \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f}{(1 + e \cos \varphi)^2} d\varphi. \quad (2.13)$$

Sin embargo, en este trabajo estudiamos el encuentro entre el planetesimal y el protoplaneta, la intersección de sus órbitas  $R = (a_0, \varphi)$ , no el promedio sobre la órbita del planetesimal. Como mencionamos anteriormente, para que ocurra el encuentro entre el planetesimal y el protoplaneta, la órbita del planetesimal estará determinada por la ecuación 2.9, por lo que el semieje del planetesimal no puede ser independiente de su excentricidad. Por lo tanto, el promedio de  $f$  en este caso debe realizarse siguiendo a Safronov (1972) (sus ecuaciones 45 y 46)

$$\langle f \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f d\varphi. \quad (2.14)$$

Luego, promediamos la ecuación 2.12 como indica la ecuación 2.14, esto es (ver el apéndice A)

$$v_{DP}^2 = \langle (\bar{V} - \bar{v}_0)^2 \rangle = v_0^2 \left[ \left\langle \frac{e^2 \sin^2 \varphi}{1 + e \cos \varphi} \right\rangle + v_0^2 \left[ \langle ((1 + e \cos \varphi)^{1/2} - 1)^2 \rangle \right], \quad (2.15)$$

donde

$$\left\langle \frac{e^2 \sin^2 \varphi}{1 + e \cos \varphi} \right\rangle = \left[ 1 - (1 - e^2)^{1/2} \right], \quad (2.16)$$

y

$$\langle ((1 + e \cos \varphi)^{1/2} - 1)^2 \rangle = 2 - 2 \langle (1 + e \cos \varphi)^{1/2} \rangle, \quad (2.17)$$

con

$$\begin{aligned} & \langle (1 + e \cos \varphi)^{1/2} \rangle = \\ & \left[ \frac{1}{\pi} (1 - e)^{1/2} E \left( \frac{2e}{-1 + e} \right) + \frac{1}{\pi} (1 + e)^{1/2} E \left( \frac{2e}{1 + e} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.18)$$

siendo  $E$  la integral elíptica completa de segunda especie. Reemplazando las ecuaciones 2.16, 2.17, y 2.18 en la ecuación 2.15, obtenemos la velocidad de dispersión cuadrática en dos dimensiones  $v_{DP}^2$ .

$$\begin{aligned} v_{DP}^2 &= v_0^2 \left[ 3 - (1 - e^2)^{1/2} \right] \\ &- v_0^2 \left[ \frac{2}{\pi} (1 - e)^{1/2} E \left( \frac{2e}{-1 + e} \right) + \frac{2}{\pi} (1 + e)^{1/2} E \left( \frac{2e}{1 + e} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Expandiendo la ecuación 2.19, obtenemos (ver apéndice A)

$$v_{DP}^2 = v_0^2 \left( \frac{5}{8} e^2 + \frac{79}{512} e^4 + \frac{617}{8192} e^6 + \dots \right). \quad (2.20)$$

Un cálculo similar al de la ecuación 2.12 fue realizado por Safronov (1972) en el marco del problema restringido de los tres cuerpos (Danby, 1992; Kaula, 1968) para una inclinación orbital  $i = 0^\circ$ , donde el cuadrado de la velocidad relativa en el sistema rotante del protoplaneta, que aquí llamaremos  $v_{2Saf}^2$  cuando el planetesimal y el protoplaneta se encuentran, está dado por

$$v_{2Saf}^2 = v_0^2 \left[ 3 - \left( \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \varphi} \right) - 2(1 + e \cos \varphi)^{1/2} \right]. \quad (2.21)$$

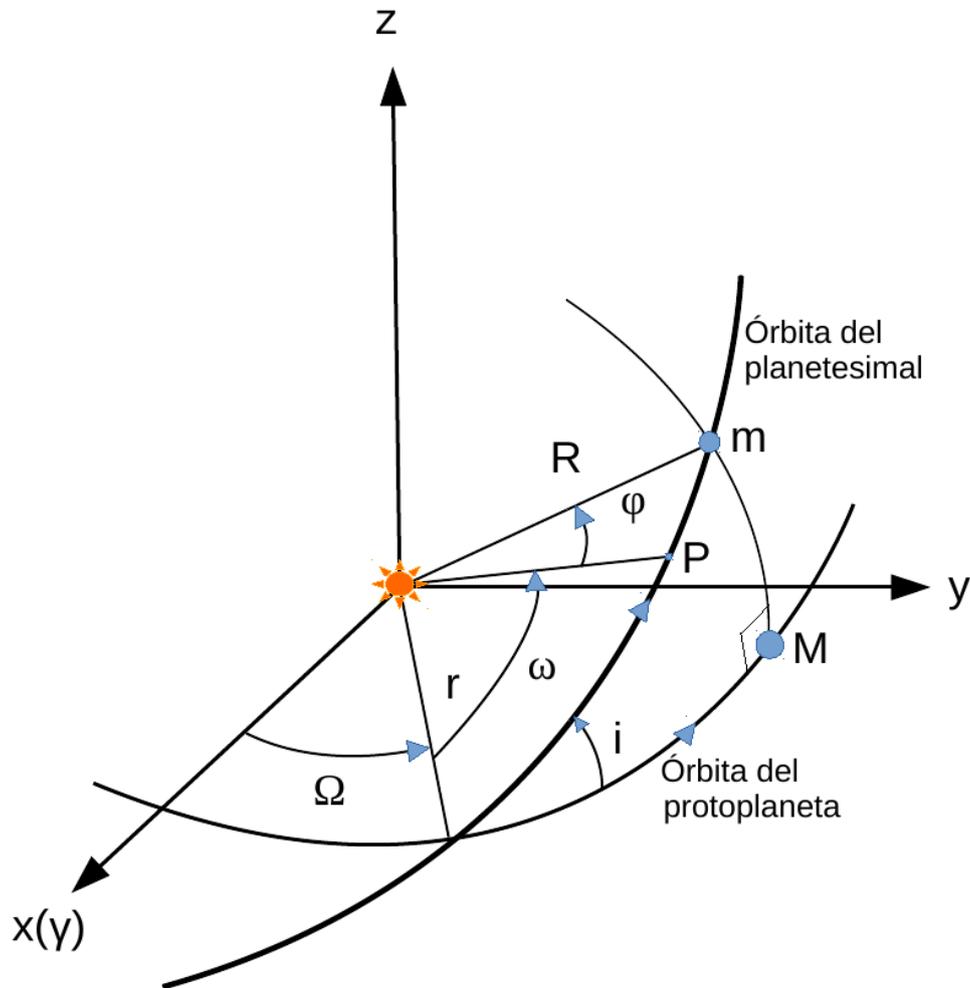
Promediando la ecuación 2.21 sobre un período orbital como indica la ecuación 2.14, obtenemos (ver apéndice A)

$$\langle v_{2Saf}^2 \rangle = v_0^2 \left[ 3 - \left\langle \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \varphi} \right\rangle - 2 \langle (1 + e \cos \varphi)^{1/2} \rangle \right], \quad (2.22)$$

donde

$$\left\langle \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \varphi} \right\rangle = (1 - e^2)^{1/2}, \quad (2.23)$$

reemplazando las ecuaciones 2.23 y 2.18 en la ecuación 2.22, llegamos a 2.19 y 2.20, i.e.,  $\langle v_{2Saf}^2 \rangle = v_{DP}^2$ .



**Figura 2.1.** Diagrama de la configuración orbital en el modelo de partícula en una caja para el caso espacial. El marco de referencia está centrado en la estrella y el eje  $x$  apunta en la dirección del equinoccio vernal. La órbita circular del protoplaneta  $M$  está en el plano  $(x, y)$   $R$  es la distancia entre el planetesimal  $m$  y la estrella central,  $i$  es la inclinación de la órbita del planetesimal con respecto al plano de la órbita del protoplaneta.  $r$  es la distancia entre el nodo y la estrella central ( $r = a_0$ ).  $P$  es el pericentro de la órbita de  $m$ . Los ángulos  $\Omega$ ,  $\omega$  y  $\varphi$  son la longitud del nodo ascendente, la longitud del pericentro y la anomalía verdadera, respectivamente.

### 2.4.2. Caso espacial

Calculamos la velocidad de dispersión en el espacio, i.e., la raíz cuadrada de la velocidad cuadrática media  $v_{DS}$  de un planetesimal  $m$  en una órbita elíptica relativa a la órbita circular de radio  $a_0$  de un protoplaneta  $M$ , donde las órbitas de  $m$  y  $M$  están separadas por una inclinación  $i$ .

Siguiendo el trabajo de [Adachi et al. \(1976\)](#), medimos las velocidades orbitales del planetesimal y el planeta en coordenadas cilíndricas en el sistema heliocéntrico de la órbita del planetesimal. Luego, la velocidad orbital de  $m$  es  $\bar{V}$  dada por la ecuación 2.11, mientras que la velocidad orbital de  $M$  en coordenadas cilíndricas es  $\bar{v}_{0S} = (0, v_0 \cos i, -v_0 \sin i)$ . Las órbitas elíptica y circular de  $m$  y  $M$  se muestran en la figura 2.1, donde  $i$  es la inclinación de la órbita elíptica del planetesimal con respecto al plano  $(x, y)$ , plano orbital del protoplaneta, siendo  $\Omega$ ,  $\omega$ , y  $\varphi$ , la longitud del nodo ascendente, la longitud del pericentro y la anomalía verdadera. El cuadrado de la velocidad relativa está dado por

$$(\bar{V} - \bar{v}_{0S})^2 = v_0^2 \left[ \frac{e^2 \sin^2 \varphi}{1 + e \cos \varphi} + ((1 + e \cos \varphi)^{1/2} - \cos i)^2 + \sin^2 i \right]. \quad (2.24)$$

Siguiendo la ecuación 2.14, promediamos la ecuación 2.24 sobre un período orbital (ver apéndice A)

$$\begin{aligned} v_{DS}^2 &= \langle (\bar{V} - \bar{v}_{0S})^2 \rangle = v_0^2 \left[ \left\langle \frac{e^2 \sin^2 \varphi}{1 + e \cos \varphi} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + v_0^2 \left[ \langle ((1 + e \cos \varphi)^{1/2} - \cos i)^2 + \sin^2 i \rangle \right] \right], \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde reemplazando la ecuación 2.16 en el primer término de la ecuación 2.25 y desarrollando el segundo término de la ecuación 2.25, obtenemos  $v_{DS}^2$

$$v_{DS}^2 = v_0^2 \left[ 3 - (1 - e^2)^{1/2} \right] - 2v_0^2 \cos i \langle (1 + e \cos \varphi)^{1/2} \rangle, \quad (2.26)$$

con  $\langle (1 + e \cos \varphi)^{1/2} \rangle$  dada por la ecuación 2.18. Expandiendo la ecuación 2.26, obtenemos (ver apéndice A)

$$\begin{aligned} v_{DS}^2 &= v_0^2 \left[ 2 - 2 \cos i + e^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cos i \right) \right] \\ &\quad + v_0^2 \left[ e^4 \left( \frac{1}{8} + \frac{15}{512} \cos i \right) + e^6 \left( \frac{1}{16} + \frac{105}{8192} \cos i \right) + \dots \right]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Notemos que cuando  $i = 0^\circ$ ,  $v_{DS}^2 = v_{DP}^2 = \langle v_{2Saf}^2 \rangle$ .

Un cálculo similar de la velocidad de dispersión tridimensional puede llevarse a cabo de una forma análoga a la que desarrollamos siguiendo a [Safronov \(1972\)](#) para el caso plano. En el sistema de referencia rotante del protoplaneta alrededor de la estrella, la velocidad relativa cuadrática definida aquí como  $v_{3Saf}^2$  de un planetesimal con una órbita excéntrica inclinada con respecto a la velocidad circular del protoplaneta ([Danby, 1992](#); [Kaula, 1968](#)) en el punto de la intersección de las órbitas está dada por

$$v_{3Saf}^2 = v_0^2 \left[ 3 - \left( \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \varphi} \right) - 2 \cos i (1 + e \cos \varphi)^{1/2} \right]. \quad (2.28)$$

Si  $i = 0^\circ$ , la ecuación 2.28 es igual a la ecuación 2.21, i.e.,  $v_{D3Saf}^2 = v_{D2Saf}^2$ . Promediando la ecuación 2.28 sobre un período orbital

$$\langle v_{3Saf}^2 \rangle = v_0^2 \left[ 3 - \left\langle \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \varphi} \right\rangle - 2 \cos i \langle (1 + e \cos \varphi)^{1/2} \rangle \right], \quad (2.29)$$

y reemplazando la ecuación 2.23 en el segundo término y la ecuación 2.18 en el tercer término de la ecuación 2.29, llegamos a  $\langle v_{3Saf}^2 \rangle = v_{DS}^2$ . Notar que cuando  $i = 0^\circ$ ,  $v_{DS}^2 = v_{DP}^2 = \langle v_{2Saf}^2 \rangle = \langle v_{3Saf}^2 \rangle$ .

### 2.4.3. Caso particular: Velocidad de dispersión estadística

La dispersión estadística de velocidades con respecto a la velocidad media para un grupo de objetos es usualmente llamada dispersión de velocidades  $\sigma$ . Para el caso en el que la velocidad de dispersión es la velocidad de dispersión estadística, la velocidad media del planetesimal es igual a la velocidad circular kepleriana del protoplaneta.

A continuación calculamos esta velocidad tanto para el caso plano como el espacial.

#### 2.3.1 Plano

Para el caso plano,  $\langle \bar{V} \rangle = \bar{v}_0$ . Luego  $v_{DP} = \sigma_p$  y se cumple la siguiente igualdad

$$\sigma_p^2 = \langle (\bar{V} - \bar{v}_0)^2 \rangle = \langle \bar{V}^2 \rangle - \langle \bar{v}_0^2 \rangle, \quad (2.30)$$

llegando a

$$\sigma_p^2 = \langle \bar{V}^2 \rangle - v_0^2 = v_0^2 (1 - (1 - e^2)^{1/2}). \quad (2.31)$$

Notar que cuando  $e = 0$ ,  $\sigma_p = 0$  mientras que si  $e = 1$ ,  $\sigma_p = v_0$ .

#### 2.3.2 Espacial

Para el caso espacial,  $\langle \bar{V} \rangle = \bar{v}_{0S}$ . Luego  $v_{DS} = \sigma_S$  y se cumple la siguiente igualdad

$$\sigma_S^2 = \langle (\bar{V} - \bar{v}_{0S})^2 \rangle = \langle \bar{V}^2 \rangle - \langle \bar{v}_{0S}^2 \rangle, \quad (2.32)$$

llegando a

$$\sigma_S^2 = \langle \bar{V}^2 \rangle - v_{0S}^2 = v_0^2 (1 - (1 - e^2)^{1/2}). \quad (2.33)$$

Luego  $\sigma_S^2 = \sigma_p^2$ . Si  $e = 0$ ,  $\sigma_S = \sigma_p = 0$  mientras que si  $e = 1$ ,  $\sigma_S = \sigma_p = v_0$ .

## 2.5. Cálculo de la velocidad aleatoria estocástica

En esta sección estudiamos el encuentro al azar de dos órbitas independientes en la intersección de las mismas, en contraste con la sección previa en la que se aplicó la aproximación de partícula en una caja para estudiar el encuentro de un planetesimal con el protoplaneta.

### 2.5.1. Caso plano

En esta sección calculamos la velocidad relativa cuadrática media entre órbitas no relacionadas, i.e., el cuadrado de la velocidad aleatoria estocástica para el caso plano,  $v_{2sto}^2$ .

En la sección 2.4.1, las coordenadas polares eran adecuadas para el caso plano ya que en el modelo de partícula en una caja, la órbita del protoplaneta al igual que la del planetesimal tienen el mismo ángulo azimutal  $\varphi$ . Sin embargo, dado que en esta sección la órbita circular del planeta y la órbita elíptica del planetesimal son independientes entre ellas, las coordenadas cartesianas son más apropiadas.

La posición  $R$  de  $m$  en coordenadas cartesianas  $(x_p, y_p)$  en el sistema de la órbita es

$$\begin{aligned} x_p &= R \cos \varphi \\ y_p &= R \sin \varphi, \end{aligned} \quad (2.34)$$

donde  $\varphi$  es la anomalía verdadera con el eje x apuntando hacia el pericentro. De la ecuación 2.34, el vector de velocidad del planetesimal  $m$  está dado entonces por

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= -R\dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{R} \cos \varphi \\ \dot{y}_p &= R\dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{R} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (2.35)$$

La velocidad circular del protoplaneta en coordenadas cartesianas en el sistema de la órbita del planetesimal es

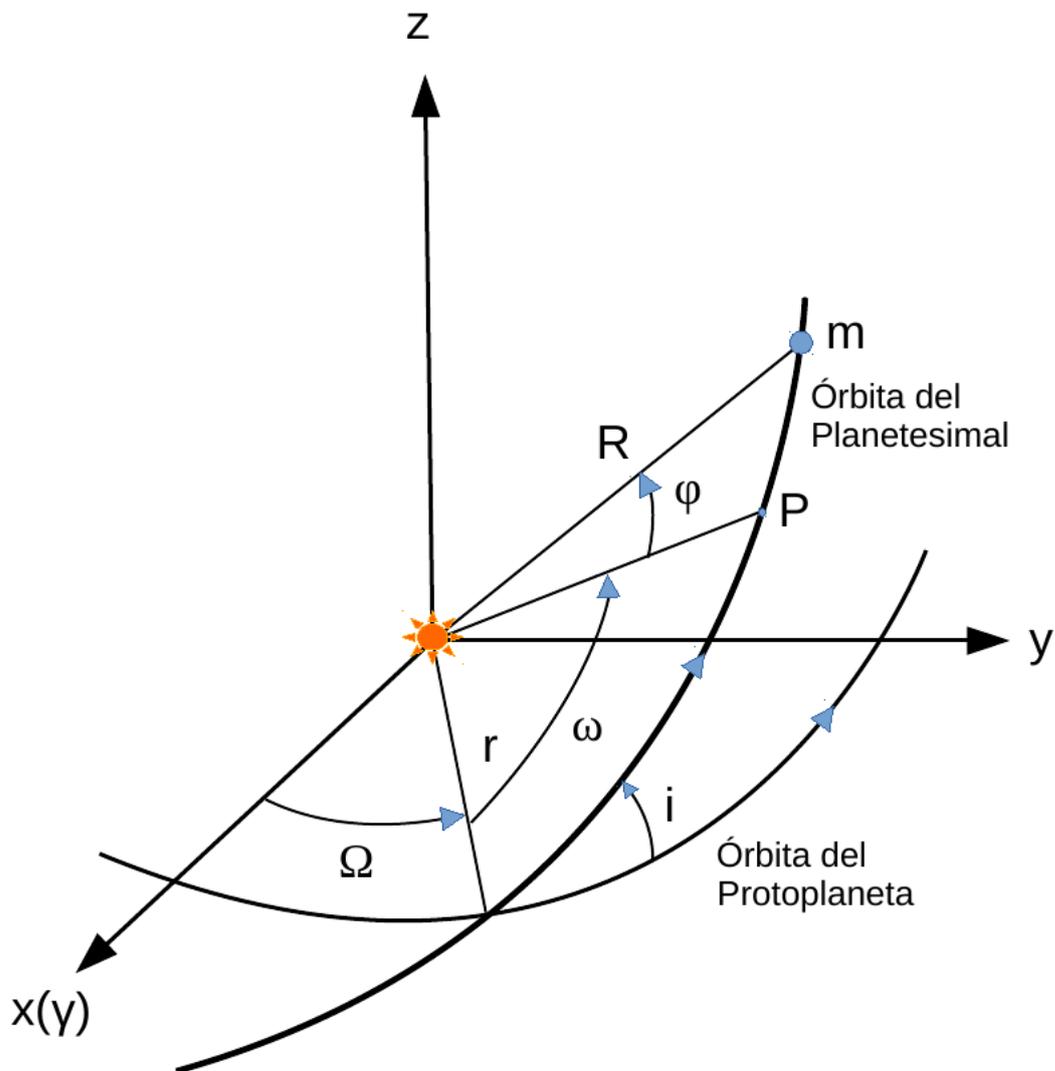
$$\begin{aligned} v_{p0x} &= v_0 \sin \varphi_1 \\ v_{p0y} &= v_0 \cos \varphi_1, \end{aligned} \quad (2.36)$$

donde  $\varphi_1$  es el ángulo azimutal de la órbita del protoplaneta medido desde el eje x apuntando hacia el pericentro de la órbita del planetesimal. A diferencia del modelo de partícula en una caja de la sección 2.4.1, la órbita del protoplaneta y la del planetesimal tienen diferentes ángulos azimutales, i.e.,  $\varphi \neq \varphi_1$ .

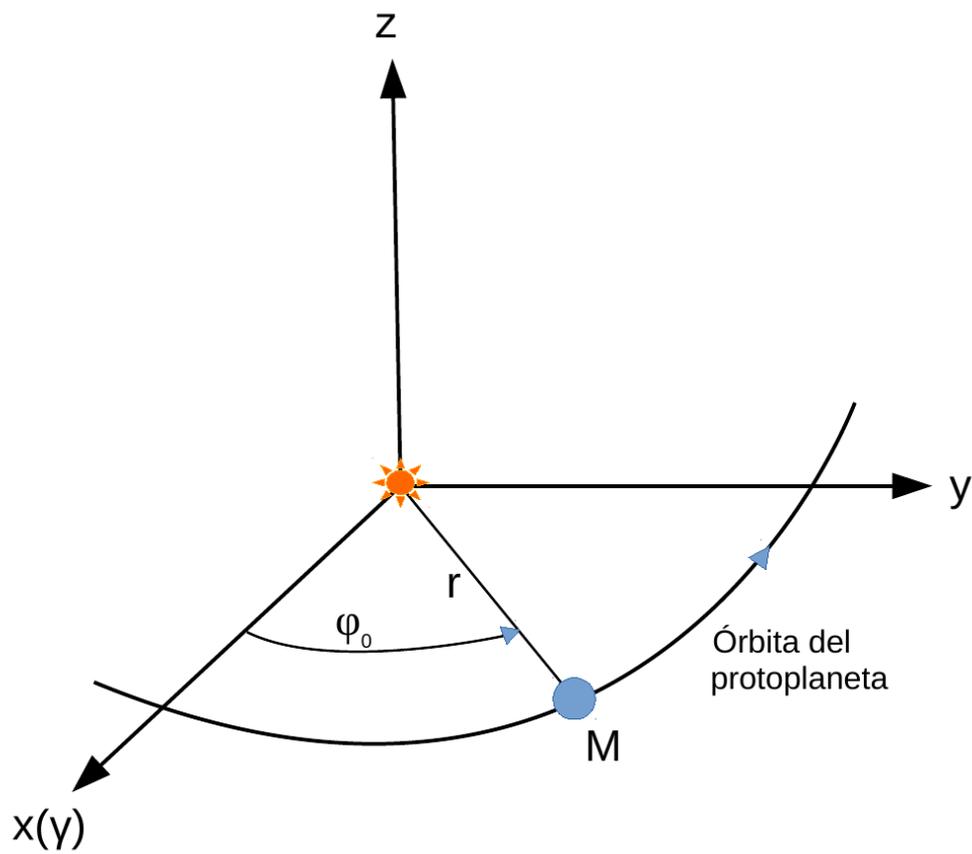
Reemplazando las ecuaciones 2.9, 2.7 y 2.8 en la ecuación 2.35, el vector de velocidad relativa  $(\dot{x}_p - v_{p0x}, \dot{y}_p - v_{p0y})$ , en la intersección de las órbitas ( $R = a_0$ ), se obtiene restando las ecuaciones 2.35 y 2.36. Luego, elevando al cuadrado  $(\dot{x}_p - v_{p0x}, \dot{y}_p - v_{p0y})$  y promediando, de acuerdo a la ecuación 2.14, sobre los ángulos  $\varphi$  y  $\varphi_1$ , el cuadrado de la velocidad aleatoria estocástica  $v_{2sto}^2$  es (ver apéndice A)

$$v_{2sto}^2 = \langle (\dot{x}_p - v_{p0x})^2 \rangle + \langle (\dot{y}_p - v_{p0y})^2 \rangle = v_0^2 (3 - (1 - e^2)^{1/2}). \quad (2.37)$$

Vemos de la ecuación 2.37, que para un planetesimal con  $e = 0$ ,  $v_{2sto}^2 = 2v_0^2$  mientras que para  $e = 1$ ,  $v_{2sto}^2 = 3v_0^2$ . Los casos  $e = 0$  y  $e = 1$  representan los límites de las posibles configuraciones orbitales en el plano.



**Figura 2.2.** Diagrama de la configuración orbital en el espacio. El marco de referencia está centrado en la estrella y el eje  $x$  apunta en la dirección del equinoccio vernal. La órbita circular del protoplaneta  $M$  es en plano  $(x, y)$ .  $R$  es la distancia entre el planetesimal  $m$  y la estrella central.  $i$  es la inclinación de la órbita del planetesimal con respecto al plano orbital del protoplaneta.  $r$  es la distancia entre el nodo y la estrella central ( $r = a_0$ ).  $P$  es el pericentro de la órbita de  $m$ . Los ángulos  $\Omega, \omega, \varphi$  son la longitud del nodo ascendente, la longitud del pericentro y la anomalía verdadera de la órbita de  $m$ , respectivamente.



**Figura 2.3.** Diagrama de la órbita circular del protoplaneta. El marco de referencia se centra en la estrella y el eje  $x$  apunta en la dirección del equinoccio vernal. La órbita está en el plano  $(x, y)$  donde  $a_0$  es el radio y  $\varphi_0$  es su anomalía verdadera.

### 2.5.2. Caso espacial

En esta sección calculamos la velocidad relativa cuadrática media entre dos órbitas no relacionadas en el espacio, que llamamos, la velocidad aleatoria estocástica cuadrática,  $v_{3sto}^2$ .

En la sección 2.4.2, las coordenadas cilíndricas para el caso espacial eran apropiadas para el modelo de partícula en una caja, mientras que en esta sección, la órbita circular del planeta y la órbita elíptica inclinada del planetesimales son independientes entre ellas por lo que las coordenadas cartesianas se vuelven más convenientes.

Las órbitas elíptica de  $m$  y circular de  $M$  se muestran en la figura 2.2, donde  $i$  es la inclinación de la órbita elíptica del planetesimales con respecto al plano orbital del protoplaneta  $(x, y)$ , siendo  $\Omega$ ,  $\omega$  y  $\varphi$ , la longitud del nodo ascendente, la longitud del pericentro y la anomalía verdadera de la órbita de  $m$ , respectivamente. La posición  $R$  de  $m$  en coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  es (ver Murray, 2000)

$$\begin{aligned} x &= R(\cos \Omega \cos (\omega + \varphi) - \sin \Omega \sin (\omega + \varphi) \cos i) \\ y &= R(\sin \Omega \cos (\omega + \varphi) + \cos \Omega \sin (\omega + \varphi) \cos i) \\ z &= R \sin (\omega + \varphi) \sin i. \end{aligned} \quad (2.38)$$

De la ecuación 2.38, se sigue que el vector velocidad del planetesimal  $m$  es

$$\begin{aligned} \dot{x} &= R\dot{\varphi}(-\cos \Omega \sin (\omega + \varphi) - \sin \Omega \cos (\omega + \varphi) \cos i) \\ &\quad + \dot{R}(\cos \Omega \cos (\omega + \varphi) - \sin \Omega \sin (\omega + \varphi) \cos i) \\ \dot{y} &= R\dot{\varphi}(-\sin \Omega \sin (\omega + \varphi) + \cos \Omega \cos (\omega + \varphi) \cos i) \\ &\quad + \dot{R}(\sin \Omega \cos (\omega + \varphi) \cos i) \\ \dot{z} &= R\dot{\varphi} \cos (\omega + \varphi) \sin i + \dot{R} \sin (\omega + \varphi) \sin i. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Reemplazando la ecuación 2.7 y la ecuación 2.8 en la ecuación 2.39 obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{v_0}{(1-e^2)^{1/2}(1+\tilde{a})^{1/2}} [(1+e \cos \varphi)(-\sin (\omega + \varphi) \cos \Omega \\ &\quad - \sin \Omega \cos (\omega + \varphi) \cos i) + e \sin \varphi(\cos \Omega \cos (\omega + \varphi) \\ &\quad - \sin \Omega \sin (\omega + \varphi) \cos i)] \\ \dot{y} &= \frac{v_0}{(1-e^2)^{1/2}(1+\tilde{a})^{1/2}} [(1+e \cos \varphi)(-\sin \Omega \sin (\omega + \varphi) \\ &\quad + \cos \Omega \cos (\omega + \varphi) \cos i) + e \sin \varphi(\sin \Omega \cos (\omega + \varphi) \\ &\quad + \cos \Omega \sin (\omega + \varphi) \cos i)] \\ \dot{z} &= \frac{v_0 \sin i}{(1-e^2)^{1/2}(1+\tilde{a})^{1/2}} [(1+e \cos \varphi) \cos (\omega + \varphi) \\ &\quad + e \sin \varphi \sin (\omega + \varphi)]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

La velocidad circular del protoplaneta en coordenadas cartesianas es

$$\begin{aligned}
 v_{0x} &= v_0 \sin \varphi_0 \\
 v_{0y} &= v_0 \cos \varphi_0 \\
 v_{0z} &= 0,
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

donde  $\varphi_0$  es el ángulo azimutal de la órbita del protoplaneta (ver figura 2.3). Notar que mientras que en esta sección  $\varphi_0$  se mide desde el eje x hacia el nodo ascendente, en la sección 2.5.1 no hay nodos ( $\Omega = 0$ ), luego  $\varphi_1$  se mide desde el eje x apuntando hacia el pericentro de la órbita del planetesimal.

En contraste con el modelo de partícula en una caja de la sección 2.4.2, la órbita del protoplaneta y la del planetesimal tienen diferentes ángulos azimutales, i.e.,  $\varphi \neq \varphi_0$ .

Las componentes de la velocidad relativa en la intersección de las órbitas ( $R = a_0$ ) se expresan de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 \dot{x} - v_{0x} &= \frac{v_0}{(1 - e^2)^{1/2}(1 + \tilde{a})^{1/2}} [(1 + e \cos \varphi)(-\sin(\omega + \varphi) \\
 &\quad \cos \Omega - \sin \Omega \cos(\omega + \varphi) \cos i) + e \sin \varphi(\cos \Omega \cos(\omega + \varphi) \\
 &\quad - \sin \Omega \sin(\omega + \varphi) \cos i)] - v_0 \sin \varphi_0 \\
 \dot{y} - v_{0y} &= \frac{v_0}{(1 - e^2)^{1/2}(1 + \tilde{a})^{1/2}} [(1 + e \cos \varphi)(-\sin(\omega + \varphi) \\
 &\quad \sin \Omega + \cos \Omega \cos(\omega + \varphi) \cos i) + e \sin \varphi(\sin \Omega \\
 &\quad \cos(\omega + \varphi) + \cos \Omega \sin(\omega + \varphi) \cos i)] - v_0 \cos \varphi_0 \\
 \dot{z} &= \frac{v_0 \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}(1 + \tilde{a})^{1/2}} [(1 + e \cos \varphi) \cos(\omega + \varphi) \\
 &\quad + e \sin \varphi \sin(\omega + \varphi)].
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Reemplazando la ecuación 2.9 en la ecuación 2.42, elevando las componentes al cuadrado y promediando de acuerdo a la ecuación 2.14 sobre la intersección, obtenemos (ver apéndice A)

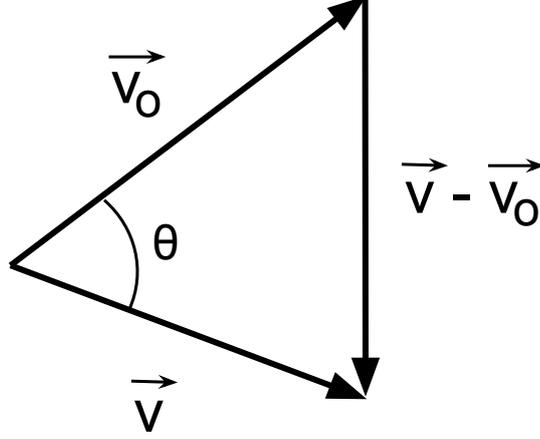
$$\begin{aligned}
 \langle (\dot{x} - v_{0x})^2 \rangle &= \frac{v_0^2}{4} [(2 - (1 - e^2)^{1/2})(1 + \cos^2 i) + 2] \\
 \langle (\dot{y} - v_{0y})^2 \rangle &= \frac{v_0^2}{4} [4 - (1 - e^2)^{1/2} + (2 - (1 - e^2)^{1/2}) \cos^2 i] \\
 \langle \dot{z}^2 \rangle &= v_0^2 \sin^2 i \left( 1 - \frac{(1 - e^2)^{1/2}}{2} \right).
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

El cuadrado de la velocidad aleatoria estocástica  $v_{3sto}^2$  está dado entonces por

$$v_{3sto}^2 = \langle (\dot{x} - v_{0x})^2 \rangle + \langle (\dot{y} - v_{0y})^2 \rangle + \langle \dot{z}^2 \rangle. \tag{2.44}$$

Finalmente, reemplazando la ecuación 2.43 en la ecuación 2.44, tenemos que

$$v_{3sto}^2 = \langle ((\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) - (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}))^2 \rangle = v_0^2 (3 - (1 - e^2)^{1/2}). \tag{2.45}$$



**Figura 2.4.** Diagrama vectorial de velocidades.

Luego,  $v_{3sto}^2 = v_{2sto}^2 = v_{sto}^2$ .

Debe notarse que  $v_{sto}$  resulta independiente de la inclinación orbital  $i$  dado que los términos dependientes de  $i$  se compensan por promediar en todas las configuraciones geométricas posibles. Como en el caso plano, podemos ver de la ecuación 2.45, que para un planetesimal con  $e = 0$ ,  $v_{3sto}^2 = v_{2sto}^2 = v_{sto}^2 = 2v_o^2$  mientras que para  $e = 1$ ,  $v_{3sto}^2 = v_{2sto}^2 = v_{sto}^2 = 3v_o^2$ . Los casos  $e = 0$  y  $e = 1$  representan los límites de las posibles configuraciones orbitales. En el primer caso ( $e = 0$ ),  $v_{sto}^2$  es el cuadrado del módulo del vector de velocidad relativa entre dos vectores con módulo  $v_0$  y cualquier dirección promediada en todos los ángulos posibles entre los dos vectores. En el segundo caso ( $e = 1$ ),  $v_{sto}^2$  representa el cuadrado del módulo del vector de velocidad relativa cuando la órbita parabólica del planetesimal cruza la órbita circular del protoplaneta, promediada en todas las posibles configuraciones geométricas (Parisi & Brunini, 1997; Brunini et al., 2002; Parisi et al., 2008; Parisi & Del Valle, 2011; Parisi, 2011).

Podemos interpretar este resultado vectorialmente. En la figura 2.4 presentamos un diagrama vectorial donde  $\vec{v}_0$  es la velocidad del protoplaneta,  $\vec{v}$  es la velocidad del planetesimal en el momento en que se encuentran (en la intersección de las órbitas) y  $\theta$  el ángulo de separación entre los vectores. La resta de dichos vectores al cuadrado es

$$(\vec{v} - \vec{v}_0)^2 = v^2 + v_0^2 - 2vv_0 \cos \theta. \quad (2.46)$$

Como el ángulo entre los vectores de velocidad cuando los objetos se encuentran puede tener cualquier valor (e.g. Parisi & Brunini, 1997; Brunini et al., 2002), promediamos en  $\theta$  obteniendo

$$\langle (\vec{v} - \vec{v}_0)^2 \rangle = v^2 + v_0^2. \quad (2.47)$$

La ecuación 2.47 no es más que la velocidad aleatoria estocástica:  $\langle (\vec{v} - \vec{v}_0)^2 \rangle = v_{3sto}^2$ . Por lo tanto, cuando  $e = 0$  la velocidad del planetesimal  $v$  es igual a la velocidad circular del protoplaneta  $v_0$  y cuando  $e = 1$  la velocidad del planetesimal es la parabólica  $v^2 = 2v_0^2$ . Si reemplazamos cada caso en la ecuación 2.47, tenemos que

$$v_{3sto}^2 = \begin{cases} 2v_0^2 & \text{cuando } e = 0, v = v_0 \\ 3v_0^2 & \text{cuando } e = 1, v^2 = 2v_0^2, \end{cases} \quad (2.48)$$

obteniendo los mismos límites dinámicos superior e inferior de nuestro cálculo de la velocidad estocástica aleatoria.

### 2.5.3. Caso particular: Velocidad de dispersión estadística

Análogamente a la sección 2.4.3, calculamos el caso particular en el que la velocidad media del planetesimal es igual a la velocidad circular kepleriana del protoplaneta. Así, la velocidad aleatoria estocástica es la velocidad de dispersión estadística.

#### 3.3.1 Plano

Para el caso plano,  $\langle (\dot{x}_p, \dot{y}_p) \rangle = (v_{p0x}, v_{p0y})$ . Luego,  $v_{2sto} = \sigma_{psto}$  y se cumple la siguiente igualdad

$$\begin{aligned} \sigma_{psto}^2 = \langle [(\dot{x}_p, \dot{y}_p) - (v_{p0x}, v_{p0y})]^2 \rangle &= \langle (\dot{x}_p, \dot{y}_p)^2 \rangle \\ &\quad - \langle (v_{p0x}, v_{p0y})^2 \rangle, \end{aligned} \quad (2.49)$$

llegando a

$$\sigma_{psto}^2 = v_0^2(1 - (1 - e^2)^{1/2}). \quad (2.50)$$

Notar que cuando  $e = 0$ ,  $\sigma_{pstop} = 0$  mientras que si  $e = 1$ ,  $\sigma_{psto} = v_0$ . Estos resultados son los mismos que los obtenidos en la sección 2.4.3, i.e,  $\sigma_{psto}^2 = \sigma_S^2 = \sigma_p^2$ .

#### 3.3.2 Espacial

Para el caso espacial,  $\langle (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \rangle = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$ . Luego,  $v_{3sto} = \sigma_{Ssto}$  y se cumple la siguiente igualdad

$$\begin{aligned} \sigma_{Ssto}^2 = \langle [(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) - (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})]^2 \rangle &= \langle (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^2 \rangle \\ &\quad - \langle (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})^2 \rangle, \end{aligned} \quad (2.51)$$

llegando a

$$\sigma_{Ssto}^2 = v_0^2(1 - (1 - e^2)^{1/2}). \quad (2.52)$$

El resultado de la ecuación 2.52 es el mismo que el obtenido en la sección 2.4.3. Luego,  $\sigma_{Ssto}^2 = \sigma_{psto}^2 = \sigma_S^2 = \sigma_p^2$ . Si  $e = 0$ ,  $\sigma_{Ssto} = \sigma_{psto} = \sigma_S = \sigma_p = 0$  mientras que si  $e = 1$ ,  $\sigma_{Ssto} = \sigma_{psto} = \sigma_S = \sigma_p = v_0$ .

En la tabla 2.1, presentamos las expresiones de las velocidades calculadas en las Secciones 2.4 y 2.5, y las expresiones de las velocidades de dispersión estándares para el caso plano y espacial.

## 2.6. Resultados y aplicaciones de la velocidad de dispersión

Como hemos remarcado previamente, la velocidad de dispersión estándar a primer orden que se utiliza en los modelos de formación planetaria (e.g. Morbidelli et al., 2009; Guilera et al., 2014; Chambers, 2014), es válida para valores pequeños de las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales. Sin embargo, como muestran los estudios de Thommes et al. (2003), Guilera et al. (2010) y Fortier et al. (2013), durante la formación de planetas gigantes, las excentricidades de los planetesimales aumentan a valores incluso mayores que 0.2-0.4.

La velocidad de dispersión estándar a primer orden es también utilizada en modelos colisionales de la formación y evolución del cinturón de asteroides y de la región transneptuniana (Stern et al., 1997; Morbidelli et al., 2009; Beitz et al., 2016). No obstante, la presente distribución de elementos orbitales de los asteroides y objetos transneptunianos <sup>(i)</sup> <sup>(ii)</sup>, muestra que los asteroides, cometas y objetos transneptunianos pueden llegar a excentricidades de  $\sim 0.9$  y en algunos casos hasta órbitas casi parabólicas.

Los resultados que hemos obtenidos son generales y tienen múltiples aplicaciones, como por ejemplo el estudio del crecimiento planetario; el origen y fragmentación de planetesimales durante la formación planetaria; la formación y evolución colisional de asteroides, objetos transneptunianos y satélites regulares como así también su compactación, craterización y disrupción; la captura de satélites irregulares por un protoplaneta en crecimiento; y la migración de protoplanetas y planetesimales por interacciones gravitatorias. A continuación describiremos algunos de estos fenómenos. En el capítulo 4 presentamos la aplicación de la velocidad de dispersión que calculamos a nuestro modelo de formación planetaria. En los resultados de este capítulo, se asume  $M_\star = M_\odot$ .

### 2.6.1. Caso plano

El cuadrado de la velocidad de dispersión  $v_{DP}^2$  dado por las ecuaciones 2.19 y 2.20 hasta segundo orden en  $e$  es el cuadrado de la velocidad de dispersión estándar  $v_{2std}^2$  utilizado en la literatura

$$v_{2std}^2 = v_0^2 \left( \frac{5}{8} e^2 \right). \quad (2.53)$$

<sup>(i)</sup> <https://ssd.jpl.nasa.gov/?asteroids#orbitsh>

<sup>(ii)</sup> [https://ssd.jpl.nasa.gov/?sb\\_elem](https://ssd.jpl.nasa.gov/?sb_elem)

	Caso plano	Caso espacial
Velocidad de dispersión estándar	$v_{2std}^2 = v_0^2 \left( \frac{5}{8} e^2 \right)$	$v_{3std}^2 = v_0^2 \left( \frac{5}{8} e^2 + \frac{1}{2} i^2 \right)$
Velocidad de dispersión	$v_{DP}^2 = v_0^2 \left( \frac{5}{8} e^2 + \frac{79}{512} e^4 + \frac{617}{8192} e^6 + \dots \right)$	$v_{DS}^2 = v_0^2 \left[ 2 - 2 \cos i + e^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cos i \right) + e^4 \left( \frac{1}{8} + \frac{15}{512} \cos i \right) + e^6 \left( \frac{1}{16} + \frac{105}{8192} \cos i \right) + \dots \right]$
Caso particular: Velocidad de dispersión estadística	$\sigma_p^2 = v_0^2 (1 - (1 - e^2)^{1/2})$	$\sigma_S^2 = v_0^2 (1 - (1 - e^2)^{1/2})$
Velocidad estocástica	$v_{2sto}^2 = v_0^2 (3 - (1 - e^2)^{1/2})$	$v_{3sto}^2 = v_0^2 (3 - (1 - e^2)^{1/2})$
Caso particular: Velocidad de dispersión estadística	$\sigma_{psto}^2 = v_0^2 (1 - (1 - e^2)^{1/2})$	$\sigma_{Ssto}^2 = v_0^2 (1 - (1 - e^2)^{1/2})$

**Tabla 2.1.** Resumen de las velocidades calculadas en las Secciones 2.4 y 2.5, y la velocidad de dispersión estándar.

**Tabla 2.2.** Diferencia entre nuestros resultados de la velocidad de dispersión  $v_{DP}$  y la velocidad de dispersión estándar utilizada en la literatura  $v_{2std}$ , para el caso plano, expresada en  $\text{m s}^{-1}$ .  $(v_{DP(4to)} - v_{2std})$  está desarrollada hasta cuarto orden y  $(v_{DP(6to)} - v_{2std})$  hasta sexto orden.  $v_o$  es la velocidad circular local en  $\text{m s}^{-1}$ ,  $a_o$  es el semieje en UA, y  $e$  es la excentricidad orbital del planetesimal.

$e$	$a_o$ [AU]	$v_o$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]	$(v_{DP(4to)} - v_{2std})$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]	$(v_{DP(6to)} - v_{2std})$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]
0.2	1	29788	23.20	23.66
	3	17198	13.39	13.65
	5	13322	10.37	10.58
	30	5439	4.24	4.32
0.4	1	29788	184.24	198.55
	3	17198	106.37	114.60
	5	13322	82.39	88.77
	30	5439	33.64	36.24
0.7	1	29788	968.93	1192.82
	3	17198	559.22	688.44
	5	13322	433.19	533.28
	30	5439	176.86	217.72
0.9	1	29788	2023.29	2638.79
	3	17198	1167.75	1522.98
	5	13322	904.57	1180.36
	30	5439	369.31	481.90

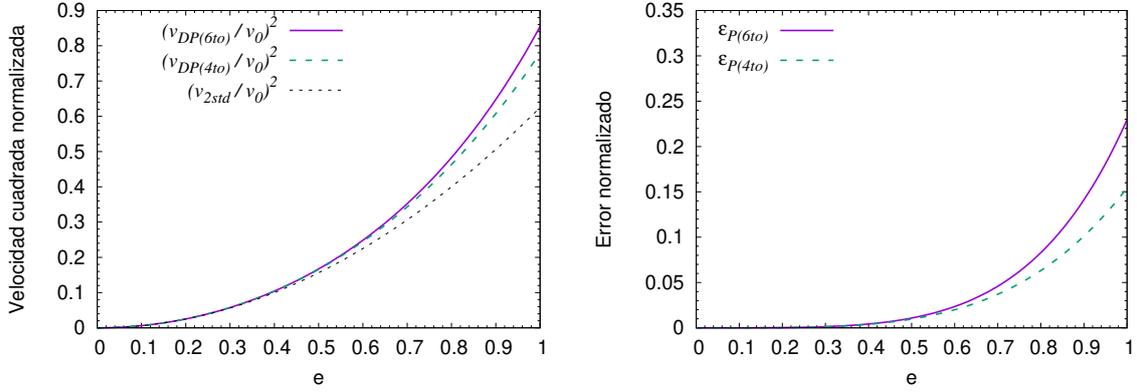
Los resultados de la ecuación 2.20 hasta cuarto y sexto orden, i.e.,  $v_{DP(4th)}^2$  y  $v_{DP(6th)}^2$  se muestran en la figura 2.5 (izquierda), donde  $v_{2std}^2$  también se muestra por comparación.

Podemos ver de la tabla 2.2 que la diferencia entre nuestro cálculo de la velocidad de dispersión y la expresión estándar, i.e.,  $(v_{DP} - v_{2std})$ , aumenta con la inclusión de términos de mayores órdenes así como con la excentricidad. Además, la tabla 2.2 muestra que  $(v_{DP} - v_{2std})$  decrece con  $a_o$ . Las diferencias que se muestran en la tabla 2.2 pueden ser significativas durante el proceso de formación planetaria, en particular para valores de  $e \geq 0.4$ .

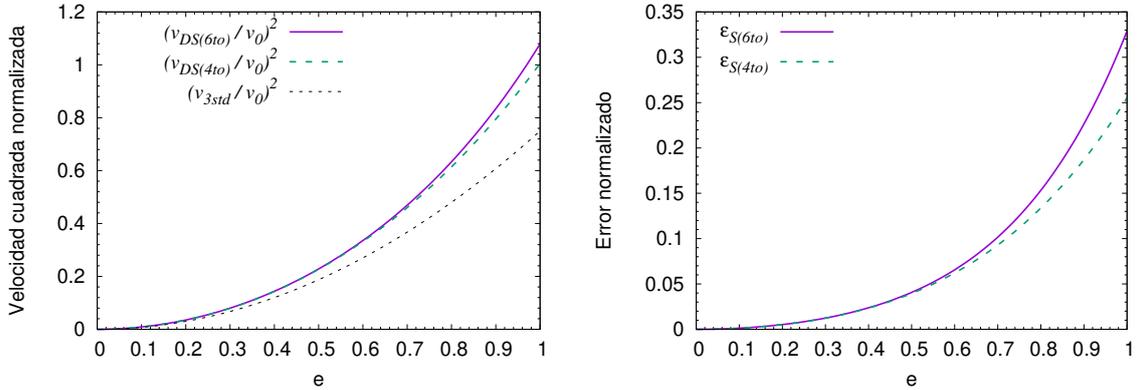
Para analizar y evaluar la magnitud de los errores que se generan al utilizar la velocidad de dispersión estándar, definimos el error normalizado  $\epsilon_p$  como

$$\epsilon_p = \frac{|v_{DP}^2 - v_{2std}^2|}{v_0^2}. \quad (2.54)$$

El error dado por la ecuación 2.54 a cuarto  $\epsilon_{p(4th)}$  y sexto  $\epsilon_{p(6th)}$  orden se muestra en la figura 2.5 (derecha). Analizando la figura 2.5, podemos ver que para excentricidades bajas, la aproximación a primer orden de la velocidad de dispersión resulta apropiada, ya que la inclusión de mayores órdenes es despreciable. Sin embargo, como veremos en secciones posteriores, cuando la velocidad de dispersión se encuentra en el denominador de una función, como por ejemplo en el enfocamiento gravitatorio, la inclusión de mayores órdenes en la velocidad de dispersión puede dejar de ser despreciable. Para  $e = 0.2$ ,  $\epsilon_{p(4to)}$  es  $9.875 \times 10^{-3}$  y  $\epsilon_{p(6to)}$  es  $1.0 \times 10^{-2}$  mientras que para  $e \geq 0.4$ , la inclusión de mayores órdenes no es despreciable ya que para  $e = 0.4$ ,  $\epsilon_{p(4to)}$  es  $3.95 \times 10^{-2}$  y  $\epsilon_{p(6to)}$   $4.26 \times 10^{-2}$ .



**Figura 2.5.** Caso plano. Izquierda: Dispersión cuadrática de velocidades normalizada  $(v_{DP}/v_0)^2$  como función de la excentricidad de la órbita del planetesimal  $e$  hasta sexto orden  $((v_{DP(6th)}/v_0)^2$ , línea sólida) y hasta cuarto orden  $((v_{DP(4th)}/v_0)^2$ , línea a trazos largos). El cuadrado de la velocidad de dispersión estándar  $v_{2std}^2$  normalizada se muestra con línea a trazos cortos. Derecha: El error entre  $v_{DP}^2$  y  $v_{2std}^2$  normalizado  $\epsilon_p$  como función de  $e$  a sexto orden ( $\epsilon_{p(6th)}$ , línea sólida) y a cuarto orden ( $\epsilon_{p(4th)}$ , línea a trazos largos).



**Figura 2.6.** Caso espacial. Izquierda: Dispersión cuadrática de velocidades normalizada  $(v_{DS}/v_0)^2$  como función de la excentricidad de la órbita del planetesimal  $e$  hasta sexto orden  $(v_{DS(6th)}/v_0)^2$ , línea llena) y hasta cuarto orden  $(v_{DS(4th)}/v_0)^2$ , línea a trazos largos). El cuadrado de la velocidad de dispersión estándar  $v_{3std}^2$  se muestra con línea a trazos cortos. Derecha: El error entre  $v_{DS}^2$  y  $v_{3std}^2$  normalizado  $\epsilon_S$  como función de  $e$  hasta sexto orden ( $\epsilon_{S(6to)}$ , línea sólida) y hasta cuarto orden ( $\epsilon_{S(4to)}$ , línea a trazos largos). En todos los casos asumimos  $i = e/2$ .

### 2.6.2. Caso espacial

El cuadrado de la velocidad de dispersión estándar en el espacio  $v_{3std}^2$  se calcula como la ecuación 2.53 (que es el primer término de la ecuación 2.20) más la contribución de una oscilación vertical, donde generalmente se asume  $\sin i \sim i$ , y está dada por (Lissauer & Stewart, 1993)

$$v_{3std}^2 = v_0^2 \left( \frac{5}{8} e^2 + \frac{1}{2} i^2 \right). \quad (2.55)$$

Los resultados de la ecuación 2.27 hasta cuarto y sexto orden en  $e$ , i.e.,  $v_{DS(4th)}^2$  y  $v_{DS(6th)}^2$  se muestran en la figura 2.6 (izquierda), incluímos a su vez  $v_{3std}$  para su comparación. Para graficar la figura 2.6 asumimos la condición de equilibrio dada por  $i = e/2$  (e.g. Parisi, 2013). Análogamente al caso plano, definimos el error normalizado  $\epsilon_s$  como

$$\epsilon_s = \frac{|v_{DS}^2 - v_{3std}^2|}{v_0^2}. \quad (2.56)$$

El error a cuarto  $\epsilon_{s(4th)}$  y sexto  $\epsilon_{s(6th)}$  orden se presenta en la figura 2.6 (derecha). Para  $e = 0.4$ ,  $(v_{DS} - v_{3std})$  es  $\sim 0.03v_0$ , mientras que para  $e = 0.8$ ,  $(v_{DS} - v_{3std})$  es  $\sim 0.1v_0$ .

En la figura 2.7, donde se muestran histogramas de la distribución de excentricidades e inclinaciones de asteroides (*minor planets*), podemos ver que la mayor cantidad de objetos actualmente poseen excentricidades menores a 0.4. Si bien estos datos indicarían que nuestras mejoras a la velocidad de dispersión se podrían aplicar a un porcentaje pequeño de objetos, como hemos mencionado anteriormente, esta velocidad se utiliza en modelos de formación planetaria donde pequeñas diferencias en esta aproximación podrían generar cambios evolutivos de la formación de los planetas que analizaremos a continuación. En particular, la velocidad de dispersión juega un rol importante en la probabilidad de colisión entre planetesimales en los modelos de formación planetaria que incluyen la fragmentación de planetesimales (Morbidelli et al., 2009; Guilera et al., 2014) como así también en la tasa de acreción de sólidos del protoplaneta (Guilera et al., 2010, 2014). A continuación estudiamos el impacto de la inclusión de nuestro desarrollo de la velocidad de dispersión en dichas cantidades.

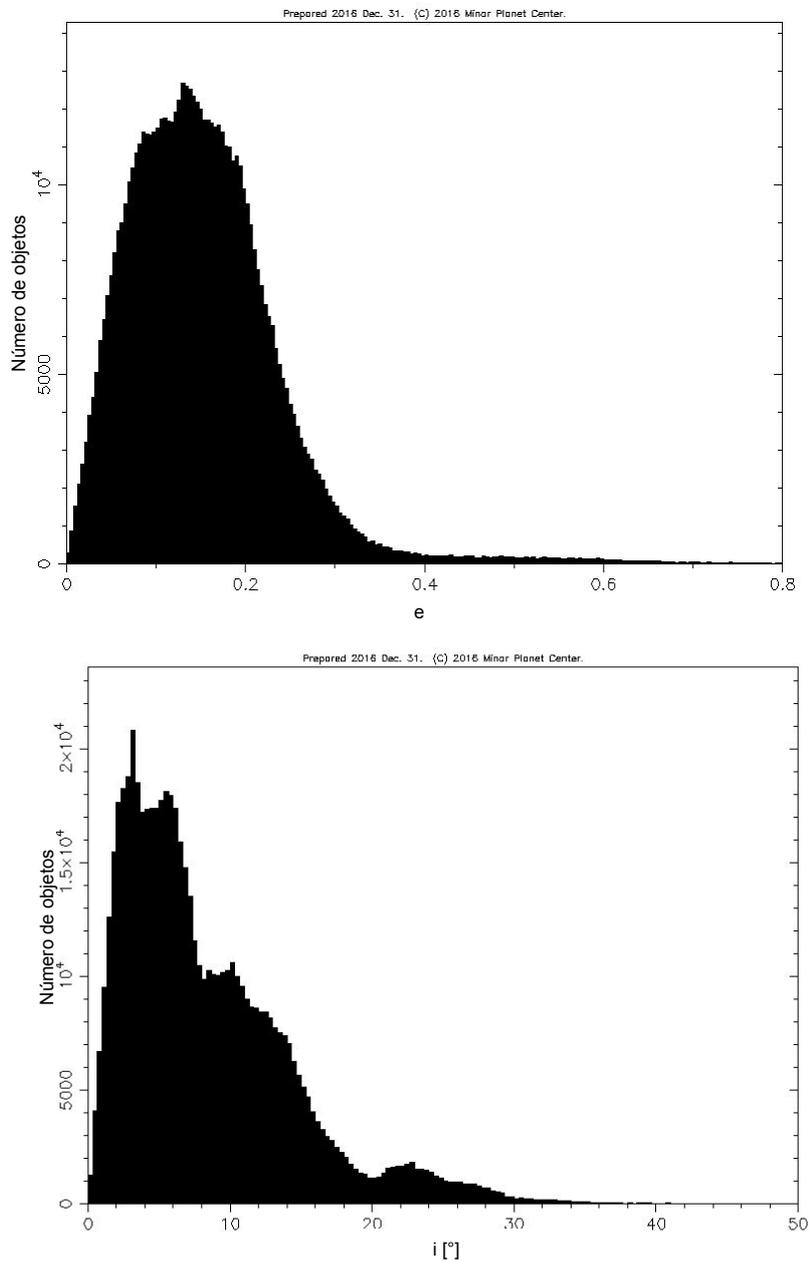
### 2.6.3. Tasas de acreción

La tasa de acreción de sólidos  $\dot{M}$  de un protoplaneta tipo terrestre o del núcleo de un planeta gigante en el marco del escenario de acreción del núcleo está dada por (Lissauer & Stewart, 1993)

$$\dot{M} = \frac{2\sqrt{3}\pi^2 \Sigma(a_0) R_C^2 F_{Gstd}}{2P_r}, \quad (2.57)$$

donde  $\Sigma(a_0)$  y  $P_r$  son la densidad de masa superficial de planetesimales y el período de la órbita circular de  $M$  a una distancia  $a_0$  de la estrella central  $M_*$ .  $R_C$  es el radio de  $M$  y  $F_{Gstd}$  es el factor de enfocamiento gravitatorio estándar. Este último está dado por

$$F_{Gstd} = \left( 1 + \frac{v_e^2}{v_{3std}^2} \right), \quad (2.58)$$



**Figura 2.7.** Histogramas de la distribución de excentricidades (panel superior) e inclinaciones (panel inferior) de asteroides (*minor planets*) extraídos de la página del *Minor Planet Center* (<https://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/MPDistribution.html>), traducidos al castellano.

**Tabla 2.3.** Nuestros resultados de la excentricidad orbital mínima de un planetesimal  $e_{min}$  para la cual el régimen de dispersión es válido y la excentricidad orbital mínima de un planetesimal  $e_{std}$  para la cual el régimen estándar de altas velocidades es válido. Los resultados se muestran para un protoplaneta de masa  $M$  y radio  $R_C$  con una densidad media de  $3 \text{ gr cm}^{-3}$ .

$R_C$ [Km]	$1 \times 10^3$	$5 \times 10^3$	$1 \times 10^4$	$1.5 \times 10^4$
$M$ [ $M_{\oplus}$ ]	0.002	0.260	2.100	7.100
$e_{std}$	0.005	0.026	0.051	0.077
$e_{min}$	0.006	0.032	0.065	0.095

con  $v_{3sdt}^2$  dado por la ecuación 2.55 y siendo  $v_e$  la velocidad de escape en la superficie de  $M$ . Cuando las velocidades de los planetesimales decrecen, el factor de enfocamiento gravitatorio aumenta a aproximadamente dos veces el valor correspondiente al del problema de los dos cuerpos, vale decir, el enfocamiento gravitatorio aumenta a aproximadamente  $2F_{Gstd}$  y por lo tanto, el efecto de  $M_*$  debe ser tenido en cuenta ya que deja de ser válida la ecuación 2.58 (Greenzweig & Lissauer, 1990). Sin embargo, en el régimen de alta velocidad, el enfocamiento gravitatorio está bien aproximado por el modelo de partícula en una caja para dos cuerpos dado por la ecuación 2.58, en donde el efecto gravitatorio de  $M_*$  es despreciado (Greenzweig & Lissauer, 1990; Lissauer & Stewart, 1993). El régimen de alta velocidad es válido cuando se cumple  $\frac{\Delta}{e} \geq 4$  y  $\frac{\Delta}{i} \geq 2$ , donde  $\frac{\Delta}{e} = e/H$  y  $\frac{\Delta}{i} = i/H$  con  $H = (M/3M_*)^{1/3}$  (Greenzweig & Lissauer, 1990; Inaba et al., 2001; Guilera et al., 2010).

Los valores mínimos de  $e$ , que llamamos  $e_{std}$ , para los cuales el régimen estándar de alta velocidad es válido ( $e_{std}=4 H$ ) se muestran en la tabla 2.3 para  $M = 0.002, 0.026, 2.1$  y  $7.1 M_{\oplus}$  asumiendo  $M_*=M_{\odot}$ . Para el cálculo de  $R_C$ , que también se muestra en la tabla 2.3, adoptamos una densidad media  $\rho$  de  $3 \text{ gr cm}^{-3}$ .

En San Sebastián et al. (2019) (ver capítulo 4), adoptamos que el régimen dominado por dispersión es válido para el valor mínimo de la excentricidad  $e_{min}$  de la órbita de un planetesimal con semieje  $a$ , que satisface (Greenberg et al., 1991)

$$\frac{(a + a_0)e_{min}}{4} = 2.5Ha_0. \quad (2.59)$$

Sustituyendo el promedio de la ecuación 2.9 en la ecuación 2.6 y reemplazando la ecuación 2.6 en la ecuación 2.59, se obtiene la siguiente ecuación de tercer orden

$$e_{min}^3 - 10He_{min}^2 - 2e_{min} + 10H = 0. \quad (2.60)$$

La ecuación 2.60 tiene tres soluciones reales pero solo una raíz satisface  $0 < e_{min} < 1$ , que se encuentran en la tabla 2.3.

De nuestra expresión general del cuadrado de la velocidad de dispersión espacial, ecuación 2.27, el factor de enfocamiento gravitatorio  $F_G$  para  $e > e_{min}$  se expresa de la siguiente forma

$$F_G = \left( 1 + \frac{v_e^2}{v_{DS}^2} \right). \quad (2.61)$$

Sustrayendo las ecuaciones 2.58 y 2.61, se obtiene el error  $\epsilon_{FG}$  en el factor de enfocamiento

$$\epsilon_{FG} = F_{Gstd} - F_G, \quad (2.62)$$

y el error relativo  $\epsilon_F$  está dado por

$$\epsilon_F = \frac{F_{Gstd} - F_G}{F_G}. \quad (2.63)$$

Los resultados de  $\epsilon_{FG}$  y  $\epsilon_F$  como función de  $e$  para  $e > e_{min}$  se muestran en la figura 2.8 para tres valores de  $a_0$  de 1, 5 y 15 UA. Notar que la ecuación 2.27 depende de  $a_0$  a través de  $v_0$  (ecuación 2.4). Para cada valor de  $a_0$ , se toman tres valores de la tabla 2.3 para  $M$  y su correspondiente  $e_{min}$ . Para calcular las ecuaciones 2.62 y 2.63, se toma  $v_{DS}^2$  (ecuación 2.27) hasta sexto orden en  $e$  asumiendo  $i = e/2$ .

Podemos ver de la figura 2.8 que la tasa de acreción  $\dot{M}$  se encuentra sobrestimada, en el régimen en el que domina la dispersión, si se utiliza el factor de enfocamiento estándar dado por la ecuación 2.58. Luego de un número  $N$  de pasos, el error acumulado en  $M$  se vuelve proporcional a  $(N \epsilon_{FG})$ . Nuestros resultados de  $\epsilon_F$  muestran que el factor de enfocamiento dado por la ecuación 2.61 con  $v_{DS}^2$  hasta sexto orden en  $e$  reduce  $\dot{M}$  tal que para baja  $e$ ,  $\epsilon_F$  satura en 0.166 en todos nuestros casos. Esto significa que el factor de enfocamiento estándar está sobrestimado por un 16.6 por ciento en el cálculo de  $\dot{M}$  para las excentricidades más bajas. Es importante notar que  $\epsilon_F$  aumenta con  $M$  y  $a_0$ . Para  $a_0 = 5$  y 15 AU con  $M = 7 M_{\oplus}$ ,  $\epsilon_F \sim 0.3$  para grandes excentricidades, por ende, el factor de enfocamiento estándar se encuentra sobrestimado en un 30 por ciento.

### 2.6.4. Probabilidades de colisión

El número total estándar de colisiones entre proyectiles  $p$  y blancos  $T$  en un paso de tiempo dado  $\delta t$  está dado por (Lissauer & Stewart, 1993; Wetherill & Stewart, 1993; Morbidelli et al., 2009)

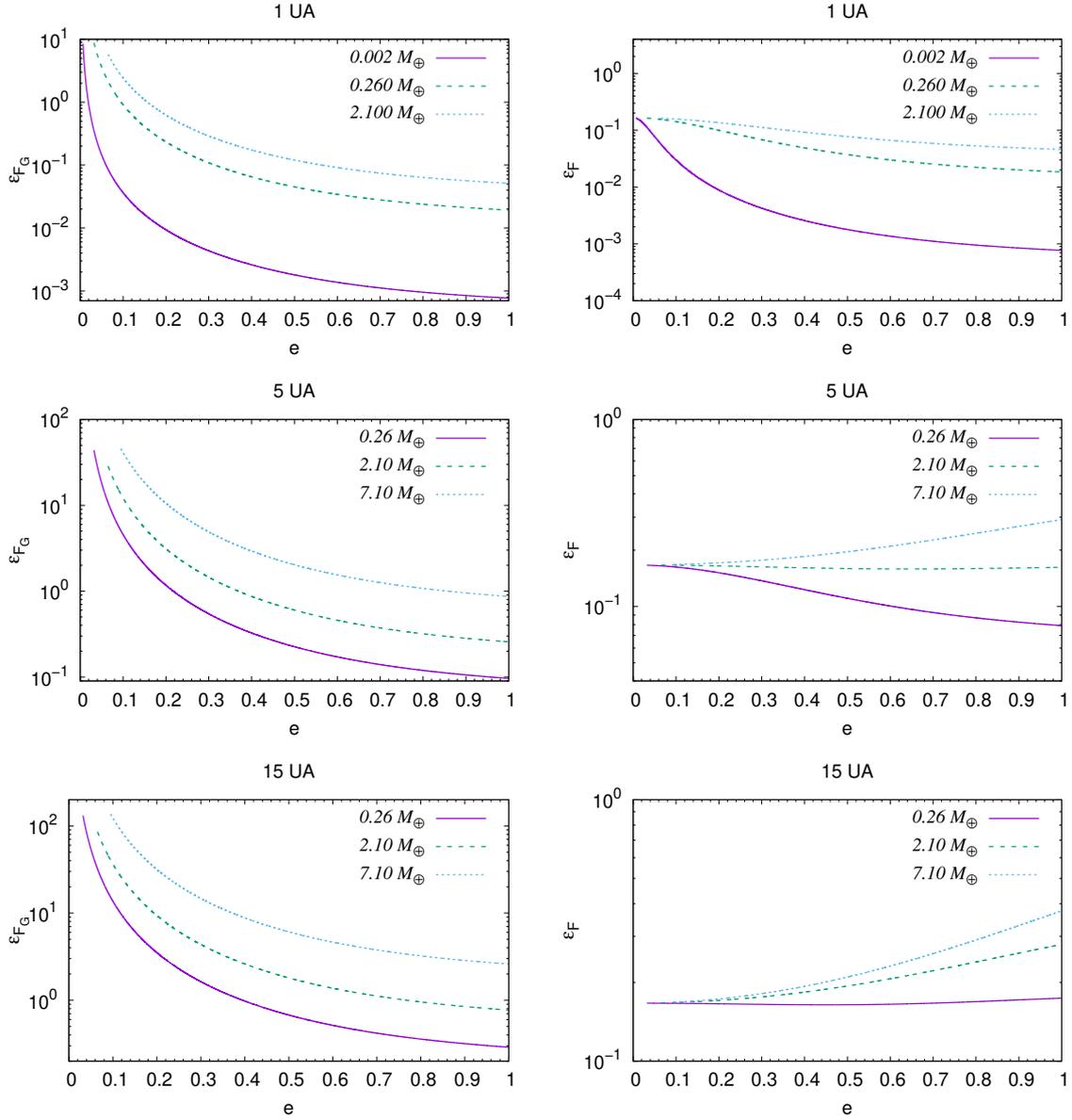
$$N_{Cstd}(p, T) = P_{Istd}(p, T) N_p N_T F_{Gstd}(p, T) \pi (R_p + R_T)^2 \delta t, \quad (2.64)$$

donde  $P_{Istd}(p, T)$  es la probabilidad intrínseca de colisión estándar,  $N_p$  y  $N_T$  es el número de partículas  $p$  y  $T$  contenida en el volumen estándar  $Vol_{std}$ ,  $R_p$  y  $R_T$  son los radios de las partículas  $p$  y  $T$ , y  $F_{Gstd}(p, T)$  es el factor de enfocamiento gravitatorio estándar. En el régimen de altas velocidades,  $F_{Gstd}(p, T)$  (ver sección 2.6.3) está dado por

$$F_{Gstd}(p, T) = \left( 1 + \frac{v_e^2(p, T)}{v_{3std}^2(p, T)} \right), \quad (2.65)$$

siendo  $v_e(p, T) = \sqrt{2G(M_p + M_T)/(R_p + R_T)}$  la velocidad de escape mutua entre el proyectil con masa  $M_p$  y el blanco con masa  $M_T$  en el punto de contacto. La velocidad relativa estándar al cuadrado  $v_{3std}^2(p, T)$  es  $v_{3std}^2(p, T) = v_{3std}^2(p) + v_{3std}^2(T)$ , donde  $v_{3std}^2(p)$  y  $v_{3std}^2(T)$  están dadas por la ecuación 2.55 con las excentricidades e inclinaciones del proyectil y el blanco,  $(e_p, i_p)$  y  $(e_T, i_T)$ , respectivamente.

La probabilidad de colisión intrínseca estándar está expresada de la siguiente forma (Lissauer & Stewart, 1993; Wetherill & Stewart, 1993; Morbidelli et al., 2009)



**Figura 2.8.** Error en el factor de enfocamiento  $\epsilon_{FG}$  (panel izquierdo) y el error relativo  $\epsilon_F$  (panel derecho) como función de  $e$  para  $e > e_{min}$ . Panel superior:  $a_0 = 1$  UA y  $M = 0.002, 0.260$  y  $2.100 M_\oplus$ . Panel medio:  $a_0 = 5$  UA y  $M = 0.260, 2.100$  y  $7.10 M_\oplus$ . Panel inferior:  $a_0 = 15$  AU y  $M = 0.260, 2.100$  y  $7.10 M_\oplus$ .  $M$  y su correspondiente  $e_{min}$  son tomados de la tabla 2.3. Para el cálculo de  $\epsilon_{FG}$  y  $\epsilon_F$ ,  $v_{DS}^2$  se calcula hasta sexto orden en  $e$  con  $i = e/2$ .

$$P_{Istd}(p, T) = \frac{\alpha v_{3std}(p, T)}{Vol_{std}}, \quad (2.66)$$

donde  $\alpha=0.855$  en régimen de altas velocidades y el volumen estándar  $Vol_{std}$  está dado a primer orden por (Morbidelli et al., 2009)

$$Vol_{std} = 4\pi H_c a_0 (\Delta a + 2a_0 e). \quad (2.67)$$

En las ecuaciones 2.67,  $\Delta a$  es el ancho total del anillo que usualmente se adopta como una parámetro ad hoc,  $e$  es la excentricidad media de los proyectiles, y  $H_c$  es la escala simétrica mutua de altura

$$H_c = a_0 \sqrt{\sin^2 i_p + \sin^2 i_T}. \quad (2.68)$$

Para obtener la expresión general de la ecuación 2.67, calculamos el volumen del anillo como  $VolG_{std} = 2H_c \pi (R_{extG}^2 - R_{intG}^2)$  donde  $R_{extG} = (a_0 + \Delta a/2)(1+e)$ , y  $R_{intG} = (a_0 - \Delta a/2)(1-e)$ . Luego, la expresión general de la ecuación 2.67 es

$$VolG_{std} = 4\pi H_c a_0 (\Delta a + 2a_0 e + \Delta a e^2 + \Delta a^2 e/2a_0), \quad (2.69)$$

donde podemos ver que, si nos quedamos solo con los términos a primer orden en  $\Delta a$  y  $e$ , recuperamos la ecuación 2.67.

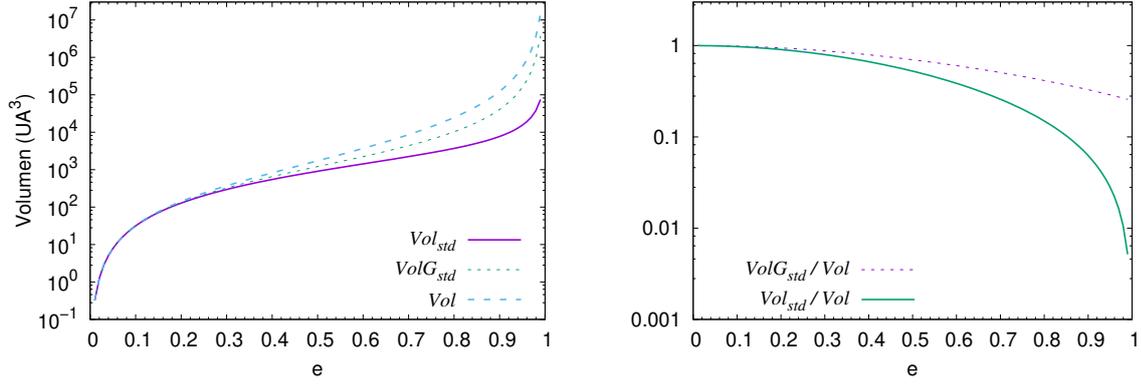
Con el fin de obtener una expresión del volumen para valores no arbitrarios del ancho total del anillo, calculamos el volumen  $Vol = 2H_c \pi (R_{ext}^2 - R_{int}^2)$ , donde  $R_{ext} = a_{Max}(1+e)$ , y  $R_{int} = a_{min}(1-e)$ . De la ecuación 2.6,  $a_{Max} = a_0(1 + \tilde{a}_{Max})$  y  $a_{min} = a_0(1 + \tilde{a}_{min})$ . Los valores de  $\tilde{a}_{Max}$  y  $\tilde{a}_{min}$  se obtienen de la ecuación 2.9 estableciendo  $\varphi = 0$  y  $\varphi = \pi$ , respectivamente. Luego, la expresión exacta del volumen es

$$Vol = 2H_c \pi a_0^2 \left[ \frac{(1+e)^2}{(1-e)^2} - \frac{(1-e)^2}{(1+e)^2} \right]. \quad (2.70)$$

En la figura 2.9 comparamos los distintos volúmenes calculados  $Vol_{std}$ ,  $VolG_{std}$  y  $Vol$ . Podemos ver que para bajos valores de la excentricidad los volúmenes son similares, mientras que para altos valores de la excentricidad las diferencias se vuelven significativas. La razón entre las ecuaciones 2.67 y 2.70 ( $Vol_{std}/Vol$ ) y entre las ecuaciones 2.69 y 2.70 ( $VolG_{std}/Vol$ ) se muestran en la figura 2.9, las que resultan independiente de  $a_0$ . Para calcular los resultados de la figura 2.9, tomamos  $\Delta a = a_{Max} - a_{min}$ . Los valores de  $\tilde{a}_{Max}$  y  $\tilde{a}_{min}$  se obtienen, como en el párrafo anterior, de la ecuación 2.6 definiendo  $\varphi = 0$  y  $\varphi = \pi$ , respectivamente. Adoptamos  $e_T = i_T = 0$ ,  $e_p = e$  y  $i_p = i = e/2$ . Vemos de la figura 2.9 (derecha) que el volumen estándar y nuestro cálculo general del volumen son menores que nuestro cálculo exacto del volumen y que dichas diferencias crecen con la excentricidad.

Podemos ver de la ecuación 2.64 que  $N_{Cstd}(p, T)$  depende de  $v_{3std}(p, T)$  a través del factor estándar  $Factor_{std}(p, T)$  aquí definido como

$$Factor_{std}(p, T) = P_{Istd}(p, T) F_{Gstd}(p, T). \quad (2.71)$$



**Figura 2.9.** Izquierda: Comparación entre el volumen estándar a primer orden  $Vol_{std}$  (línea sólida), nuestra expresión general para el volumen estándar  $VolG_{std}$  (línea punteada) y nuestro cálculo exacto del volumen  $Vol$  (línea a trazos) con  $a_0 = 5$  UA. Derecha: Cociente entre  $Vol_{std}$  y  $Vol$  (línea sólida) y entre  $VolG_{std}$  y  $Vol$  (línea punteada). Adoptamos  $e_T = i_T = 0$ ,  $e_p = e$ ,  $i_p = i = e/2$ . En el cálculo de  $Vol_{std}$  y  $VolG_{std}$  tomamos  $\Delta a = a_{Max} - a_{min}$ .

La expresión general de la probabilidad intrínseca de colisión  $P_I(p, T)$  es

$$P_I(p, T) = \frac{\alpha v_{DS}(p, T)}{Volume}, \quad (2.72)$$

siendo  $v_{DS}^2(p, T)$  el cuadrado de la velocidad relativa,  $v_{DS}^2(p, T) = v_{DS}^2(p) + v_{DS}^2(T)$ , donde  $v_{DS}^2(p)$  y  $v_{DS}^2(T)$  están dadas por la ecuación 2.27 para excentricidades e inclinaciones del proyectil y blanco  $(e_p, i_p)$  y  $(e_T, i_T)$ , respectivamente. El volumen  $Volume$  puede ser calculado como  $Vol$  o  $VolG_{std}$ .

Definimos  $Factor(p, T)$  como

$$Factor(p, T) = P_I(p, T)F_G(p, T), \quad (2.73)$$

donde  $F_G(p, T)$  (ver sección 2.6.3) es nuestro cálculo del factor de enfocamiento gravitatorio en el régimen de alta velocidad

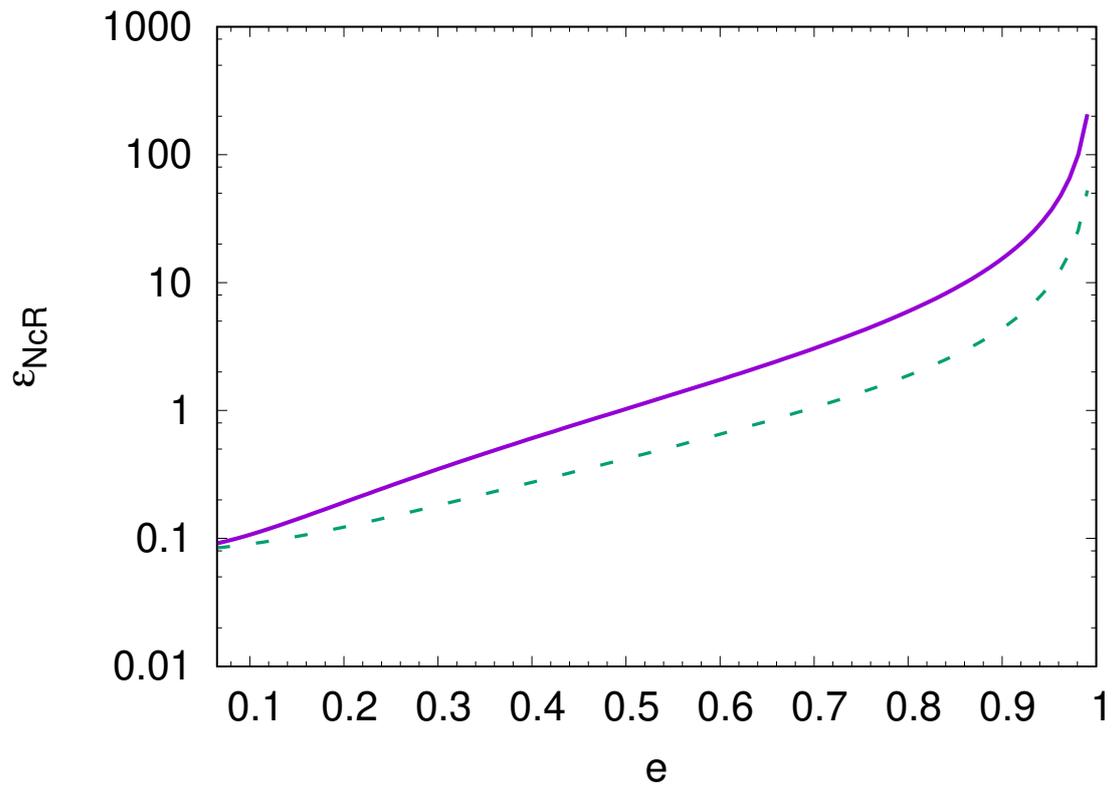
$$F_G(p, T) = \left( 1 + \frac{v_e^2(p, T)}{v_{DS}^2(p, T)} \right). \quad (2.74)$$

Restando las ecuaciones 2.71 y 2.73, se obtiene el error  $\epsilon_{Nc}$  en el número de colisiones entre proyectiles  $p$  y blancos  $T$

$$\epsilon_{Nc}(p, T) = P_{Istd}(p, T)F_{Gstd}(p, T) - P_I(p, T)F_G(p, T). \quad (2.75)$$

A fin de encontrar el error comparativo en el número de impactos, definimos aquí el error relativo  $\epsilon_{NcR(p, T)}$  como

$$\epsilon_{NcR(p, T)} = \frac{Factor_{std}(p, T) - Factor(p, T)}{Factor(p, T)}. \quad (2.76)$$



**Figura 2.10.** Error relativo  $\epsilon_{NcR}(p, T)$  en la tasa de impactos como función de  $e$  asumiendo  $M_T = M$  (with  $M_p \ll M$ ) para  $a_0 = 5$  UA con  $M = 2.1M_{\oplus}$ . Adoptamos  $e_T = i_T = 0$ ,  $e_p = e$ , e  $i_p = i = e/2$ . Para calcular  $\epsilon_{NcR}(p, T)$ ,  $v_{DS}^2$  se toma hasta sexto orden en  $e$ . Línea sólida:  $\epsilon_{NcR}(p, T)$  se calcula asumiendo  $Volume = Vol$ . Línea a trazos:  $\epsilon_{NcR}(p, T)$  se calcula asumiendo  $Volume = VolG_{std}$ .

En la figura 2.10, mostramos el error relativo  $\epsilon_{NcR(p,T)}$  para  $a_0 = 5$  UA y  $M = 2.1M_{\oplus}$ .  $\epsilon_{NcR(p,T)}$  se comporta de manera similar para diferentes valores de  $a_0$  y  $M$ . Para graficar la figura 2.10 asumimos  $e_T = i_T = 0$ ,  $e_p = e$  con  $e > e_{min}$ ,  $i_p = i = e/2$ , y  $M_T = M$  (con  $M_p \ll M$ ). De la figura 2.10 podemos ver que el error relativo entre el caso estándar y nuestros cálculos comienza en una diferencia del  $\sim 10$  por ciento para bajas excentricidades y aumenta con  $e$ .

## 2.7. Discusión y conclusiones

Desde los años 70 la expresión de la velocidad de dispersión a primer orden en la excentricidad e inclinación ha sido utilizada en modelos tanto analíticos como numéricos. Estas expresiones son utilizadas en códigos numéricos modernos de evolución colisional de planetesimales, formación planetaria, evolución colisional de asteroides y objetos transneptunianos, entre otros procesos. En este trabajo realizamos una revisión de esta aproximación analítica de la velocidad de dispersión para el caso plano y el caso espacial. Encontramos que la inclusión de mayores órdenes en la velocidad de dispersión, tanto para el caso plano como para el caso espacial, no es despreciable para altas excentricidades ( $e \geq 0.4$ ).

Como remarcamos anteriormente, la velocidad de dispersión juega un rol fundamental en los modelos de formación planetaria. En particular, aplicamos nuestros cálculos de la velocidad de dispersión a la tasa de acreción de sólidos del protoplaneta y a las probabilidades de colisión de planetesimales. Obtuvimos que, la tasa de acreción de sólidos se encuentra sobrestimada, en el régimen dominado por la dispersión, si se utiliza el factor de enfocamiento gravitatorio estándar. Cuando aplicamos nuestros cálculos a la probabilidad de colisión, encontramos que el número total de colisiones entre proyectiles y blancos en cada paso de tiempo está sobrestimado cuando se utiliza la dispersión de velocidades estándar; por un  $\sim 10$  por ciento para bajas excentricidades y un  $\sim 100$  por ciento para  $e \sim 0.4-0.6$ . Por lo tanto, vemos que las diferencias entre la velocidad de dispersión estándar de la literatura y nuestro cálculo de la velocidad de dispersión no son despreciables para los modelos de formación planetaria, en particular en los que se incluye fragmentación de planetesimales. Por consiguiente, para obtener una mejora en la precisión de los modelos de partícula en una caja, la velocidad de dispersión dada por la ecuación 2.55 debería ser reemplazada por la ecuación 2.27.

Por otro lado, calculamos una aproximación analítica para lo que llamamos la velocidad aleatoria estocástica. La velocidad aleatoria estocástica es la velocidad entre un objeto en una órbita elíptica y un protoplaneta en órbita circular cuando sus órbitas son independientes entre sí y se encuentran al azar (de forma aleatoria), para el caso plano y el caso espacial. Encontramos que en ambos casos los términos dependientes de la inclinación se promedian en todas las configuraciones geométricas posibles obteniendo velocidades independientes de la inclinación orbital. Cuando  $e = 0$  y  $e = 1$ , obtenemos los límites dinámicos de las configuraciones orbitales posibles, estos son cuando el planetesimal está en una órbita circular y cuando el planetesimal está en una órbita parabólica cruzando la órbita circular del protoplaneta. Por lo tanto, estas fórmulas pueden ser utilizadas como una aproximación analítica en las etapas finales de la formación planetaria cuando tienen lugar los procesos estocásticos.

Adicionalmente, calculamos el caso particular en el que la velocidad promedio del planetesimal es igual a la velocidad circular kepleriana de un protoplaneta para la velocidad de dispersión y la velocidad aleatoria estocástica, en el caso plano y el caso espacial. Como esperábamos, los resultados son los mismos en cada escenario ya que en este caso la velocidad de dispersión estadística es la dispersión estadística de velocidades. Cabe destacar que este calculo analítico puede ser muy útil para estudiar diferentes escenarios astronómicos.

## **2. Velocidad de dispersión y velocidad estocástica**

---

En el siguiente capítulo estudiamos, mediante experimentos de impacto, la fragmentación de agregados de polvo compactos con diferentes porosidades y analizamos la relación entre los resultados de las colisiones y las porosidades de los objetos colisionantes.

## Capítulo 3

# Energía de disrupción catastrófica obtenida mediante experimentos de laboratorio



*“La lucha de todos los días es la que forma ese andamiaje de la memoria la verdad y la justicia.”*

Norita Cortiñas

Los planetesimales primordiales se formaron porosos. Evidencias de esta propiedad son algunas de las características de los planetesimales remanentes de la formación planetaria en el Sistema Solar, tales como asteroides y cometas. Los meteoritos condríticos son fragmentos de asteroides no diferenciados y la mayoría presentan porosidad. Por otra parte, las eyecciones de material (en inglés “outbursts”) de los cometas sugieren que estos poseen huecos en su interior. Durante la formación planetaria, las colisiones mutuas entre planetesimales y guijarros impactan en la evolución de sus porosidades. El resultado de dichas colisiones depende, entre otros parámetros, de la energía interna de los objetos colisionantes. En la primera etapa de este trabajo, realizamos experimentos de impacto en muestras de polvo, para reproducir el material análogo al Sistema Solar primitivo, con el fin de obtener muestras altamente comprimidas que simulan las porosidades medidas en meteoritos condríticos. En la segunda etapa, obtuvimos la energía interna de dichas muestras compactas mediante el método del “Brazilian Disk Test”. Encontramos una correlación entre la energía interna de las muestras compactas y sus porosidades. Finalmente, calculamos la energía de disrupción catastrófica para distintos valores de la porosidad.

Este estudio (San Sebastián et al., 2020) fue realizado durante una estada de investigación, otorgada por la *Deutscher Akademischer Austauschdienst (DAAD)*, en el *Institut für Geophysik und extraterrestrische Physik (IGeP)*, Braunschweig, Alemania, bajo la dirección del Prof. Dr. Jürgen Blum.

#### 3.1. Motivación

Los planetesimales, al igual que los agregados de polvo del tamaño de guijarros, colisionan entre ellos durante el proceso de formación planetaria. Las colisiones entre planetesimales pueden resultar, a grandes rasgos, en crecimiento, erosión, fragmentación, pulverización o compactación (si las colisiones ocurren con objetos porosos). Actualmente, si los planetesimales primordiales se formaron grandes o pequeños sigue siendo un tema en discusión (Morbidelli et al., 2009; Weidenschilling, 2011). La diferencia entre ambos casos reside principalmente en el régimen de velocidad de impacto en que las colisiones ocurren. Asumiendo un régimen de cizallamiento kepleriano (en inglés “keplerian shear”), las colisiones entre planetesimales ocurren a velocidades bajas y el resultado del impacto entre dos planetesimales pequeños resulta en crecimiento (Weidenschilling, 2011). Sin embargo, se ha demostrado que durante la evolución dinámica del disco protoplanetario, las velocidades relativas entre pequeños planetesimales aumenta debido a las perturbaciones gravitatorias producidas por embriones planetarios, generando colisiones disruptivas entre ellos (Morbidelli et al., 2009; Parisi, 2013; San Sebastián & Parisi, 2016; San Sebastián et al., 2019). Estos procesos influyen la evolución de las porosidades de los planetesimales. Los asteroides y cometas son remanentes de planetesimales que, mediante sus parámetros físicos, nos proveen evidencia de su evolución colisional. Los meteoritos condriticos son los más abundantes, representan aproximadamente el 86 por ciento de los meteoritos que llegan a la Tierra, y poseen la composición elemental más primitiva; por ende, nos pueden dar información sobre la composición y estructura del material presente en el Sistema Solar primitivo. Una característica clave para estudiar la formación y evolución de sistemas planetarios es la porosidad de los planetesimales primordiales y su evolución colisional (Beitz et al., 2016). La porosidad  $\psi$  se relaciona con un parámetro llamado factor de llenado de volumen (en inglés *volume filling factor*)  $\phi$  que representa la fracción del volumen ocupado por el material, donde la porosidad  $\psi$  es  $1 - \phi$ . Los valores medidos por Macke et al. (2011) en las condritas están entre  $\phi = 0.58$  y  $\phi = 1.0$ . Beitz et al. (2013) realizó experimentos de impacto en muestras con composiciones análogas a meteoritos condriticos para investigar el rango de presión dinámica necesaria para alcanzar el grado de compactación encontrado en estos objetos. Beitz et al. (2016) aplicaron la ley de compactación obtenida por Beitz et al. (2013) asumiendo que el  $\phi$  inicial de formación de los planetesimales es 0.6, que es el correspondiente al de empaquetamiento compacto al azar (en inglés “random close packing”). Estudiaron el aumento de  $\phi$  con las sucesivas colisiones durante la edad del Sistema Solar en asteroides primordiales de 100 km de radio para explicar la distribución actual de las porosidades de las condritas. Además de leyes de compactación en función de  $\phi$  y de la velocidad de impacto, es fundamental obtener leyes para la energía y resistencia interna de los planetesimales en función de  $\phi$  y de la velocidad de impacto, en particular para  $\phi$  mayor a 0.6.

El resultado de estas colisiones se encuentra determinado por varios parámetros físicos, uno de ellos es la resistencia tensil (en inglés “tensile strength”) que nos representa a la resistencia interna del objeto. Dicho parámetro es clave para las simulaciones de formación planetaria que incluyen modelos de fragmentación. El rango de la resistencia tensil de materiales meteoríticos, de origen posiblemente cometario, se encuentra entre 0.4 kPa y 150 kPa (Blum et al., 2014). La resistencia tensil para diferentes tipos de meteoritos cubre un amplio rango de valores, desde 0.7 MPa a 403 MPa (Ostrowski & Bryson, 2019). La resistencia tensil en el caso de meteoritos pedregosos se encuentra entre 2 y 56 MPa (Flynn et al., 2018). En particular en las mediciones en condritas ordinarias la resistencia tensil se encuentra entre 18 y 31 MPa (Slyuta, 2017). Varios estudios experimentales miden la resistencia tensil de agregados de polvo; en particular, Meisner et al. (2012) y Gundlach et al. (2018) utilizaron

el *Brazilian Disk Test* (BDT) para obtener la resistencia tensil de muestras cilíndricas del orden del centímetro. Gundlach et al. (2018) midió la resistencia tensil media de muestras de granos de hielo de agua del tamaño del micrón comprimidas manualmente y encontraron que eran comparables con los valores encontrados para granos de sílice del mismo tamaño, que además estaban en buen acuerdo con las observaciones astrofísicas tales como la fuerza estimada por COSIMA (instrumento de la sonda espacial Rosseta) del polvo del cometa *67P Churyumov-Gerasimenko* (Hornung et al., 2016). Por lo tanto, este resultado sugiere que los agregados de hielo no son más difíciles de destruir que los de sílice como sugieren los resultados obtenidos a partir de simulaciones SPH (e.g. Benz & Asphaug, 1999). La resistencia tensil calculada en Meisner et al. (2012) varía entre 1 kPa y 6 kPa para muestras de polvo del tamaño del centímetro con valores del factor de relleno de volumen entre 0.34 y 0.50. Los resultados encontrados en ambos trabajos pueden ser utilizados como parámetros de entrada para simulaciones numéricas de colisiones.

Si una colisión entre un proyectil  $p$  y un blanco  $t$  resulta en crecimiento o en disrupción del blanco depende de la masa, radio, y resistencia interna del blanco, como así también de la energía del impacto.

Si no consideramos la energía que se pierde en procesos inelásticos, como el calentamiento y compresión del material, entre otros, la energía cinética mínima  $E_{col}$  necesaria para producir dicha disrupción se divide en la energía necesaria  $E_{St}$  para superar la resistencia interna del blanco y la energía necesaria para superar su propia gravedad  $E_{Lt}$

$$E_{col} = E_{St} + E_{Lt}. \quad (3.1)$$

Si  $E_{St} \gg E_{Lt}$  nos encontramos en el régimen dominado por las propiedades del material del que está compuesto el blanco llamado régimen de resistencia interna y si  $E_{St} \ll E_{Lt}$  nos encontramos en el régimen dominado por la gravedad llamado régimen gravitatorio. Si  $E_{col} = E_{St}$  el blanco se fragmenta mientras que si  $E_{St} < E_{col} < (E_{St} + E_{Lt})$ , el blanco se fragmenta pero los fragmentos permanecen ligados gravitatoriamente aunque puede existir erosión. Si  $E_{col} > (E_{St} + E_{Lt})$  el blanco se fragmenta y los fragmentos se dispersan. Si  $E_{col} \gg (E_{St} + E_{Lt})$  el blanco se pulveriza. La velocidad de los fragmentos es crítica, fragmentos que se mueven con velocidades menores a la velocidad de escape local se reacumulan para formar estructuras de pila de escombros (en inglés “rubble pile”).

Existen varias formas de expresar la ecuación 3.1. Stevenson et al. (1986); Wetherill & Stewart (1993); Parisi (2013); San Sebastián & Parisi (2016) han expresado la ecuación 3.1 para objetos sin porosidad de la siguiente manera

$$\frac{1}{2}M_p v_{col}^2 \geq \frac{M_t S_t}{\gamma_s} + \frac{3}{5} \frac{GM_t^2}{\gamma_g R}, \quad (3.2)$$

donde el primer y segundo término del lado derecho de la ecuación 3.2 corresponden a  $E_{St}$  y a la energía de ligadura gravitatoria  $E_{Lt}$  (Binney & Tremaine, 1987), respectivamente.  $S_t$  es la energía específica (energía por unidad de masa) necesaria para superar la resistencia interna del blanco,  $v_{col}$  es la velocidad de colisión entre el blanco de radio  $R$  y masa  $M_t$  y el proyectil de masa  $M_p$  (donde asumimos en la ecuación 3.2 que  $M_p \ll M_t$  y el proyectil se pulveriza). Los parámetros  $\gamma_s$  y  $\gamma_g$  dan cuenta de la fracción de energía no disipada que se invierte en superar la resistencia interna y en dispersar los fragmentos del blanco, respectivamente. Si no existiera disipación de energía,  $\gamma_s$  y  $\gamma_g$  valdrían 1. Stevenson et al. (1986), Parisi (2013) y San

### 3. Energía de disrupción catastrófica obtenida mediante experimentos de laboratorio

---

Sebastián & Parisi (2016) expresaron la ecuación 3.2 asumiendo que sólo existe disipación de energía al dispersar los fragmentos del blanco ( $\gamma_s = 1$ ). Wetherill & Stewart (1993), en cambio, asumen  $\gamma_s = \gamma_g = \gamma = 0.5$ .

Parisi (2013) calculó el radio de disrupción de planetesimales utilizando un valor típico de  $\gamma_g = 0.1$  obtenido experimentalmente para basaltos por Fujiwara et al. (1977). Si bien los basaltos son rocas ígneas, se pueden utilizar para representar las propiedades de los planetesimales rocosos. En San Sebastián & Parisi (2016) calculamos el radio de disrupción de planetesimales utilizando valores de  $\gamma_g$  entre 0.05 and 0.13, que son los obtenidos experimentalmente por Arakawa & Higa (1996) para esferas de hielo. De esta manera pudimos acotar los radios de disrupción para planetesimales sin porosidad en el rango de los valores posibles de  $\gamma$ . Sin embargo, es fundamental poder obtener leyes de disrupción y fragmentación de planetesimales en función de la porosidad y de la evolución colisional de este parámetro para estudiar los procesos de formación y evolución planetaria.

La ecuación 3.2 asume  $S_t = constante$  para una determinada composición del material. Si el material fuera ideal,  $S_t$  dependería únicamente del material en cuestión por ser una propiedad intrínseca de cada material. Sin embargo, como veremos en este capítulo y en el capítulo 4,  $S_t$  disminuye al aumentar el radio del blanco, tanto en objetos porosos como en no porosos, debido a que en materiales reales existe la prevalencia de defectos que conducen a grietas (Armitage, 2010).

En el caso de dispersión, el límite para la disrupción catastrófica  $Q_D^*$  está definido como la mínima energía específica que se necesita para romper y dispersar el blanco (con  $M_t \gg M_p$ ) en dos o más partes, con el fragmento más grande teniendo la mitad de la masa del blanco  $M_t/2$ ,  $Q_D^* = Q^* + Q_L^*$  (Armitage, 2010), donde  $Q^*$  es la energía crítica de fragmentación o resistencia interna específica y  $Q_L^*$  es la energía específica de ligadura gravitatoria. El conjunto de parámetros físicos que definen  $Q_D^*$  se puede parametrizar con experimentos de impacto (Bukhari Syed et al., 2017; Beitz et al., 2011) y con simulaciones SPH (Benz & Asphaug, 1999; Benz, 2000). Benz & Asphaug (1999) y Benz (2000) obtuvieron la energía específica para la disrupción catastrófica,  $Q_D^*$  de cuerpos sólidos sin porosidad ( $\phi = 1$ ) con simulaciones SPH para blancos basálticos impactando a  $v_{col} = 3$  y 5 km/s (Benz & Asphaug, 1999) y para 20-30 m/s (Benz, 2000). Para blancos sólidos de hielo de agua sin porosidad ( $\phi = 1$ ), Benz & Asphaug (1999) también obtuvieron  $Q_D^*$  a  $v_{col} = 0.5$  y 3 km/s. Jutzi et al. (2010) llevaron adelante simulaciones SPH similares, pero incluyendo el cálculo de  $Q_D^*$  para piedra pómez ( $\phi = 0.1$ ) y encontraron que  $Q_D^*$  para blancos porosos es mayor que para los no porosos en el régimen de resistencia interna mientras que para el régimen gravitatorio es menor. Para todas las simulaciones SPH, la transición de un régimen al otro en el  $Q_D^*$  ocurre para planetesimales de radio  $\sim 100$  m. Beitz et al. (2011) y Bukhari Syed et al. (2017) mostraron en experimentos de impacto a bajas velocidades que la resistencia tensil de agregados de polvo compactos es mucho menor que para rocas porosas, resultado que coincide con los resultados obtenidos con simulaciones SPH por Jutzi et al. (2010). En contraste con los resultados obtenidos mediante simulaciones SPH, la transición entre el régimen de resistencia interna y el régimen gravitatorio puede ocurrir para objetos de tan solo 0.1 m en radio, si estos son agregados de polvo primitivos. Este nuevo resultado puede tener importantes implicancias en los modelos de formación planetaria.

La formación de protoplanetas, incluyendo fragmentación de planetesimales, se ha modelado (Chambers, 2014; Guilera et al., 2014) usando los valores de  $Q_D^*$  obtenidos por Benz & Asphaug (1999) para basaltos colisionando a velocidades de impacto de 3 km/s. Sin embargo, los planetesimales tienen diferentes composiciones y velocidades de colisión, dependiendo,

entre otros parámetros, de su localización en el disco protoplanetario. Además, cuando los embriones planetarios crecen, la velocidad de dispersión de los planetesimales aumenta debido a las excitaciones gravitatorias producidas por los embriones planetarios. El aumento de las velocidades relativas entre planetesimales genera que se fragmenten a través de colisiones mutuas. En [San Sebastián et al. \(2019\)](#) estudiamos el crecimiento de un planeta gigante, incluyendo en el modelo de fragmentación la dependencia de  $Q_D^*$  con la composición de los planetesimales y la velocidad relativa para objetos no porosos. Mostramos que estas mejoras en el modelo de fragmentación cambian significativamente la evolución del protoplaneta en crecimiento. Por lo tanto, podemos decir que la evolución colisional de la porosidad de los planetesimales deberá tener un impacto en el proceso de formación planetaria. Además, es importante analizar y modelar la evolución colisional de cuerpos, no solo para estudiar la formación planetaria, sino también para ser capaces de interpretar las observaciones de discos ([Krivov et al., 2018](#)).

En este trabajo produjimos muestras de polvo compacto mediante experimentos de impacto a altas velocidades, siguiendo el trabajo de [Beitz et al. \(2013\)](#) y estudiamos la relación entre la velocidad de impacto y el factor de llenado de volumen de las muestras compactas, además estudiamos el nivel de compactación que pudimos lograr mediante este método. Aplicamos el *Brazilian Disk Test* a las muestras compactas para obtener sus valores de la resistencia tensil. El objetivo de este trabajo es calcular la energía específica crítica de fragmentación de las muestras compactas y la relación con sus factores de llenado de volumen.

En las próximas secciones presentamos los dos experimentos realizados, las técnicas experimentales y sus resultados.

## 3.2. Primer experimento: Compresión de las muestras

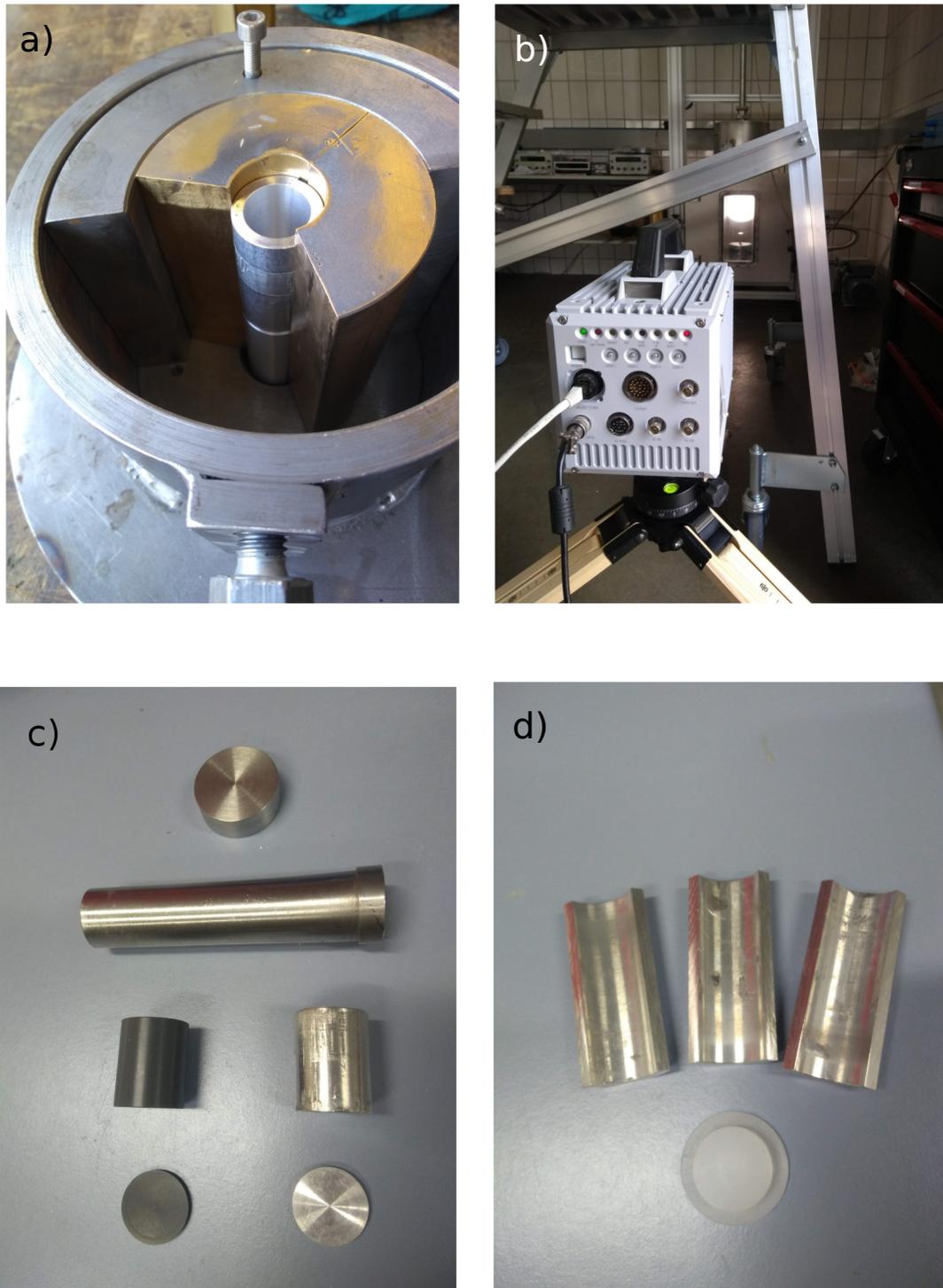
En esta primer etapa, llevamos a cabo experimentos de impacto para comprimir dinámicamente muestras de polvo cilíndricas. El objetivo de este primer experimento fue producir muestras de polvo altamente compactas siguiendo el trabajo de [Beitz et al. \(2013\)](#), que representan los valores del factor de llenado de volumen calculados en condritas ([Macke et al., 2011](#)). En las siguientes secciones, describiremos el método, el armado del experimento y los resultados obtenidos.

### 3.2.1. Técnica experimental

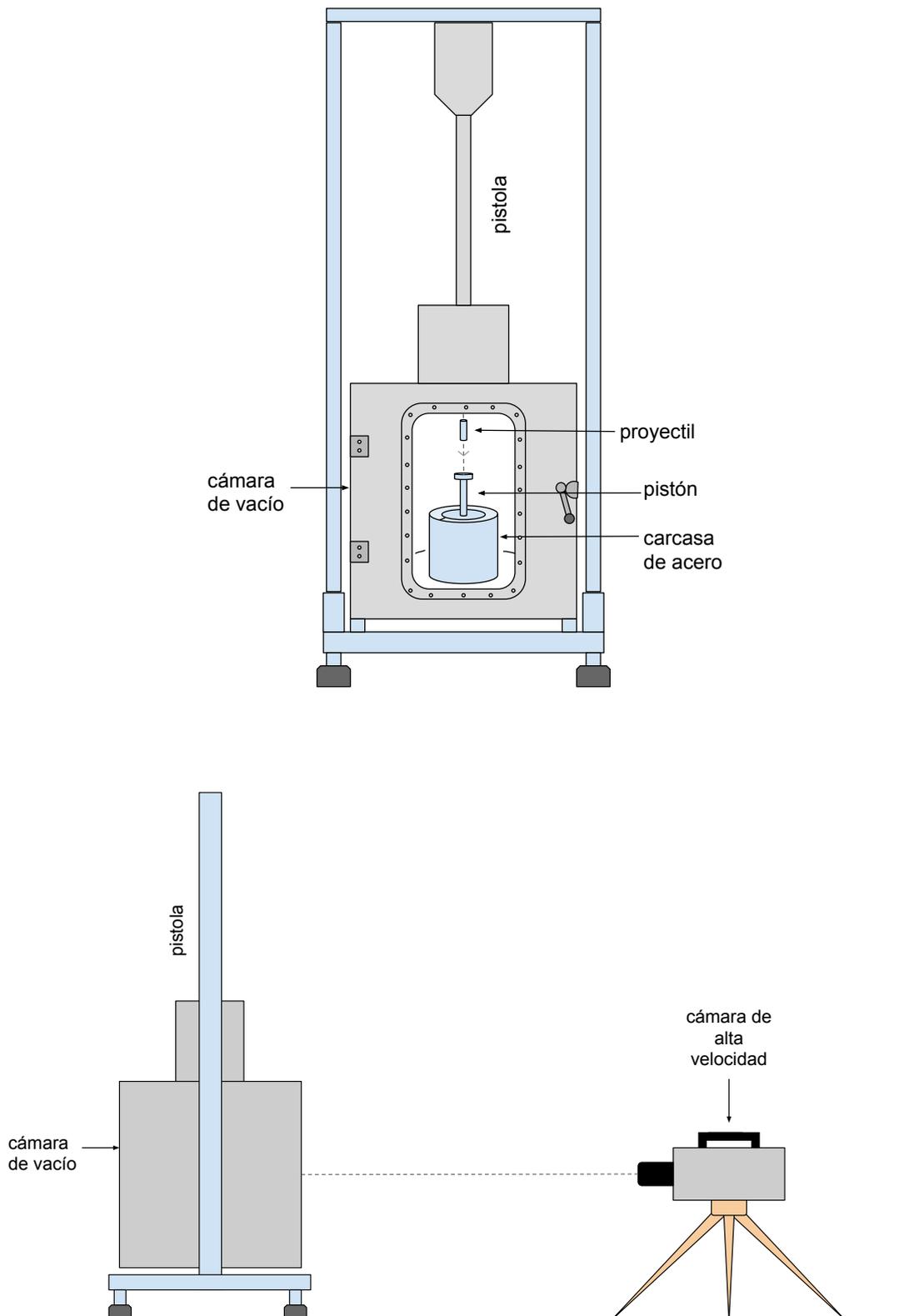
El objetivo de este experimento fue generar muestras de polvo compactas discoidales con factores de llenado de volumen que representen los medidos en las condritas por [Macke et al. \(2011\)](#) ( $\phi = 0.6 - 1$ ) utilizando una pistola de pólvora vertical en el IGeP (ver figura 3.1, panel b). Como ya se ha hecho en trabajos previos ([Beitz et al., 2011](#); [Blum & Wurm, 2008](#)), utilizamos granos de sílice irregulares del tamaño del micrón, con un rango de tamaños entre 0.1 y 10  $\mu\text{m}$  (con el 80% distribuido entre 1 y 5  $\mu\text{m}$ ) como material análogo a la composición de los meteoritos condriticos. Incorporamos en el contenedor/suporte de aluminio de base plástica (ver figura 3.1, panel d) los granos de sílice. Dicho contenedor estaba envuelto por una cáscara de acero masiva para prevenir que el tubo se desarme cuando se lo impactaba con los proyectiles (ver figura 3.1, panel a). El diámetro de las muestras de polvo era de 1.6 cm.

Además, incluimos un pistón en la parte superior de la muestra para que el proyectil no impactara directamente en ella. Construimos la parte inferior del pistón, de manera que fuera removible, de dos tipos de material distintos; plástico y aluminio. Entonces, si la parte

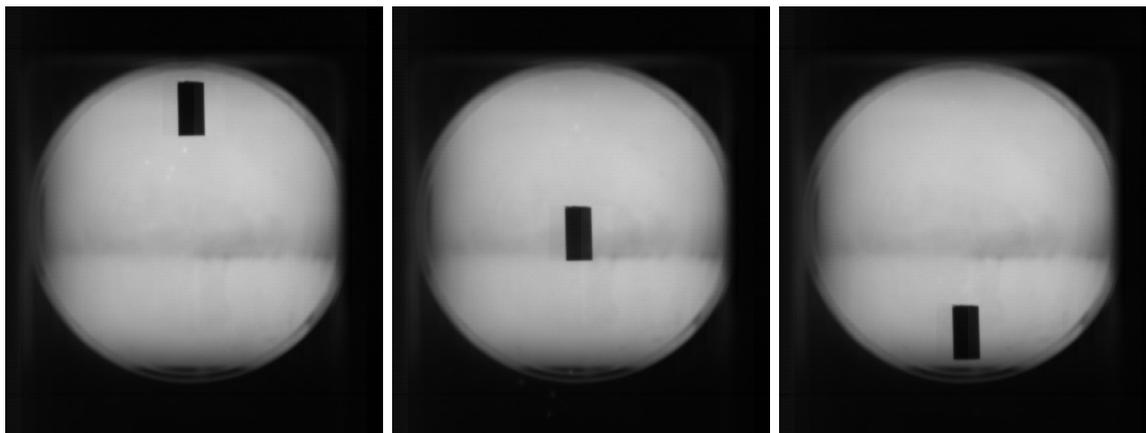
### 3. Energía de disrupción catastrófica obtenida mediante experimentos de laboratorio



**Figura 3.1.** Dispositivos experimentales para la compactación de muestras de polvo vía impactos en uno de los laboratorios del *IGeP*. a) Carcasa de acero. b) Cámara, pistola y cámara de vacío. c) Partes del pistón. d) Contenedor de aluminio con base plástica.



**Figura 3.2.** Esquema de la configuración experimental para la compactación de muestras de polvo vía impactos, de frente (panel superior) y perfil (panel inferior).



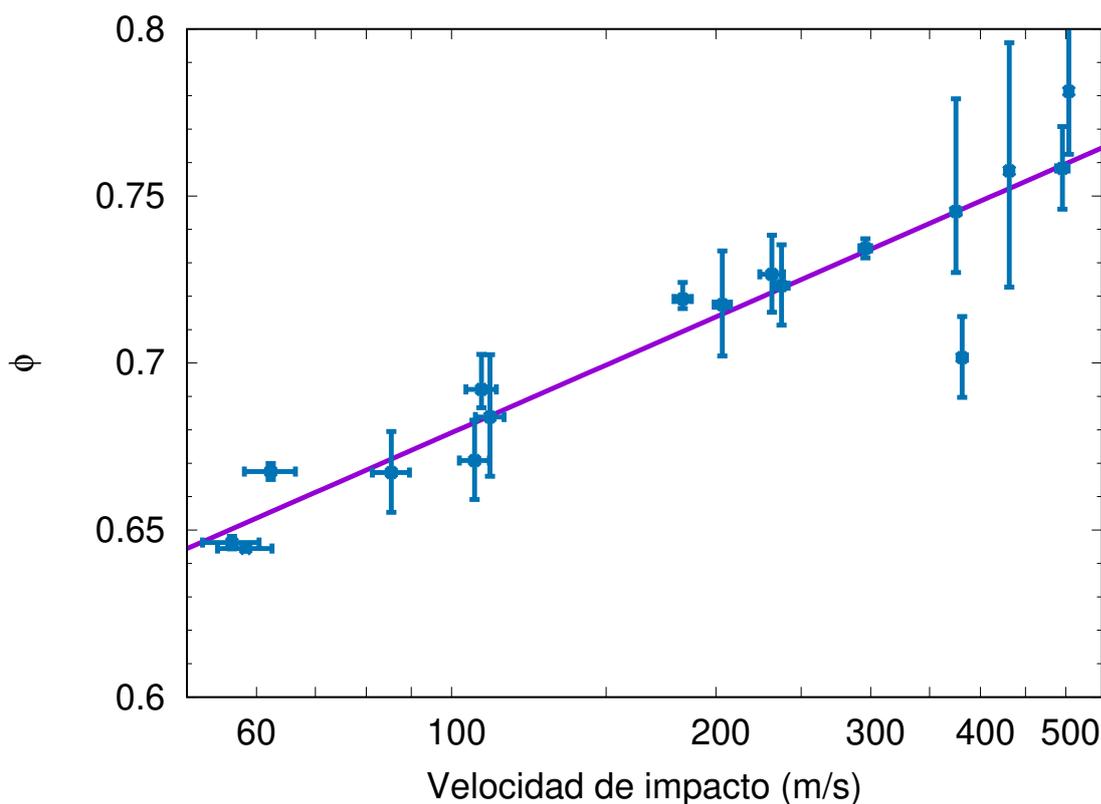
**Figura 3.3.** Ejemplo de una trayectoria de un proyectil grabada por la cámara de alta velocidad del *IGeP*. Tamaño del proyectil cilíndrico: 1.5 cm de diámetro y 3 cm de largo. Velocidad de impacto:  $62 \pm 4$  m/s. Cuadros por segundo: 37500 cuadros por segundo.

inferior se quebraba o deformaba luego del impacto podíamos cambiarla por una nueva sin necesidad de hacer todo el pistón nuevamente, lo que nos ahorra tiempo de trabajo ya que las piezas inferiores eran más sencillas de producir que el pistón entero. En general, para bajas velocidades de impacto utilizamos las piezas plásticas y para altas velocidades las de aluminio. A su vez, incluimos un disco fino entre la muestra y el pistón, ya que el pistón quedaba adherido a la muestra cuando las velocidades de impacto eran altas. Al igual que con la parte inferior del pistón, utilizamos dos materiales distintos para los discos finos; plástico y aluminio. En la parte superior del pistón, incluimos un disco grueso de metal para proteger el pistón del impacto (ver figura 3.1, panel c).

La trayectoria del proyectil fue grabada utilizando una cámara de alta velocidad (ver figura 3.1, panel b). Midiendo la posición del proyectil mediante análisis de imagen, es decir calculando su posición en diferentes imágenes tomadas por la cámara y la cantidad de imágenes que tomaba la cámara por segundo (cuadros por segundo), derivamos su velocidad de impacto (ver figura 3.3).

Primero, ubicábamos el soporte de aluminio dentro de la cáscara de acero masiva, luego, rellenábamos el soporte de aluminio con una cantidad fija de sílice irregular. Una vez incorporado el material, colocábamos el pistón presionando manualmente. Finalmente, ubicábamos el dispositivo dentro de la cámara de vacío para realizar el disparo del proyectil (ver figura 3.2). La altura inicial de las muestras no fue calculada ya que no se podía realizar de manera sistemática debido a las modificaciones que fuimos incorporando en el dispositivo y las deformaciones que se producían debido a los impactos. Los intentos de realizar muestras presionadas manualmente para medir su altura y luego incorporarlas en el soporte metálico no fueron exitosos ya que las mismas no resistían los diversos traslados. Por lo tanto, no se logró calcular el factor de llenado de volumen inicial de las muestras.

Luego del impacto, se extraía la muestra del soporte de metal, se medía su volumen y masa y se guardaba para el segundo experimento. Con la masa  $M$  de la muestra y su volumen  $V$ , se obtiene su densidad media  $\rho$ , lo que permite obtener el factor de llenado de volumen  $\phi = \rho/\rho_0$ , donde  $\rho_0$  es la densidad del sílice,  $2.6 \text{ g cm}^{-3}$ .



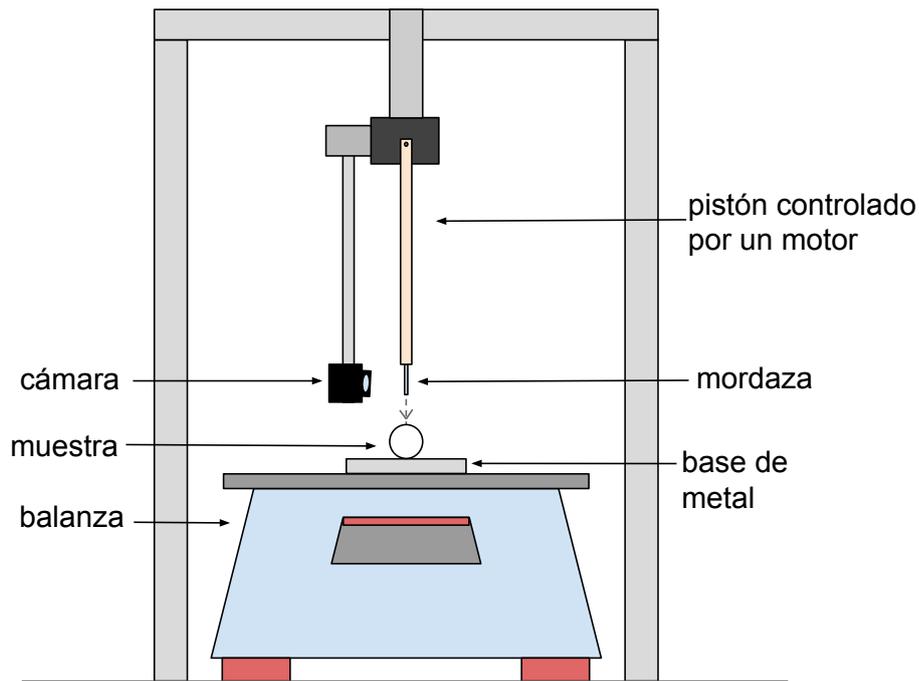
**Figura 3.4.** Factor de llenado de volumen de las muestras compactas como función de la velocidad de impacto del proyectil.

### 3.2.2. Resultados

En total, realizamos 40 experimentos de impacto con velocidades de impacto desde  $\sim 60$  m/s a  $\sim 500$  m/s, de las cuales 20 muestras fueron comprimidas exitosamente. Consideramos un experimento exitoso si luego del impacto, extraíamos la muestra intacta y la guardábamos sin quebrarla/romperla. En los otros 20 experimentos, las muestras se rompieron durante el impacto, o luego cuando extraíamos del molde o durante la medición de la muestra extraída. La configuración del experimento fue modificándose ya que, a medida que aumentábamos la velocidad de impacto del proyectil, las muestras se quebraban luego del impacto o quedaban adheridas al pistón y este rebotaba por fuera del contenedor metálico. De las muestras intactas, medimos el volumen y la masa para determinar su densidad media, y así calculamos el factor de llenado de volumen.

Los resultados de este primer experimento se muestran en la figura 3.4, donde el ajuste (realizado mediante el método de mínimos cuadrados) se presenta para resaltar de manera cualitativa el comportamiento general ya que debido a la disipación de energía en el impacto no podemos vincular directamente estas dos cantidades. Podemos observar, como se esperaba, que mientras más alta es la velocidad de impacto, más grande es el factor de llenado de volumen de las muestras.

Beitz et al. (2013) llevaron a cabo experimentos de impacto en muestras de un material análogo al condrítico y alcanzaron factores de llenado de volumen desde 0.70 hasta 0.99. Si bien seguimos su trabajo para desarrollar nuestros experimentos, las dos grandes diferencias son: (i) Beitz et al. (2013) mantuvieron, luego de impacto, sus muestras en un contenedor



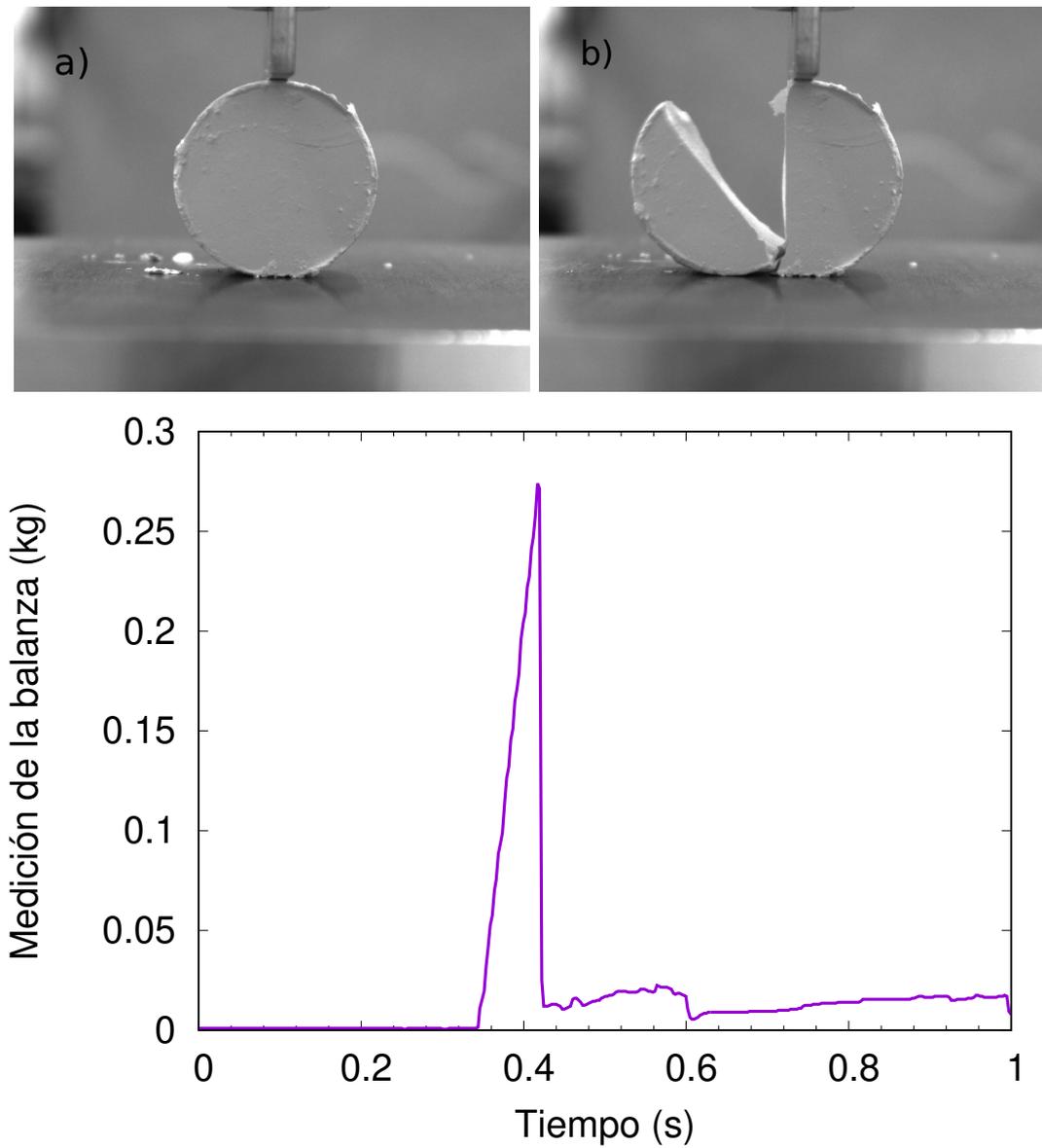
**Figura 3.5.** Esquema de la configuración del *Brazilian Disk Test* y sus componentes.

plástico, mientras que en nuestro caso debíamos extraer las muestras, haciendo más dificultosa la generación de muestras intactas con valores altos del factor de llenado de volumen. Esta diferencia se debe a que el interés de [Beitz et al. \(2013\)](#) estaba en medir la compactación producida por colisiones para obtener una ley de compactación de planetesimales y asteroides porosos. Midieron la compactación mediante tomografía computarizada de rayos x. En este trabajo nuestro interés radica en obtener la resistencia interna y la energía específica de ruptura de las muestras. (ii) [Beitz et al. \(2013\)](#) dispararon el proyectil directamente a la muestra, mientras que en nuestro experimento tuvimos que incorporar un pistón para protegerla y que la presión de impacto que llegara a la misma fuera seguramente menor, ya que para realizar el segundo experimento y medir la resistencia interna, necesitamos las muestras intactas y fuera del contenedor.

Para velocidades más altas que 500 m/s tuvimos un límite experimental, ya que la configuración del experimento se deformaba luego del impacto. En el futuro, planeamos desarrollar una configuración que pueda soportar impactos a más altas velocidades y así alcanzar mayores factores de llenado de volumen en las muestras.

### 3.3. Segundo experimento: “Brazilian Disk Test”

El *Brazilian Disk Test* (BDT) es un método de ingeniería para medir la resistencia tensil de un material. Realizamos el BDT sobre las muestras compactas descritas previamente para obtener los valores de la resistencia tensil. En las siguientes secciones, describiremos la técnica experimental, la configuración utilizada para el BDT y los resultados obtenidos con dicho experimento.



**Figura 3.6.** Arriba: Agregado de sílice compacto antes (izquierda) y después de la ruptura (derecha). Abajo: Evolución temporal de las mediciones de la balanza durante el experimento. Antes del máximo corresponde a a) (panel superior imagen de la izquierda) y luego del máximo a b) (panel superior imagen de la derecha).

#### 3.3.1. Técnica experimental

El *Brazilian Disk Test* (Li & Wong, 2013) consiste en comprimir un disco de polvo hasta que se rompe en dos piezas de similar tamaño. Podemos estimar la resistencia tensil al momento de ruptura como

$$\sigma = \frac{2F}{\pi d l}, \quad (3.3)$$

donde  $F$ ,  $d$  y  $l$  son la fuerza ejercida al momento de la ruptura (medida por la balanza), el diámetro y ancho del cilindro de polvo, respectivamente (Meisner et al., 2012; Gundlach et al., 2018). El diámetro es 1.6 cm para todas las muestras y  $l$  fue medido para cada muestra.

La configuración del experimento se muestra en la figura 3.5. El resultado del BDT puede ser influenciado por la curvatura de la mordaza, sin embargo del trabajo de Markides & Kourkoulis (2016) sabemos que la influencia de este efecto es menor al  $\sim 5\%$  (ver su figura 12). En la figura 3.6 podemos observar las imágenes tomadas por la cámara de un agregado de polvo antes (a) y después (b) de la ruptura, y las mediciones realizadas por la balanza durante el experimento.

#### 3.3.2. Resultados

Es importante mencionar que la porosidad de las muestras no era perfectamente uniforme. La capas circulares superior e inferior de los discos poseían una densidad mayor que la parte interior de la muestra, efecto producido por la dinámica de los impactos. En algunos experimentos BDT, una o ambas capas no se fragmentó a la mitad, en contraste con la parte interior de las muestras en la que siempre se producía la ruptura. Por lo tanto, y como además nuestras muestras no siempre se fracturaban exactamente por la mitad, nuestros resultados tienen que ser tomados como un límite inferior de la resistencia tensil.

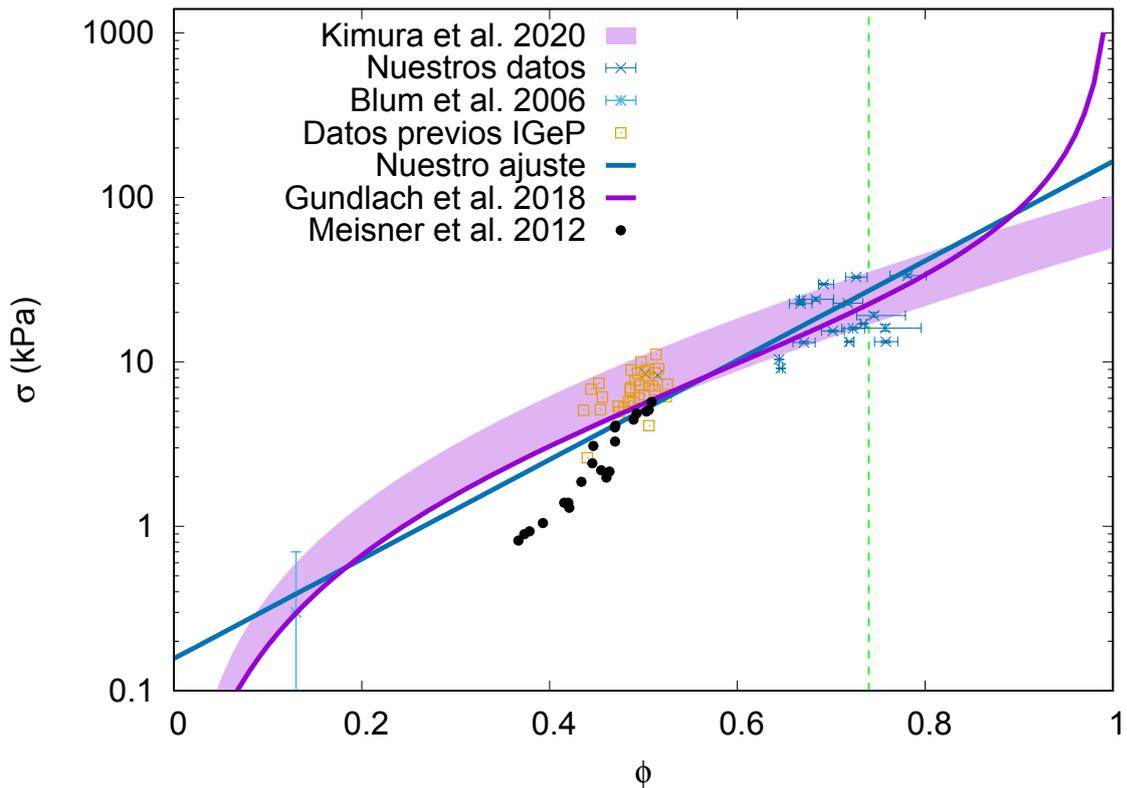
Analizamos los puntos de iniciación de la grieta/quebradura. Como se muestra en la figura 3.6, la grieta no comienza en el medio exactamente. Sin embargo, debido a la inhomogeneidad del material, el punto donde comienza la quebradura puede no haberse iniciado en el centro sino en los bordes del contacto de carga (Li & Wong, 2013).

En la figura 3.7 observamos una correlación entre la resistencia tensil y el factor de llenado de volumen que obtuvimos ajustando los datos de la literatura (Meisner et al., 2012; Blum et al., 2006), las mediciones previamente obtenidas en el IGeP y nuestros resultados. Siguiendo la descripción de Meisner et al. (2012) del aumento de la resistencia tensil en función del factor de llenado de volumen, de la forma de una dependencia exponencial

$$\sigma(\phi) = a e^{b\phi} [kPa] \quad (3.4)$$

obtenemos, mediante un ajuste de mínimos cuadrados, los parámetros  $a = 0.16 \pm 0.04$  y  $b = 6.96 \pm 0.47$ . La diferencia de los parámetros de ajuste entre los calculados en Meisner et al. (2012) y nuestro trabajo se debe a la inclusión de un rango mucho mayor del factor de llenado de volumen al incorporar nuestros datos sobre las muestras compactas. Tener un ajuste para muestras que sean altamente compactas es fundamental para estudiar la evolución de la compactación de planetesimales por sucesivas colisiones durante la formación y evolución de sistemas planetarios.

A su vez, ajustamos otro comportamiento funcional a todo el conjunto de datos, adoptando la función de corrección dada por Gundlach et al. (2018)



**Figura 3.7.** Dependencia de la resistencia tensil con el factor de llenado de volumen. La resistencia tensil de nuestros datos (puntos azules) como así también de los experimentos de Meisner et al. (2012) (puntos negros) fueron obtenidos con el *Brazilian Disk Test*. Línea sólida azul: nuestro ajuste incluyendo los datos de Blum et al. (2006) (punto celeste), los datos de experimentos realizados previamente en el IGeP (puntos amarillos), datos extraídos de Meisner et al. (2012) y nuestros datos, siguiendo el ajuste de Meisner et al. (2012). Línea sólida violeta: otro ajuste adoptando la función de corrección dada por Gundlach et al. (2018). Área violeta: ajuste a nuestros datos usando la relación entre la resistencia tensil y el factor de llenado de volumen dada por Kimura et al. (2020). La línea verde a trazos corresponde a  $\phi = 0.74$  (ver el texto para más detalles).

$$\sigma_{cor}(\phi) = \phi * (c/(1 - \phi) - d), \quad (3.5)$$

obteniendo, mediante un ajuste de mínimos cuadrados,  $c = 10.40 \pm 0.74$  y  $d = 9.67 \pm 0.87$ , en el que pesamos cada valor por el número de datos en cada experimento y su valor de la resistencia tensil. Así, les dimos el mismo peso a los conjuntos de experimentos y compensamos por la amplia variación en los valores de la resistencia tensil. En la figura 3.7, ambas funciones de ajuste se muestran en curvas sólidas. Es importante notar que en un amplio rango del factor de llenado de volumen,  $0.1 \lesssim \phi \lesssim 0.9$ , la diferencia entre las dos aproximaciones es pequeña.

En la figura 3.7 también mostramos la relación entre la resistencia tensil y el factor de llenado de volumen dado por Kimura et al. (2020), donde computaron la resistencia tensil  $\sigma_V$  de un agregado de polvo compuesto de  $N$  monómeros esféricos elásticos de radio  $r_0$  y una energía de superficie  $\gamma$ , incluyendo la dependencia de  $\sigma_V$  con el volumen  $V$  del agregado (su ecuación 5)

$$\sigma_V(\phi) = 8 \text{ kPa} \left( \frac{\gamma}{0.1 \text{ J m}^{-2}} \right) \left( \frac{r_0}{0.1 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{3/m-1} \left( \frac{\phi}{0.1} \right)^{\beta-1/m} \exp \left[ \alpha \left( \frac{\phi}{0.1} - 1 \right) \right] \left( \frac{V}{686 \text{ }\mu\text{m}^3} \right)^{-1/m} \quad (3.6)$$

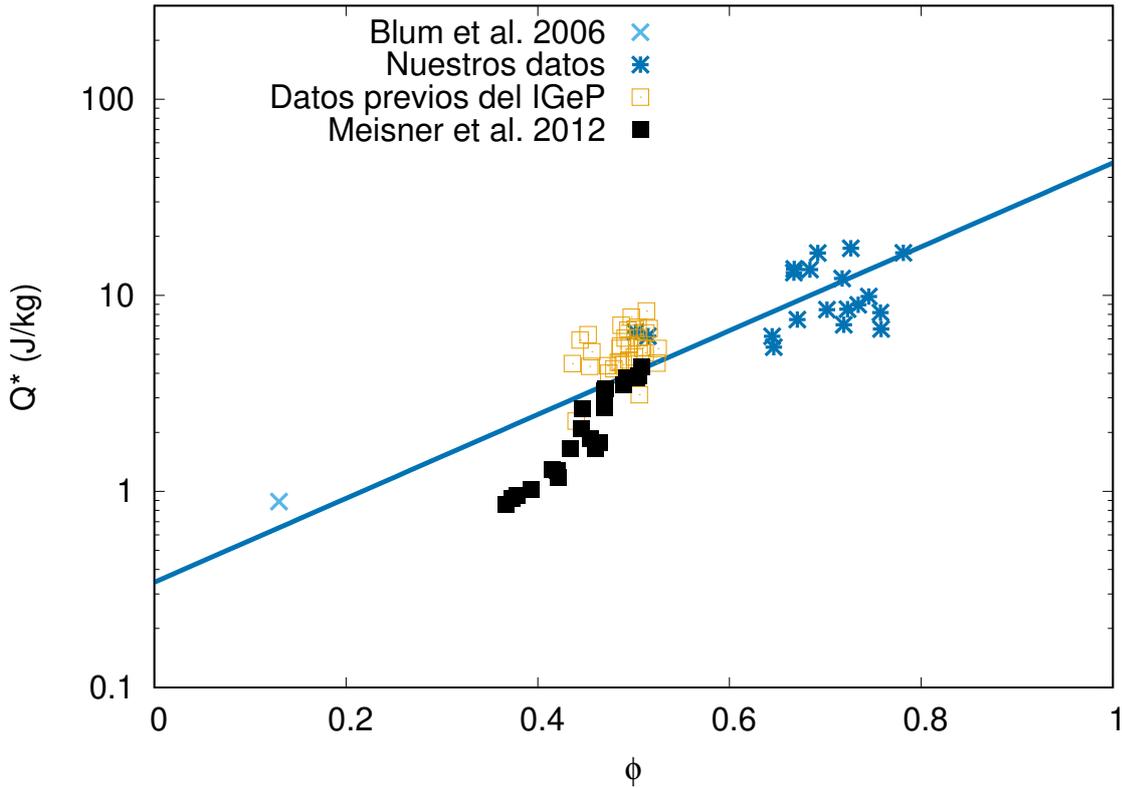
con  $\alpha = 0.24$  y  $\beta = 1.5$ . El parámetro  $m$  es usualmente llamado el módulo de Weibull, con un valor de 8 para materiales silíceos. Debido a la variación de volumen en nuestras muestras, escribimos el volumen en función de  $\phi$ ,  $V = \tilde{m}/(\phi\rho_0)$ .  $\tilde{m}$  es un promedio de la masa de nuestras muestras compactas que poseen  $\phi < 0.74$ , ya que la ecuación 3.6 puede ser aplicada, en principio, para factores de llenado de volumen menores que ese valor. Siguiendo el trabajo de Kothe et al. (2013), adoptamos dos valores para  $r_0$  ya que el promedio del tamaño de las partículas para el material que utilizamos en nuestras muestras es de  $0.63 \text{ }\mu\text{m}$  por número de partículas y de  $2.05 \text{ }\mu\text{m}$  por masa. Realizamos un ajuste de la ecuación 3.6 a nuestros datos, obteniendo un valor de la energía de superficie de  $\gamma = 0.18 \pm 0.02 \text{ J m}^{-2}$  para  $r_0 = 0.67 \text{ }\mu\text{m}$  (el promedio de los dos valores de  $r_0$  adoptados). Por lo tanto, dado este valor de  $\gamma$ , podríamos concluir que el agua absorbida en la superficie de las muestras no es tan importante para nuestras muestras altamente compactas ya que se encuentra en el rango de la energía de superficie para sílice irregular en el vacío, fenómeno que ya ha sido observado por Kimura et al. (2020). Como muestra la figura 3.7, en el rango  $0.315 \text{ }\mu\text{m} < r_0 < 1.025 \text{ }\mu\text{m}$ , la ecuación 3.6 puede reproducir los valores de la resistencia tensil de nuestras muestras.

A su vez, es importante remarcar que nuestros resultados de la resistencia tensil están en acuerdo con el rango dado por Blum et al. (2014).

#### 3.4. Energía crítica de fragmentación $Q^*$ y energía de disrupción catastrófica $Q_D^*$

En la sección anterior calculamos la resistencia tensil de nuestras muestras compactas mediante el BDT. Como mencionamos anteriormente, la resistencia tensil es la presión máxima que un material puede resistir antes de romperse. Por lo tanto, podemos relacionar esta resistencia tensil con la presión dinámica al momento del impacto en una colisión como

$$\sigma = p = \frac{E_{kin}}{V_{target}}, \quad (3.7)$$



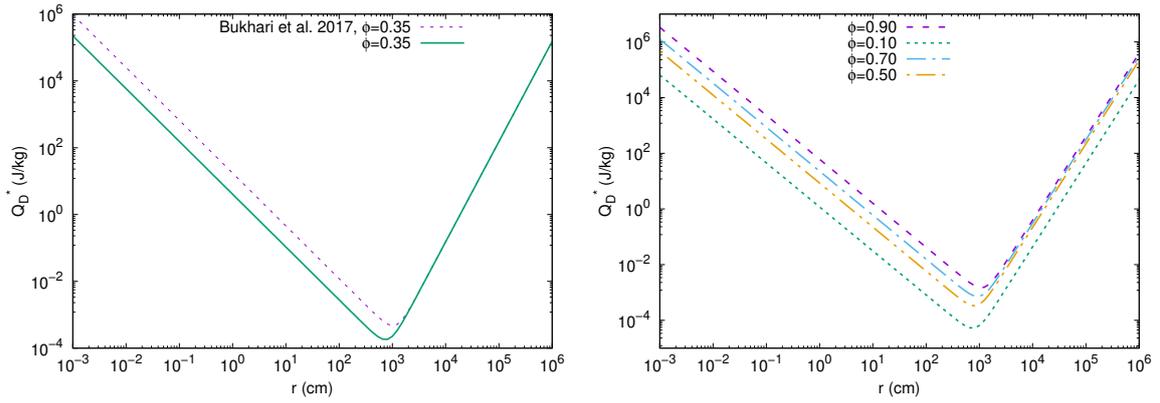
**Figura 3.8.** Energía crítica de fragmentación como función del factor de llenado de volumen.

donde  $p$  es la presión al momento del impacto,  $E_{kin}$  la energía cinética del proyectil y  $V_{target}$  es el volumen del blanco. De la ecuación 3.7 podemos obtener la velocidad de impacto que necesitaría tener un proyectil para poder fragmentar el blanco. A su vez, podemos relacionar esta presión con la energía crítica de fragmentación que es la energía por unidad de masa requerida para quebrar un cuerpo en fragmentos con el más grande teniendo la mitad de la masa del blanco inicial (Benz & Asphaug, 1999). Cabe aclarar que la ecuación 3.7 asume que no hay disipación, sin embargo, en colisiones dinámicas existen procesos disipativos, de deformación, entre otros. Por este motivo es que estos resultados del BDT deberían ser tomados como límites inferiores para la presión dinámica. Dado que con el BDT obtuvimos la presión a la cual las muestras se rompen en dos piezas de similar tamaño -lo que significa que luego de la ruptura tendremos un fragmento con la mitad de la masa del blanco inicial- podemos relacionar esta presión con la energía crítica de fragmentación. La energía límite de disrupción catastrófica se define como  $Q_D^* = Q^* + Q_L^*$  (Armitage, 2010), donde  $Q^*$  es la energía crítica de fragmentación o resistencia interna específica que es la energía por unidad de masa requerida para quebrar un cuerpo en fragmentos donde el fragmento más grande tiene la mitad de la masa del blanco inicial (Benz & Asphaug, 1999), y  $Q_L^*$  es la energía específica de ligadura gravitatoria de los fragmentos. Por lo tanto, si asumimos que el proyectil tiene la misma porosidad que el blanco y dividimos la ecuación 3.7 por la densidad, podemos obtener la energía crítica de fragmentación

$$Q^* = \frac{\sigma}{\rho}, \quad (3.8)$$

donde  $\rho = \rho_0 \phi$  y  $\rho_0 = 2.6 \text{ gr/cm}^3$  (la densidad del sílice). Una vez calculados los valores de  $Q^*$

### 3. Energía de disrupción catastrófica obtenida mediante experimentos de laboratorio



**Figura 3.9.** Energía de disrupción catastrófica como función del tamaño. Panel izquierdo: comparación entre nuestra prescripción y la dada por Bukhari Syed et al. (2017) para un factor de llenado de volumen de 0.35. Panel derecho: Nuestras prescripciones para diferentes valores del factor de llenado de volumen.

para todos los datos, proponemos una dependencia exponencial de la forma  $Q^* = f e^{g\phi} [J/kg]$ , donde, ajustando mediante mínimos cuadrados, obtenemos los parámetros  $f = 0.34 \pm 0.08$  y  $g = 4.92 \pm 0.46$ . En la figura 3.8, presentamos  $Q^*$  como función del factor de llenado de volumen. Luego, teniendo esta relación podemos calcular  $Q^*$  para cualquier valor del factor de llenado de volumen  $\phi$ .

En una colisión entre dos objetos, la energía de disrupción catastrófica requerida para fragmentar y dispersar el cincuenta por ciento de la masa del blanco (también conocida como energía específica de impacto o límite de energía catastrófica de impacto,  $Q_D^*$ ) es una propiedad fundamental que debe ser definida en los modelos colisionales. La energía de disrupción catastrófica depende de varios factores de la colisión, en particular de la porosidad de los objetos que colisionan (Jutzi et al., 2015). En este trabajo obtenemos  $Q_D^*$  como función del tamaño para diferentes valores del factor de llenado de volumen para que pueda ser implementado en modelos de fragmentación.

Bukhari Syed et al. (2017) obtienen  $Q_D^*$  en función del tamaño del proyectil P y del blanco T para silicatos irregulares y un  $\phi$  de 0.35 (su ecuación 10). Para ajustar nuestros resultados adoptamos dicha forma funcional de  $Q_D^*$  para el caso en el que el proyectil y el blanco tienen el mismo tamaño y así encontramos nuevas prescripciones para diferentes factores de llenado de volumen en el régimen de resistencia interna. Cabe mencionar que la suposición sobre los tamaños del blanco y proyectil es una simplificación adoptada debido a las limitaciones de nuestro experimento. Siguiendo el trabajo de Krivov et al. (2018) agregamos el término  $Q_L^*$  correspondiente al régimen gravitatorio y obtenemos

$$Q_D^*(r, \phi) = A(\phi) \left( \frac{r}{1 \text{ cm}} \right)^{-1.58} + \frac{4}{5} G \pi \left( \frac{r}{100} \right)^2 \rho_0 \phi, \quad (3.9)$$

donde  $r$  es el tamaño del proyectil/blanco,  $G$  la constante gravitatoria,  $\rho_0 = 2600 \text{ kg/m}^3$  (la densidad del sílice) y  $A(\phi)$  es el parámetro que calculamos para cada valor del factor de llenado de volumen (ver tabla 3.1) con la relación funcional encontrada previamente de  $Q^* = 0.34 * e^{4.92*\phi}$  y  $Q^* = A(\phi) \left( \frac{r}{1 \text{ cm}} \right)^{-1.58}$  (Bukhari Syed et al., 2017).

En la figura 3.9 presentamos las curvas de  $Q_D^*$  como función del tamaño, comparando con la prescripción de (Bukhari Syed et al., 2017) sumado el término correspondiente al régimen

**Tabla 3.1.** Prescripciones de la energía de disrupción catastrófica para diferentes valores del factor de llenado de volumen.

$\phi$	$A(\phi)$ (J/kg)
0.10	1.18
0.35	4.05
0.50	8.49
0.70	22.72
0.90	60.85

gravitatorio para  $\phi = 0.35$  (panel izquierdo), y para diferentes valores del factor de llenado de volumen (panel derecho).

### 3.5. Conclusiones

En este trabajo, llevamos a cabo experimentos de impacto para estudiar la fragmentación de agregados de polvo compactos. Con las muestras discooidales de 1.6 cm de diámetro logramos compactaciones de los discos con valores del factor de llenado de volumen desde 0.64 a 0.8. A su vez, realizamos muestras comprimidas manualmente con un valor del factor de llenado de volumen de aproximadamente 0.5. Con dichas muestras compactas, realizamos el BDT para calcular la resistencia tensil de cada una. Siguiendo los trabajos de [Meisner et al. \(2012\)](#) y [Gundlach et al. \(2018\)](#), determinamos dos correlaciones entre la resistencia tensil y el factor de llenado de volumen para un amplio rango de este último parámetro.

Podemos observar de la figura 3.7 que los valores obtenidos de la resistencia tensil en este trabajo están en acuerdo con los calculados para materiales meteoríticos de origen cometario ([Blum et al., 2014](#)). Por otra parte, la resistencia tensil medida en todos los meteoritos son del orden de megapascales ([Slyuta, 2017](#); [Flynn et al., 2018](#); [Ostrowski & Bryson, 2019](#)) y, como se puede ver en la figura 3.7, dichos resultados sólo pueden ser predichos por nuestro ajuste de la función de corrección dada por [Gundlach et al. \(2018\)](#) para valores altos del factor de llenado de volumen. Sin embargo, no queda claro que la corrección dada por [Gundlach et al. \(2018\)](#) sea válida para  $\phi$  cercanos a 1. Por otra parte, la resistencia tensil de los asteroides sigue siendo un tema en discusión. [Grott et al. \(2019\)](#) calcularon la resistencia tensil de una roca en el asteroide tipo C Ryugu y obtuvieron valores del orden de pocos cientos de kilopascales. [Grott et al. \(2019\)](#) discute que existe un bias observacional en nuestra colección de meteoritos ya que los valores bajos de la resistencia tensil nos indican que si la mayoría de los meteoritos tuvieran una resistencia tensil baja, serían muy frágiles para sobrevivir la entrada en nuestra atmósfera. Las porosidades de los meteoritos son parámetros fundamentales al estudiar el Sistema Solar temprano y su proceso de formación. La porosidad afecta a la mayor parte de las propiedades físicas de los meteoritos, como [Flynn et al. \(2018\)](#) remarcan, los modelos de craterización e impacto deberían tener este efecto en cuenta ([Beitz et al., 2016](#)).

Es importante notar que las relaciones que hemos calculado dependen del tamaño de las partículas utilizadas en el experimento. Siguiendo los límites teóricos superior e inferior para la resistencia tensil de materiales granulares en [Blum et al. \(2006\)](#), [Gundlach et al. \(2018\)](#) encontraron una fórmula empírica para la dependencia de la resistencia tensil con el tamaño del grano (su ecuación 4). A su vez, [Kimura et al. \(2020\)](#) presentaron una fórmula analítica para la resistencia tensil en función del factor de llenado de volumen que incorpora una dependencia con el volumen las muestras. Aplicando su ecuación 5 para partículas irregulares

### **3. Energía de disrupción catastrófica obtenida mediante experimentos de laboratorio**

de sílice, encontramos que dicha ecuación puede reproducir los valores de la resistencia tensil de nuestras muestras compactas.

Finalmente, encontramos la relación entre la energía crítica de fragmentación y el factor de llenado de volumen. Una mejor comprensión de la relación entre las colisiones y las porosidades de los materiales es clave para entender el proceso de formación planetaria. Proveemos nuevas prescripciones para el límite de disrupción catastrófica para un amplio rango de valores del factor de llenado de volumen que puede ser aplicado directamente a modelos colisionales.

En el siguiente capítulo estudiamos el rol de la fragmentación de planetesimales en la formación de un planeta gigante considerando a la energía de disrupción catastrófica como función de las velocidades relativas de los planetesimales y sus composiciones. A su vez, analizamos el impacto de la inclusión de las tasas de acreción de guijarros y de nuestro cálculo de la velocidad de dispersión (capítulo 2) en la formación de un planeta gigante.

## Capítulo 4

# Fragmentación de planetesimales y formación de planetas gigantes



*“En un mundo de gusanos capitalistas, hay que tener coraje para ser mariposa”*

Lohana Berkins

La mayoría de los modelos de formación planetaria que incluyen la fragmentación de planetesimales consideran que estos están compuestos por material rocoso y que la energía de disrupción catastrófica es la correspondiente para basaltos a una velocidad constante de 3 km/s durante todo el proceso de formación de los planetas. Sin embargo, a medida que los planetas crecen, las velocidades relativas de los planetesimales que los rodean aumentan desde valores del orden del m/s a algunos km/s. Además, se espera que los planetesimales que se encuentran más allá de la línea del hielo, donde los planetas gigantes se forman, estén compuestos aproximadamente por un 50 % de hielos. El objetivo de este trabajo es estudiar el rol de la fragmentación de planetesimales en la formación de un planeta gigante considerando a la energía de disrupción catastrófica como función de las velocidades relativas de los planetesimales y sus composiciones. A su vez, mejoramos nuestro modelo de acreción de fragmentos pequeños, considerando las tasas de acreción de guijarros (en inglés llamados “pebbles”). La mayoría de los resultados y conclusiones de este capítulo se encuentran publicados en [San Sebastián et al. \(2019\)](#).

### 4.1. Motivación

El modelo estándar de formación de planetas gigantes es el llamado mecanismo de acreción del núcleo ([Mizuno, 1980](#); [Stevenson, 1982](#); [Pollack et al., 1996](#); [Guilera et al., 2010](#); [Helled et al., 2014](#)). De acuerdo a este modelo, los núcleos sólidos de los planetas gigantes se forman mediante la acreción de planetesimales hasta que tienen la suficiente masa para empezar a acretar gas del disco protoplanetario. Cuando la masa de la envoltura iguala la masa del núcleo ( $\sim 10M_{\oplus}$ ), llamada masa de cruce, el planeta comienza a acretar grandes cantidades de gas en un corto período de tiempo, este proceso es conocido como crecimiento en fuga.

Finalmente, una vez que la acreción de gas se ve limitada, el planeta evoluciona enfriándose y contrayéndose a una masa constante.

En los últimos años se ha desarrollado un modelo alternativo para la formación de los núcleos de planetas gigantes, también basado en la acreción de material sólido. Este modelo está basado en la acreción de partículas pequeñas, a las que llamaremos guijarros (“pebbles” en inglés). A diferencia de los planetesimales, los guijarros pueden ser acretados por toda la esfera de Hill del protoplaneta generando que sus tasas de acreción sean significativamente más grandes que las tasas de acreción de planetesimales (Ormel & Klahr, 2010; Lambrechts & Johansen, 2012).

Un problema importante del modelo estándar de acreción del núcleo es la formación de un núcleo masivo previo a la disipación de la componente gaseosa del disco protoplanetario. El proceso de acreción de planetesimales juega un rol fundamental en esta problemática. Durante el crecimiento del embrión, el mismo excita los planetesimales circundantes produciendo un aumento en sus velocidades relativas lo que genera colisiones disruptivas entre ellos. Inaba et al. (2003), Kobayashi et al. (2011), Ormel & Kobayashi (2012) y Guilera et al. (2014) encontraron que la fragmentación excesiva puede causar la pérdida de los fragmentos más pequeños debido al arrastre gaseoso, limitando el crecimiento del núcleo. A su vez, cuando el núcleo alcanza varias masas terrestres las velocidades se vuelven suficientemente altas para producir colisiones supercatastróficas entre planetesimales (Guilera et al., 2014; Chambers, 2014). Guilera et al. (2014) consideró que los planetesimales involucrados en dichas colisiones se pulverizan y la masa de esos objetos se pierde. Por otra parte, Chambers (2014) encontró que los planetesimales pequeños colisionan frecuentemente entre ellos y consideró que los fragmentos más pequeños que el tamaño mínimo considerado en el modelo coagulan rápidamente formando nuevos guijarros, acelerando de esta manera el crecimiento del embrión. Si los objetos más pequeños que el tamaño mínimo se pulverizan o coagulan sigue siendo materia de debate actualmente.

A pesar de las diferencias en los modelos de fragmentación de planetesimales, en lo que todos coinciden es en que este fenómeno es fundamental durante la formación planetaria ya que puede inhibir o favorecer la formación de núcleos de planetas gigantes. En una colisión entre dos planetesimales, donde el más pequeño es el proyectil y el más grande es el blanco, la energía de disrupción catastrófica límite requerida para fragmentar y dispersar el cincuenta por ciento de la masa del blanco es una función importante que debe ser definida en los modelos de fragmentación. Como vimos en el capítulo 3, esta función depende de muchos factores de la colisión, como la velocidad de impacto, el tipo de material del planetesimal, su porosidad, los tamaños de los planetesimales, entre otros (Jutzi et al., 2015).

Benz & Asphaug (1999) encontraron, mediante simulaciones SPH, que un blanco de un tamaño fijo compuesto por hielos tiene una energía de disrupción catastrófica límite menor en el régimen dominado por resistencia interna, que si estuviera compuesto por basaltos. Sin embargo, Gundlach et al. (2018) midió la resistencia tensil de granos de hielo de agua del tamaño del micrón encontrando que eran comparables con los valores encontrados para granos de sílice del mismo tamaño, concluyendo que los agregados de hielo no son más difíciles de romper que los de sílice. Esta diferencia entre simulaciones SPH (el hielo es más difícil de romper que el material rocoso) y experimentos de laboratorio (el hielo no es más difícil de romper que el material rocoso) es materia de debate actualmente. Benz (2000) a su vez encontró, mediante simulaciones SPH, que las colisiones a bajas velocidades son más eficientes en destruir y dispersar cuerpos basálticos que las colisiones a altas velocidades.

Jutzi et al. (2010) estudió, mediante simulaciones SPH, el efecto de la porosidad de los

planetesimales en las colisiones. [Jutzi et al. \(2010\)](#) encontró que, en el régimen de resistencia interna, los blancos porosos son más difíciles de destruir que los no porosos, mientras que en el régimen gravitatorio, el resultado de la colisión para objetos porosos depende de la gravedad y porosidad. Recientemente, [Beitz et al. \(2011\)](#) y [Bukhari Syed et al. \(2017\)](#) mostraron, mediante experimentos de impacto a bajas velocidades, que la resistencia interna de los agregados de polvo compactos es mucho más débil que el de las rocas porosas. Un resultado análogo fue encontrado por [Jutzi et al. \(2010\)](#). El hecho de que los objetos porosos son más resistentes que los no porosos es un resultado relevante en el que coinciden a grandes rasgos los resultados de SPH con los de experimentos de laboratorio.

Es importante remarcar que, la mayoría de los modelos de formación planetaria que incorporan el proceso de fragmentación de planetesimales utilizan la prescripción de [Benz & Asphaug \(1999\)](#) para la energía de disrupción catastrófica para basaltos o para hielos no porosos a una velocidad fija ([Kobayashi et al., 2011](#); [Ormel & Kobayashi, 2012](#); [Guilera et al., 2014](#); [Chambers, 2014](#)). Sin embargo, [Guilera et al. \(2014\)](#) mostró que, durante la formación de núcleos masivos, las velocidades relativas de los planetesimales aumentan de cm/s–m/s a km/s. Además, más allá de la línea de hielo, los objetos poseen una composición que es una mezcla de hielos y materiales rocosos.

En el trabajo de ([Guilera et al., 2014](#)), se incorporó al modelo global de formación de planetas gigantes ([Guilera et al., 2010](#)) un modelo de fragmentación de planetesimales. Se encontró que la formación de núcleos masivos es posible únicamente si la población inicial de planetesimales es de gran tamaño y los discos son masivos. En los otros escenarios, la fragmentación de planetesimales inhibió la formación de núcleos masivos. En este capítulo, incorporamos a nuestro modelo de fragmentación de planetesimales la dependencia de la energía de disrupción catastrófica límite con la composición y la velocidad relativa de los planetesimales. A su vez, incorporamos diferentes regímenes para las velocidades relativas de los planetesimales (cizallamiento kepleriano y dispersión de velocidades) en el modelo de fragmentación de planetesimales, y en el modelo global de formación de planetas gigantes, las tasas de acreción de guijarros para partículas pequeñas producto del proceso de colisión. En este capítulo analizamos el impacto en la formación de núcleos masivos con los nuevos fenómenos incorporados.

En las siguientes secciones describiremos brevemente el modelo global de formación de planetas gigantes y las mejoras incorporadas en las tasas de acreción de sólidos; detallaremos nuestro modelo de fragmentación y las mejoras realizadas al modelo; por último, mostraremos los resultados y las conclusiones.

## 4.2. Nuestro modelo de formación de planetas gigantes

El modelo con el que trabajamos describe la formación de planetas gigantes inmersos en un disco protoplanetario que evoluciona en el tiempo. El mismo fue desarrollado en [Guilera et al. \(2010\)](#) y [Guilera et al. \(2014\)](#).

El disco protoplanetario está compuesto por una componente gaseosa y una componente sólida que evolucionan en tiempo. Los planetas crecen por la acreción simultánea de gas y sólidos. La componente sólida del disco evoluciona por la acreción de los planetas, el arrastre gaseoso y la evolución colisional entre planetesimales, mientras que la componente gaseosa evoluciona mediante un decaimiento exponencial por fotoevaporación. En la figura 4.1 mostramos un esquema del funcionamiento del código.

En nuestras simulaciones consideramos 2500 bins radiales equiespaciados logarítmicamente

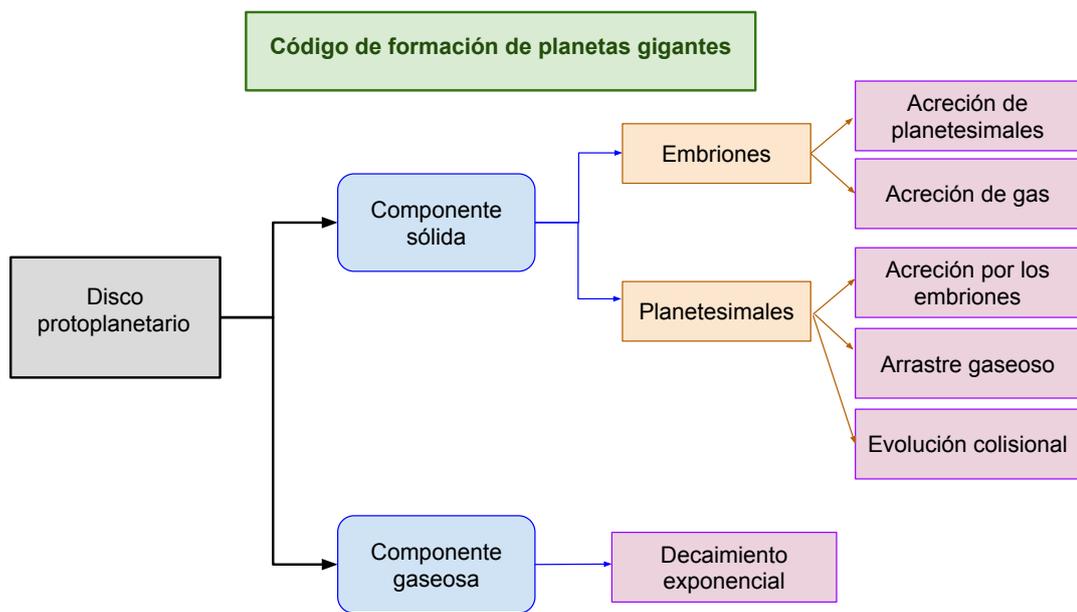


Figura 4.1. Esquema básico del código de formación de planetas gigantes

en un disco protoplanetario definido entre 0.4 UA y 20 UA. En esta sección describiremos las características básicas del modelo. La descripción detallada del modelo de formación de planetas gigantes puede encontrarse en los trabajos previos (Guilera et al., 2010, 2011, 2014) o en la tesis de doctorado del Dr. Octavio M. Guilera (<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/42902>).

#### 4.2.1. Evolución de elementos orbitales de los planetesimales: excentricidad, inclinación y semieje mayor

La excentricidad, inclinación y semieje mayor de un planetesimal evoluciona debido a la excitación gravitatoria de los protoplanetas que se encuentran inmersos en el disco protoplanetario, y al amortiguamiento debido al gas del disco. El aumento de la excentricidad  $e$  e inclinación  $i$  de un planetesimal dado por la excitación gravitatoria de un protoplaneta aislado está dado por (Ohtsuki et al., 2002)

$$\frac{de^2}{dt}|_{gravitatorio} = \left( \frac{M_o}{3bM_\star P_{orb}} \right) P_{EG} \quad (4.1)$$

$$\frac{di^2}{dt}|_{gravitatorio} = \left( \frac{M_o}{3bM_\star P_{orb}} \right) Q_{EG} \quad (4.2)$$

donde  $P_{EG}$  y  $Q_{EG}$  son funciones de las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales ( $e, i$ ) (ver Ohtsuki et al., 2002),  $M_o$  la masa del protoplaneta,  $b$  el ancho de la zona de alimentación del protoplaneta (normalizada al radio de Hill del mismo),  $M_\star$  la masa de la estrella anfitriona y  $P_{orb}$  el período orbital del protoplaneta. Dado que este tratamiento es local, se introduce una función de modulación  $f(\Delta)$  (ver Guilera et al., 2010) en las ecuaciones anteriores para tener en cuenta el decaimiento de las excitaciones gravitatorias del planeta sobre los planetesimales cuando la distancia al planeta es de 3.5-4 radios de Hill (Hasegawa & Nakazawa, 1990).

La fricción gaseosa, por otra parte, tiende a disminuir la excentricidad e inclinación del planetesimal de la siguiente forma (Adachi et al., 1976)

$$\frac{de}{dt}|_{gas} = -\frac{\pi e r_p^2 C_D \rho_g v_k}{2m_p} (\eta^2 + \left( \frac{5}{8} e^2 + \frac{1}{2} i^2 \right) v_k^2) \quad (4.3)$$

$$\frac{di}{dt}|_{gas} = -\frac{\pi i r_p^2 C_D \rho_g v_k}{4m_p} (\eta^2 + \left( \frac{5}{8} e^2 + \frac{1}{2} i^2 \right) v_k^2) \quad (4.4)$$

con  $r_p$  el radio del planetesimal con masa  $m_p$ ,  $\rho_g$  la densidad volumétrica del gas,  $C_D$  un coeficiente adimensional que representa la fricción gaseosa,  $\eta$  la razón entre la diferencia de la velocidad del gas  $v_g$  con la velocidad kepleriana local  $v_k$ , y  $v_k$ , dada por Thommes et al. (2003)

$$\eta = \frac{v_k - v_g}{v_k} = \frac{\pi}{16} (\alpha + \beta) \left( \frac{c_s}{v_k} \right)^2 \quad (4.5)$$

donde  $c_s$  es la velocidad térmica media de las moléculas de gas,  $\alpha$  y  $\beta$  son las potencias de los perfiles de gas y de temperatura de la nebulosa, respectivamente.

A su vez, la fricción gaseosa produce un decaimiento orbital de los planetesimales. Las partículas migran hacia adentro en el disco protoplanetario debido al arrastre gaseoso, donde la velocidad de migración radial para cada régimen de arrastre está dada por (Adachi et al., 1976)

$$\frac{da}{dt} = v_{mig} = \begin{cases} -\frac{2a\eta}{t_{stop}} \left[ \frac{S_t^2}{1+S_t^2} \right] & \text{régimen de Epstein} \\ -\frac{2a\eta}{t_{stop}} \left[ \frac{S_t^2}{1+S_t^2} \right] & \text{régimen de Stokes} \\ -\frac{2a\eta}{t_{stop}} & \text{régimen cuadrático,} \end{cases} \quad (4.6)$$

siendo  $a$  el semieje mayor de la órbita del planetesimal,  $S_t = t_{stop}\omega_k$  el número de Stokes, con  $t_{stop}$  el tiempo de frenado dependiendo del régimen de arrastre (Epstein, Stokes o cuadrático), y  $\omega_k$  es la frecuencia angular kepleriana.

#### 4.2.2. Evolución del embrión

A continuación presentamos la evolución de la envoltura y del núcleo del embrión. Como consideramos un embrión aislado, no tendremos en cuenta el crecimiento del embrión por fusión de embriones.

##### 4.2.2.1. Envoltura

La evolución de la envoltura se calcula resolviendo las ecuaciones estándar de la teoría de evolución estelar. Las siguientes ecuaciones corresponden a la conservación de la masa, al equilibrio hidrostático, al balance y, al transporte de energía

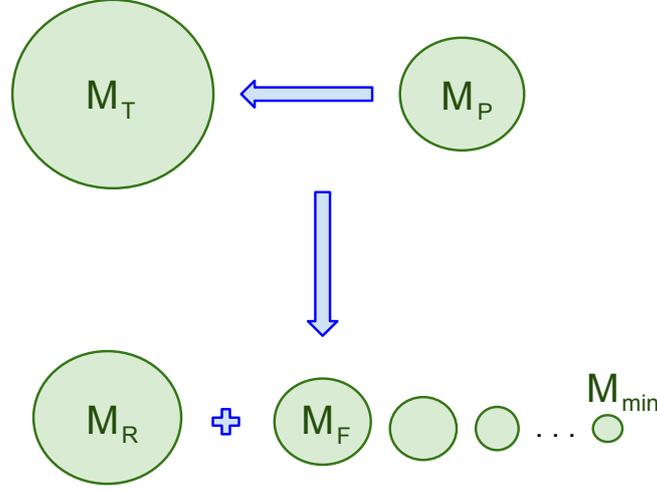
$$\frac{\partial r}{\partial m_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho_e}, \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial P_r}{\partial m_r} = -\frac{Gm_r}{4\pi r^4}, \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial L_r}{\partial m_r} = \epsilon_{pl} - T_r \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial T_r}{\partial m_r} = -\frac{Gm_r T_r}{4\pi r^4 P_r} \nabla, \quad (4.10)$$

donde  $G$  es la constante de gravitación universal,  $\rho_e$  es la densidad de la envoltura,  $S$  es la entropía por unidad de masa,  $\epsilon_{pl}$  es la tasa de energía liberada debido a la acreción de planetesimales y  $\nabla \equiv \frac{d \ln T_r}{d \ln P_r}$  es el gradiente de temperatura adimensional, que depende del transporte de energía, si es por radiación o convección (ver Fortier et al., 2009; Guilera et al., 2010, para más detalle),  $T_r$  es la temperatura,  $m_r$  es la masa de la envoltura contenida entre la superficie sólida del planeta y el radio  $r$ ,  $P_r$  es la presión y  $L_r$  es la luminosidad irradiada por la envoltura gaseosa del embrión.



**Figura 4.2.** Esquema de la colisión entre un planetesimal de masa  $M_T$  y uno de masa  $M_P$ . La colisión da como resultado un remanente de masa  $M_R$  y el resto de la masa se distribuye entre el fragmento más grande de masa  $M_F$  y el tamaño mínimo de masa  $M_{\min}$ .

#### 4.2.2.2. Tasas de acreción de sólidos

Para los planetesimales utilizamos las tasas de acreción dadas por [Inaba et al. \(2001\)](#)

$$\frac{dM_C}{dt} = R_H^2 \Sigma_P \Omega_P P_{\text{coll}}, \quad \text{cuando } S_t \geq 1, \quad (4.11)$$

donde  $M_C$  es la masa del núcleo,  $R_H$  es el radio de Hill del planeta,  $\Sigma_P$  es la densidad superficial de sólidos en la ubicación del planeta,  $\Omega_P$  es la frecuencia Kepleriana en la ubicación del planeta y  $P_{\text{coll}}$  es la probabilidad de colisión la cual es función del radio del núcleo  $R_C$ , el radio de Hill del planeta y la velocidad relativa entre los planetesimales y el planeta o velocidad de dispersión estándar (ver capítulo 2), por lo tanto  $P_{\text{coll}} = P_{\text{coll}}(R_C, R_H, v_{\text{rel}})$ . A su vez, como consideramos la fuerza de arrastre que experimentan los planetesimales al entrar a la envoltura planetaria (following [Inaba & Ikoma, 2003](#)), la probabilidad de colisión es función del radio aumentado  $\tilde{R}_C$  en lugar de  $R_C$  ([Guilera et al., 2014](#)).

### 4.3. Modelo de fragmentación de planetesimales

Nuestro modelo de fragmentación de planetesimales está basado en el *Código Boulder* ([Morbidelli et al., 2009](#)) donde se modela la colisión de planetesimales y la evolución de dicha población debido a la fragmentación.

De acuerdo a nuestro modelo, una colisión entre un blanco de masa  $M_T$  y un proyectil de masa  $M_P$  resulta en un remanente de masa  $M_R$  dado por

$$M_R = \begin{cases} \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] (M_T + M_P), & \text{si } Q < Q_D^*, \\ \left[ -0.35 \left( \frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] (M_T + M_P), & \text{si } Q > Q_D^*, \end{cases} \quad (4.12)$$

donde  $Q$  es la energía de colisión por unidad de masa del blanco y  $Q_D^*$  es la energía catastrófica de impacto por unidad de masa del blanco necesaria para fragmentar y dispersar la mitad de la masa del blanco. Usualmente,  $Q_D^*$  es función del radio del blanco. Es importante remarcar que en nuestro modelo (siguiendo a [Morbidelli et al., 2009](#))  $Q_D^*$  es calculada con un radio efectivo  $r_{\text{eff}} = 3(M_T + M_P)/4\pi\rho$ , donde  $\rho$  es la densidad del planetesimal. Por otro lado, en nuestro modelo la masa perdida en una colisión, la cual se define como  $(M_T + M_P - M_R)$ , se distribuye entre el bin de masa mínimo considerado y el bin de masa correspondiente al fragmento más grande  $M_F$  de la siguiente forma

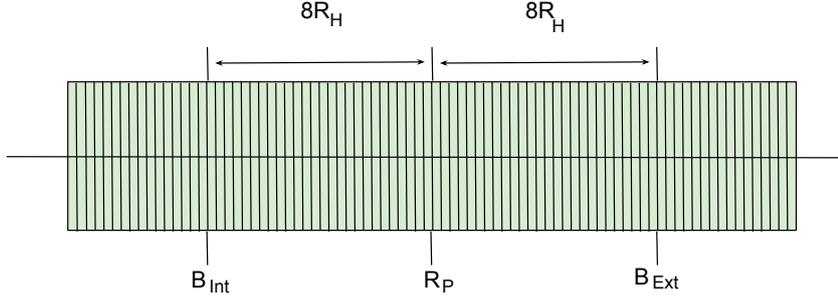
$$M_F = 8 \times 10^{-3} \left[ \frac{Q}{Q_D^*} e^{-(Q/4Q_D^*)^2} \right] (M_T + M_P). \quad (4.13)$$

Como en [Guilera et al. \(2014\)](#), notamos nuevamente que para algunas colisiones supercatastróficas (que suceden cuando  $M_R \ll M_T + M_P$ ),  $M_F > M_R$ . Para estas colisiones asumimos que  $M_F = 0.5M_R$ .

A diferencia de [Morbidelli et al. \(2009\)](#), el número  $dn(m)$  de fragmentos con masas entre  $m$  y  $m + dm$  se distribuye siguiendo una de ley de potencias dada por ([Kobayashi et al., 2011](#); [Ormel & Kobayashi, 2012](#))

$$\frac{dn}{dm} \propto m^{-5/3}, \quad (4.14)$$

donde el exponente al ser menor que 2 significa que la mayor parte de la masa se encuentra distribuida en los fragmentos más grandes. En [Guilera et al. \(2014\)](#) se encontró que la formación de núcleos masivos es favorecida cuando el exponente de la ley de potencias de la distribución de masa es menor que 2, así en este trabajo analizamos los escenarios más favorables tomando el valor de 5/3 para dicho exponente. El programa principal calcula la formación del planeta a partir de un embrión del tamaño de la Luna. Para calcular el crecimiento del planeta, adoptamos una distribución discreta de tamaños para planetesimales con 36 bins de tamaño (o masa) equiespaciados logarítmicamente entre 1 cm y 100 km, donde inicialmente, antes de que los planetesimales se fragmenten por colisiones mutuas, toda la masa de sólidos se encuentra en los planetesimales no porosos de 100 km de radio. El programa principal llama a la subrutina de fragmentación en cada paso de tiempo y esta le brinda la distribución de tamaños en ese instante, donde, cuando calculamos el proceso de fragmentación de planetesimales, extrapolamos la distribución de tamaños de los planetesimales dos órdenes de magnitud por debajo del tamaño mínimo  $r_p^{\text{min}}$  del modelo principal para evitar la acumulación espúrea de masa en los fragmentos más pequeños. Por lo tanto, solo la masa eyectada de una colisión distribuida entre la masa del fragmento más grande y el mínimo tamaño considerado ( $r_p^{\text{min}} = 1$  cm) se tiene en cuenta para calcular luego las tasas de acreción de sólidos, i.e., asumimos que la masa distribuida por debajo de 1 cm se pierde. En la figura 4.2 se muestra un esquema de una colisión entre un proyectil de masa  $M_P$  y un blanco de masa  $M_T$ . Producto de la colisión se genera un remanente de masa  $M_R$  y la masa eyectada se distribuye entre el fragmento más grande (calculado en base al modelo) y el tamaño mínimo adoptado en el modelo de fragmentación.



**Figura 4.3.** Esquema de la zona de fragmentación para un planeta aislado.  $R_P$  es la posición del planeta dentro de la grilla radial mientras que  $B_{Int}$  y  $B_{Ext}$  son los bordes interno y externo, respectivamente, a 8 Radios de Hill a ambos lados del planeta.

La zona de alimentación del embrión se extiende 4 radios de Hill a ambos lados del embrión (de Elía et al., 2013). Adoptando 2500 bins radiales a lo largo del disco protoplanetario se garantiza que hay al menos 10 bins radiales entre  $R_P - 4R_H$  y  $R_P + 4R_H$  al principio de la simulación, donde  $R_P$  es la posición del planeta dentro de la grilla radial. Definimos el ancho de la zona de fragmentación como el doble de la zona de alimentación, i.e., 8 veces el radio de Hill del embrión a ambos lados del mismo (figura 4.3).

La excitación de las excentricidades e inclinaciones decae con la distancia al embrión, especialmente fuera de la zona de alimentación. Luego, nuestra definición de la zona de fragmentación garantiza que las colisiones estén bien determinadas dentro de esta zona. La cantidad de bins radiales aumenta a medida que la masa del núcleo crece, e.g., en el caso base (sección 4.5.1), cuando el planeta alcanza la masa de cruce, la zona de fragmentación (8 radios de Hill del embrión a ambos lados del mismo) tiene  $\sim 600$  bins radiales.

Dentro de la zona de fragmentación se definen las excentricidades e inclinaciones en cada celda radial para cada tamaño de planetesimal, así como las densidades superficiales.

La probabilidad intrínseca de colisión entre blancos  $j$  y proyectiles  $i$ , que pertenezcan a las celdas  $a_k$  y  $a_l$  respectivamente, está dada por (Wetherill & Stewart, 1993; Morbidelli et al., 2009)

$$P_{int}^{(j,i)} = \frac{\alpha_v V_{rel}^{(j,i)}}{4H_{(j,i)}\bar{a}(\delta\bar{a} + 2\bar{a}e_i)}, \quad (4.15)$$

donde  $H_{(j,i)}$  es la escala mutua de altura,  $V_{rel}^{(i,j)}$  la velocidad relativa entre la partícula  $i$  y la partícula  $j$ ,  $\alpha_v$  un parámetro que depende de  $V_{rel}^{(i,j)}$ ,  $e_i$  la excentricidad de los proyectiles,  $\bar{a} = 0.5(a_k + a_l)$  el valor medio del semieje y  $\delta a$  el valor medio del ancho del anillo que contiene los blancos y proyectiles dado por

$$\delta a = \begin{cases} a_{k+1/2} - a_{l-1/2}, & \text{si } l < k \\ a_{l+1/2} - a_{k-1/2}, & \text{si } l > k, \end{cases} \quad (4.16)$$

siendo  $a_{n+1/2} = (a_{n+1} + a_n)/2$  y  $a_{n-1/2} = (a_n + a_{n-1})/2$  con  $n = k, l$ .

La velocidad relativa entre un blanco  $j$  y un proyectil  $i$  está dada por la velocidad de dispersión estándar de la partícula  $i$  más la velocidad de dispersión estándar de la partícula  $j$ , que se puede expresar de la siguiente manera (Morbidelli et al., 2009; Guilera et al., 2014)

$$V_{rel}^{(j,i)} = \sqrt{h_j^2 + v_j^2 + h_i^2 + v_i^2}, \quad (4.17)$$

donde  $h$  y  $v$  son las velocidades media horizontal y vertical dadas por

$$h = \sqrt{\frac{5}{8}} e^2 V_k, \quad (4.18)$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{2} (\sin i)^2} V_k, \quad (4.19)$$

siendo  $e, i$  las excentricidades e inclinaciones de planetesimales de tamaño  $R$  y  $V_k = \sqrt{GM_\star/a}$  la velocidad kepleriana, donde  $G$  es la constante gravitatoria universal y  $M_\star$  la masa de la estrella central. Luego, la escala mutua de altura es

$$H_{(j,i)} = \frac{\sqrt{2(v_j^2 + v_i^2)}}{\bar{\Omega}} \quad (4.20)$$

donde  $\bar{\Omega} = \sqrt{GM_\star/a^3}$  es la velocidad media angular kepleriana.

Luego, el número de colisiones, en dado intervalo de tiempo  $\delta t$ , entre blancos  $j$  y proyectiles  $i$  es

$$N_c(i, j) = P_{int}(i, j) N(i) N(j) F_G(i, j) (R_i + R_j)^2 \delta t, \quad (4.21)$$

donde  $F_G$  es el enfocamiento gravitatorio (Greenzweig & Lissauer, 1990, 1992)

$$F_G = E \left[ 1 + b^* \left( \frac{V_{esc}^{(i,j)}}{V_{rel}^{(i,j)}} \right)^2 \right], \quad (4.22)$$

siendo  $E$  y  $b^*$  coeficientes que dependen de las velocidades y las masas. La velocidad de escape mutua de los cuerpos  $i, j$  está dada por  $V_{esc} = \sqrt{2G(M_i + M_j)/(R_i + R_j)}$ .

#### 4.4. Mejoras al código de formación de planetas gigantes

En esta sección describiremos las mejoras realizadas al modelo global de formación de planetas gigantes y al modelo de fragmentación de planetesimales.

#### 4.4.1. Tasas de acreción de fragmentos pequeños

En los últimos años, se propuso un nuevo modelo de acreción de partículas sólidas como alternativa al modelo de acreción del núcleo para la formación de núcleos sólidos masivos. Este nuevo modelo propone que los núcleos masivos, precursores de los núcleos de planetas gigantes, pueden ser rápidamente formados por embriones de 100-1000 kilómetros acretando partículas del orden del centímetro conocidas como 'guijarros' (pebbles en inglés). [Ormel & Klahr \(2010\)](#) y [Lambrechts & Johansen \(2012\)](#) encontraron que los guijarros, partículas con un número de Stokes menor a la unidad ( $S_t \lesssim 1$ ), se encuentran fuertemente acopladas al gas y pueden ser muy eficientemente acretadas por embriones de tamaños entre 100 y 1000 kilómetros. [Johansen & Lacerda \(2010\)](#) encontraron numéricamente que los guijarros que interactúan con el gas dentro de la esfera Hill del protoplaneta en crecimiento disipan suficiente energía para que las partículas desciendan en espiral hacia el centro. Luego, mientras que los planetesimales pueden ser acretados por una fracción del radio de Hill de un planeta en crecimiento, los guijarros pueden ser acretados por el total del radio de Hill, haciendo que las tasas de acreción de guijarros sean significativamente más grandes que las tasas de acreción de planetesimales. Sin embargo, el tamaño dominante inicial de los sólidos acretados (desde partículas del cm llamadas guijarros u objetos de tamaños entre 1-100 km llamados planetesimales) sigue siendo un tema en debate ([Helled et al., 2014](#); [Johansen et al., 2014](#)).

Al comienzo de nuestras simulaciones, la componente sólida del disco protoplanetario está compuesta por planetesimales no porosos de 100 km de radio con una distribución radial en el disco dada por el escenario del crecimiento oligárquico ([Kokubo & Ida, 1998, 2000, 2002](#); [Ida & Makino, 1993](#)). Por lo tanto, asumimos que no hay guijarros al comienzo de nuestras simulaciones. Sin embargo, los guijarros aparecen como resultado de la evolución colisional de planetesimales, i.e., guijarros de segunda generación.

Siguiendo los trabajos de [Guilera \(2016\)](#) y [Guilera & Sándor \(2017\)](#), mejoramos las tasas de acreción de sólidos mediante la incorporación de la tasa de acreción de guijarros de segunda generación además de la tasa de acreción de planetesimales. Por lo tanto, para planetesimales adoptamos las tasas de acreción dadas por [Inaba et al. \(2001\)](#) como se hizo anteriormente ([Guilera et al., 2014](#)), y para los guijarros de segunda generación incorporamos las tasas de acreción de guijarros dadas por [Lambrechts et al. \(2014\)](#)

$$\frac{dM_C}{dt} = \begin{cases} 2\beta^* R_H^2 \Sigma_p \Omega_P, & \text{if } 0.1 \leq S_t < 1, \\ 2\beta^* \left(\frac{S_t}{0.1}\right)^{2/3} R_H^2 \Sigma_p \Omega_P, & \text{if } S_t < 0.1. \end{cases} \quad (4.23)$$

En la ecuación 4.23 introducimos un factor de reducción  $\beta^* = \min(1, R_H/H_p)$  que tiene en cuenta una reducción en las tasas de acreción de guijarros si la escala de altura de los mismos,  $H_p$ , se vuelve mayor que el radio de Hill del planeta. Este fenómeno puede suceder cuando la difusión vertical turbulenta de las partículas pequeñas se vuelve significativa. La escala de altura de los guijarros a una dada distancia de la estrella central está dada por ([Youdin & Lithwick, 2007](#))

$$H_p = H_g \sqrt{\frac{\alpha^*}{\alpha^* + S_t}}, \quad (4.24)$$

con  $H_g$  la escala de altura del disco de gas, y  $\alpha^*$  el parámetro adimensional de Shakura &

Sunyaev (Shakura & Sunyaev, 1973) que define la viscosidad del disco, en la literatura se suele utilizar  $\alpha^*$  entre  $10^{-4}$  y  $10^{-2}$ . En nuestras simulaciones adoptamos  $\alpha^* = 10^{-3}$ .

### 4.4.2. Mejoras al modelo de fragmentación

En este trabajo mejoramos el modelo de fragmentación de planetesimales desarrollado en Guilera et al. (2014) incorporando la dependencia de  $Q_D^*$ , la energía de disrupción catastrófica, con las velocidades relativas de los planetesimales y la composición de los mismos considerando una mezcla de hielos no porosos y, como aproximación al material rocoso de los planetesimales, basaltos no porosos. Cabe aclarar que, si bien en el capítulo previo hallamos prescripciones de  $Q_D^*$  para diferentes valores de la porosidad, la incorporación de dichas prescripciones queda fuera del alcance de esta Tesis ya que es necesario un modelo autoconsistente para la evolución de las porosidades de los objetos colisionantes. Además, incorporamos las tasas de acreción de guijarros para pequeños fragmentos producto del proceso de fragmentación de planetesimales (de ahora en más, guijarros de segunda generación) y diferentes regímenes de velocidad para el cálculo de bajas y altas velocidades relativas de planetesimales. Presentamos las mejoras en las próximas subsecciones.

#### 4.4.2.1. Velocidades y probabilidades de los regímenes de colisión

Siguiendo el trabajo de Morbidelli et al. (2009), la tasa de impactos entre blancos y proyectiles estimadas en nuestro modelo está dada por

$$\text{Tasa de impacto}|_A = \frac{\alpha_v V_{rel}}{4Ha(\delta a + 2ae_p)} E \left( 1 + b^* \frac{V_{esc}^2}{V_{rel}^2} \right) (R_T + R_P)^2, \quad (4.25)$$

donde  $V_{rel}$  es la velocidad relativa entre blancos y proyectiles,  $\alpha_v$  es el coeficiente que depende de  $V_{rel}$ ,  $H$  es la escala de altura mutua,  $a$  y  $\delta a$  son el valor medio del semieje mayor y el ancho del anillo que contiene los blancos y proyectiles, respectivamente,  $e_p$  es la excentricidad de los proyectiles,  $E$  es un coeficiente que tiene en cuenta la desviación del enfocamiento gravitatorio correspondiente al del problema de dos cuerpos a bajas velocidades relativas,  $b^*$  es también una función de  $V_{rel}$ , y  $V_{esc}$  es la velocidad de escape mutua. Finalmente,  $R_T$  y  $R_P$  son los radios de los blancos y proyectiles, respectivamente (ver Morbidelli et al., 2009, para más detalles).

Es importante notar que la velocidad relativa entre planetesimales utilizada en el código Boulder es la velocidad correspondiente al régimen de dispersión (es la velocidad de dispersión estándar del proyectil más la velocidad de dispersión estándar del blanco, definidas en el capítulo 2). Sin embargo, cuando la velocidad relativa entre planetesimales tiende a cero, la tasa de impacto entre los mismos se encuentra indeterminada. Weidenschilling (2011) dio cuenta de este problema e incorporó la velocidad relativa correspondiente al cizallamiento kepleriano. Siguiendo el trabajo de Weidenschilling (2011), incorporamos en nuestro modelo de fragmentación de planetesimales diferentes regímenes de velocidades y probabilidades de colisión para velocidades relativas más bajas dadas por Greenberg et al. (1991) para calcular las tasas de colisión de manera más precisa.

Siguiendo el trabajo de Greenberg et al. (1991) adoptamos 3 regímenes de velocidad diferentes y sus transiciones, régimen A: dominado por movimientos al azar/aleatorios; régimen B: dominado por cizallamiento Kepleriano; régimen C: dominado por cizallamiento Kepleriano en un disco muy fino.

Para el régimen de dispersión (dominado por movimientos al azar/aleatorios), donde el comportamiento kepleriano no es importante, adoptamos la tasa de impacto dada por Eq. (4.25).

La transición entre el régimen A y B está dada por

$$\frac{(a_P + a_T)}{2} \frac{(e_P + e_T)}{2} = 2.5R_{HT}, \quad (4.26)$$

donde  $R_{HT}$  es el radio de Hill del blanco y  $a_P, e_P, a_T, e_T$  son los semiejes mayores y excentricidades del proyectil y el blanco, respectivamente. Entonces, para valores altos de  $e$  y  $a$  el sistema está dominado por movimiento aleatorio comúnmente llamado régimen de dispersión (régimen A) y para valores pequeños de estos parámetros orbitales el sistema está en el régimen de cizallamiento kepleriano (régimen B).

Si  $a_p i_p < R_G$ , siendo  $R_G$  el diámetro gravitatorio del blanco e  $i_p$  la inclinación de la orbital del proyectil, las partículas se encuentran en el régimen C, donde aún domina el movimiento por cizallamiento kepleriano pero el sistema es bidimensional.

Para los regímenes B y C la velocidad relativa está dada por

$$v = 0.58(2\mu^{1/15} - 1.27)^{1/2} \Delta a, \quad (4.27)$$

donde  $\mu = M_p/M_\star$  y  $\Delta a = 2.5R_{HT}$ . La tasa de impacto del régimen B es

$$\text{Tasa de impacto}|_B = \pi R_P^2 \left(1 + b^* \frac{V_{esc}^2}{v^2}\right)^{1/2} \frac{\sigma (2.5R_{HT})^2 1.125\omega}{\frac{a_P + a_T}{2} 4a_P i_P \mu^{2/5} M_P}, \quad (4.28)$$

donde  $\sigma$  es la densidad superficial de proyectiles y  $\omega$  es la frecuencia kepleriana con  $a = (a_P + a_T)/2$ .

Finalmente, la tasa de impacto para el régimen C está dada por

$$\text{Tasa de impacto}|_C = R_p \left(1 + b^* \frac{V_{esc}^2}{v^2}\right)^{1/2} \frac{\sigma (2.5R_{HT})^2 1.125\omega}{\frac{(a_P + a_T)}{2} \mu^{2/5} M_p}. \quad (4.29)$$

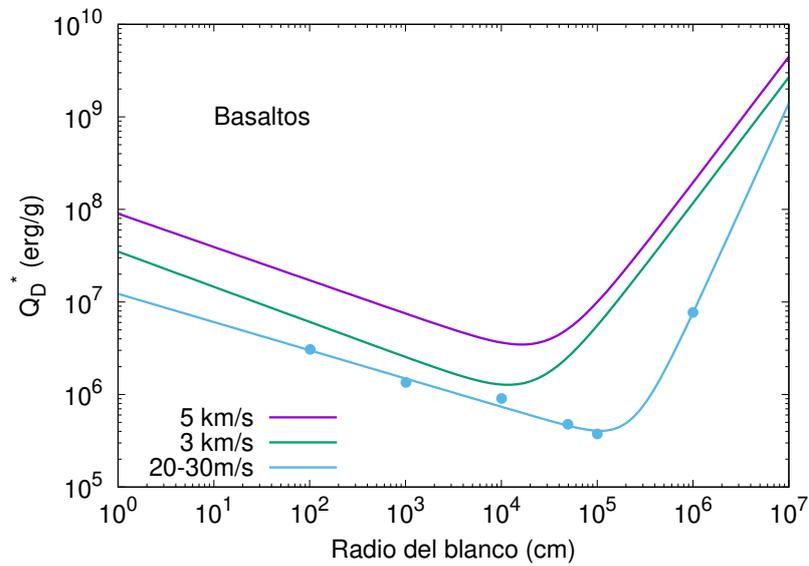
#### 4.4.2.2. Energía de disrupción catastrófica

La energía de disrupción catastrófica por unidad de masa del blanco  $Q_D^*$  es la energía necesaria para fragmentar y dispersar la mitad de la masa del blanco en un impacto, i.e., el umbral/límite para la disrupción catastrófica. Esta cantidad juega un rol importante en la evolución colisional de la población de planetesimales. Como se mencionó anteriormente,  $Q_D^*$  depende de varios factores de la colisión; son particularmente importantes la velocidad relativa entre planetesimales, que determina la velocidad de impacto de la colisión, y la composición de los planetesimales.

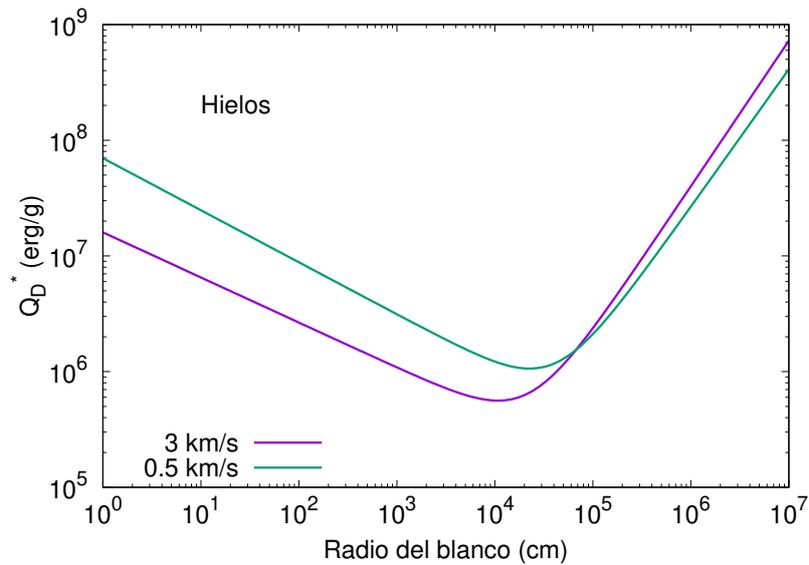
A partir de simulaciones SPH, [Benz & Asphaug \(1999\)](#) encontraron que  $Q_D^*$  puede ser expresado mediante la forma funcional

$$Q_D^* = Q_0 \left(\frac{R_T}{1 \text{ cm}}\right)^{a_p} + B\rho \left(\frac{R_T}{1 \text{ cm}}\right)^{b_p}, \quad (4.30)$$

siendo  $Q_0, B, a_p$  y  $b_p$  parámetros que dependen de las propiedades del material y de la velocidad de impacto sobre el blanco y  $\rho$  la densidad de los planetesimales no porosos (en este



**Figura 4.4.** Energía de disrupción catastrófica para blancos de basaltos a velocidades de impacto de 20-30 m/s (Benz, 2000), 3km/s y 5km/s (Benz & Asphaug, 1999). Los puntos azules corresponden a los datos discretos extraídos de (Benz, 2000).



**Figura 4.5.** Energía de disrupción catastrófica para blancos de hielo a velocidades de impacto de 0.5 km/s y 3 km/s (Benz & Asphaug, 1999).

**Tabla 4.1.** Parámetros libres que determinan  $Q_D^*$  para diferentes tipos de materiales y diferentes velocidades de impacto extraídos de [Benz & Asphaug \(1999\)](#) y [Benz \(2000\)](#).

	$Q_0$ erg/g	$B$ erg cm <sup>3</sup> /seg <sup>2</sup>	$a_p$	$b_p$
Basaltos a 5 km/s	9.0e7	0.5	-0.36	1.36
Basaltos a 3 km/s	3.5e7	0.3	-0.38	1.36
Basaltos a $\sim$ 25 m/s	1.22505e7	6.3e-8	-0.305095	2.27386
Hielos a 3 km/s	1.6e7	1.2	-0.39	1.26
Hielos at 0.5 km/s	7.0e7	2.1	-0.45	1.19

trabajo adoptamos  $\rho = 1.5$  gr/cm<sup>3</sup>). [Benz & Asphaug \(1999\)](#) realizaron simulaciones para basaltos no porosos a 3 km/s y 5 km/s, y para hielos no porosos a 0.5 km/s y 3 km/s. Más tarde, [Benz \(2000\)](#), desarrolló nuevas simulaciones SPH para calcular  $Q_D^*$  para basaltos no porosos a bajas velocidades de impacto (entre 20 m/s y 30 m/s) encontrando que blancos que fueron impactados a velocidades tan bajas son más débiles que los blancos impactados a velocidades mayores. A pesar de que [Benz \(2000\)](#) no proporcionó una forma funcional para  $Q_D^*$ , realizamos un ajuste de los resultados de sus simulaciones adoptando la misma forma funcional propuesta en [Benz & Asphaug \(1999\)](#). La tabla 4.1 resume los valores de los parámetros libres que determinan los valores de  $Q_D^*$  utilizados en este trabajo para diferentes tipos de materiales y velocidades de impacto.

La figura 4.4 representa  $Q_D^*$  como función del radio de un blanco de basalto monolítico no poroso para tres valores diferentes de la velocidad de impacto ( $\sim$  25 m/s, 3 km/s y 5km/s), mientras que la figura 4.5 representa este límite para un blanco de hielo monolítico no poroso para dos valores de la velocidad de impacto (0.5 km/s y 3 km/s). Para blancos de basaltos, podemos ver que para un valor fijo del radio del blanco, mientras más pequeña la velocidad de impacto, más pequeño el valor de  $Q_D^*$ . Este fenómeno puede tener efectos importantes durante la formación de núcleos masivos debido a que, inicialmente, las velocidades relativas de planetesimales son bajas y luego se incrementan a medida que el planeta crece. Remarcamos nuevamente que en la mayoría de trabajos de formación planetaria que incluyen fragmentación de planetesimales se usa  $Q_D^*$  para blancos no porosos de un único material, ya sea basaltos o hielos, a una velocidad de impacto de 3 km/s ([Ormel & Kobayashi, 2012](#); [Chambers, 2014](#)). Dada una dependencia funcional de  $Q_D^*$  con el radio del blanco para diferentes velocidades dadas por [Benz & Asphaug \(1999\)](#) y [Benz \(2000\)](#), para un valor fijo del radio del blanco, implementamos una interpolación entre las curvas a diferentes velocidades para obtener un valor mejorado de  $Q_D^*$  como función de la velocidad de impacto. A su vez, incluimos una interpolación utilizando diferentes curvas de  $Q_D^*$  dadas por [Benz & Asphaug \(1999\)](#) para diferentes velocidades con hielos. Si las velocidades de impacto son mayores o menores que la velocidades correspondientes a las curvas superiores o inferiores de  $Q_D^*$  adoptadas, no extrapolamos los valores de  $Q_D^*$ . En este caso, adoptamos el  $Q_D^*$  correspondiente al máximo o mínimo en velocidad usado de [Benz & Asphaug \(1999\)](#) y [Benz \(2000\)](#).

Por otra parte, de acuerdo a [Lodders \(2003\)](#), más allá de la línea de hielo la cantidad de masa sólida en el disco protoplanetario incrementa en un factor dos, lo que significa que el 50 % del material detrás de la línea de hielo debería estar condensado en el Sistema Solar primitivo. La proporción hielo-roca derivada de los objetos transneptunianos, cometas y satélites irregulares de planetas gigantes ([McDonnell et al., 1987](#); [Stern et al., 1997](#); [Johnson & Lunine, 2005](#)) confirma esto. Como nuestro interés se encuentra en la formación de planetas gigantes detrás de la línea de hielo, asumimos que los planetesimales están compuestos por hielos y materiales rocosos siguiendo el trabajo de [Lodders \(2003\)](#). Si bien los basaltos son rocas ígneas, lo que significa que son rocas producto de la actividad volcánica de un cuerpo diferenciado, mientras

que nuestros planetesimales no lo son, pueden representar apropiadamente las características de los planetesimales rocosos. Finalmente, para implementar la dependencia de  $Q_D^*$  con la velocidad de impacto y la composición del blanco, primero interpolamos entre las curvas de  $Q_D^*$  como función del radio del blanco para diferentes velocidades de impacto, obteniendo los valores de  $Q_D^*$  para cada material puro (basaltos y hielos). Luego, realizamos una combinación lineal entre ellos, dependiendo del porcentaje de basaltos y hielos que definimos para los sólidos; en este trabajo consideramos tres casos, planetesimales compuestos puramente de basaltos, planetesimales compuestos puramente por hielos y planetesimales compuestos en un 50% de basaltos y un 50% hielos. Debemos aclarar que la combinación lineal entre los valores de  $Q_D^*$  para cada material puro es una simplificación ya que no poseemos valores de esta cantidad para una mezcla de material y la obtención de los mismos es de una complejidad alta debido a su dependencia fuerte con la cantidad y tipo de interfaces presentes en un compuesto.

Remarcamos nuevamente que en todos los casos  $Q_D^*$  se calcula mediante la ecuación 4.30, pero utilizando un radio efectivo ( $r_{\text{eff}} = 3(M_T + M_P)/4\pi\rho$ ) en lugar del radio del blanco.

Se debería notar que en el trabajo de [Leinhardt & Stewart \(2012\)](#) también obtienen una derivación de una ley general de disrupción catastrófica. Sin embargo, su trabajo se enfoca en el régimen gravitatorio, y para objetos con diferentes porosidades, mientras que en nuestro modelo adoptamos leyes compatibles válidas tanto en el régimen gravitatorio como en el régimen de resistencia interna para cuerpos no porosos.

### 4.4.3. Velocidad de dispersión

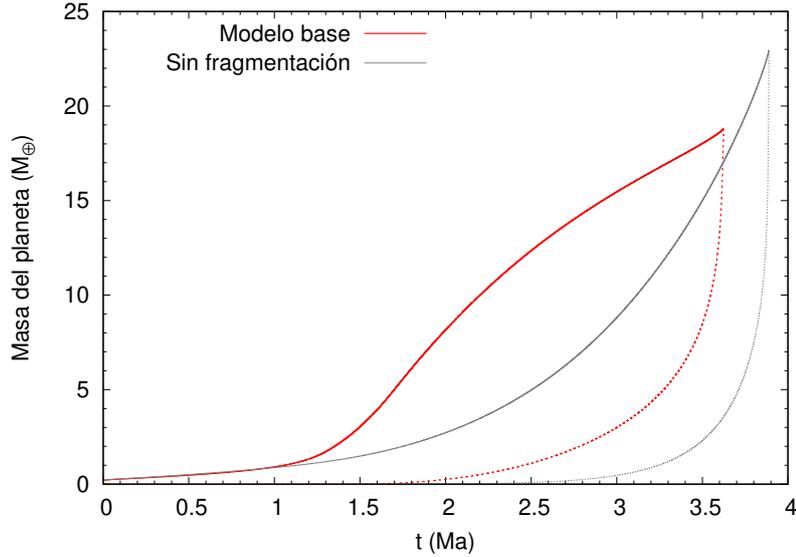
Como vimos en el capítulo 2, la velocidad de dispersión que usualmente se adopta (ecuación 2.55), se calcula para bajas excentricidades e inclinaciones de los planetesimales. En la sección 4.5.6 incorporamos nuestro cálculo de la velocidad de dispersión a mayores órdenes, ecuación 2.27, tanto en las tasas de acreción, como en el modelo de fragmentación.

## 4.5. Resultados

Nuestro objetivo es estudiar el impacto de las mejoras que incluimos en nuestro modelo de fragmentación de planetesimales, discutido anteriormente, en la formación de un planeta gigante. Llevamos a cabo distintas simulaciones incluyendo de a un fenómeno a la vez. Nuestras simulaciones empiezan al comienzo del crecimiento oligárquico con un embrión del tamaño de la Luna ubicado a 5 UA de la estrella central. Inicialmente, el embrión se encuentra inmerso en una población homogénea de planetesimales no porosos de 100 km de radio y el disco es diez veces más masivo que la Nebulosa Solar de Masa Mínima (MMSN por sus siglas en inglés, [Hayashi, 1981](#)). Las simulaciones terminan una vez que la masa de la envoltura del planeta iguala su masa del núcleo, i.e., cuando se alcanza la masa de cruce (en este caso consideramos que el planeta termina su formación en un corto período posterior al comienzo del crecimiento en fuga gaseoso); o a los 6 Ma que es el tiempo en el que consideramos que el gas del disco se disipa.

### 4.5.1. Modelo base

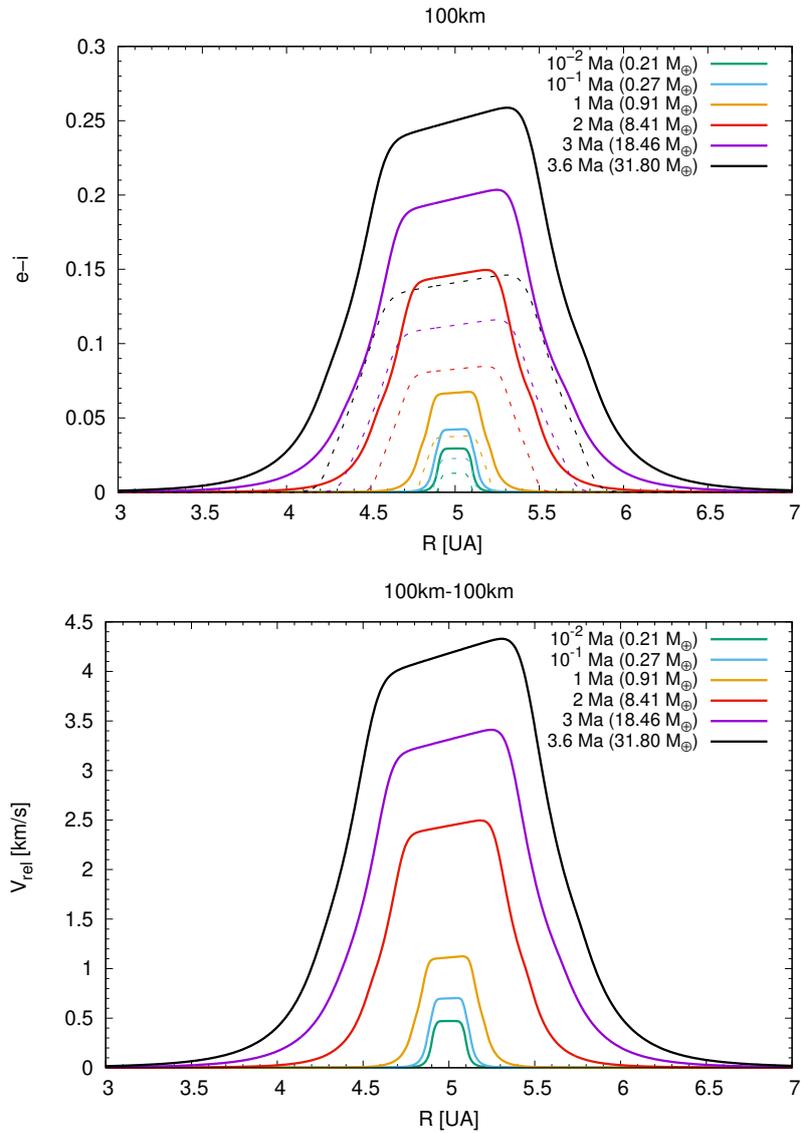
En el trabajo de [Guilera et al. \(2014\)](#) se incluyó la primera aproximación al modelado de la fragmentación de planetesimales en nuestro modelo de formación de planetas gigantes ([Guilera et al., 2010](#)), y se estudió, para diferentes tamaños iniciales de planetesimales y masas de discos, cómo la evolución colisional de la población de planetesimales modifica el proceso



**Figura 4.6.** Masa del núcleo (línea sólida) y masa de la envoltura (línea a trazos) como función del tiempo. Las líneas rojas gruesas corresponden al modelo base, mientras que las líneas grises finas corresponden a la formación de un planeta gigante sin fragmentación de planetesimales.

de formación planetaria. Hay que notar que en [Guilera et al. \(2014\)](#), las tasas de acreción de partículas con número de Stokes menor que la unidad fueron calculadas usando la prescripción derivada por [Inaba et al. \(2001\)](#) en el régimen de baja velocidad. Se encontró que, solo para planetesimales iniciales grandes ( $r_p = 100$  km) y discos masivos, y solamente si la mayor parte de la masa perdida en las colisiones estaba distribuida en los fragmentos más grandes (ver ecuación 4.14), la fragmentación de planetesimales favorecía la formación relativamente rápida de un núcleo masivo (mayor que  $10 M_\oplus$ ). Si se consideran planetesimales pequeños, la fragmentación de planetesimales inhibe la formación de núcleos masivos. Remarcamos que estos resultados están en acuerdo con trabajos previos que adoptan hipótesis similares para el modelo de fragmentación de planetesimales ([Inaba et al., 2003](#); [Kobayashi et al., 2011](#); [Ormel & Kobayashi, 2012](#)). Por lo tanto, elegimos como nuestro caso base para este trabajo, la simulación más favorable de [Guilera et al. \(2014\)](#) que corresponde al caso en el que los planetesimales iniciales tienen 100 km de radio y la masa inicial del disco es de 10 NSM.

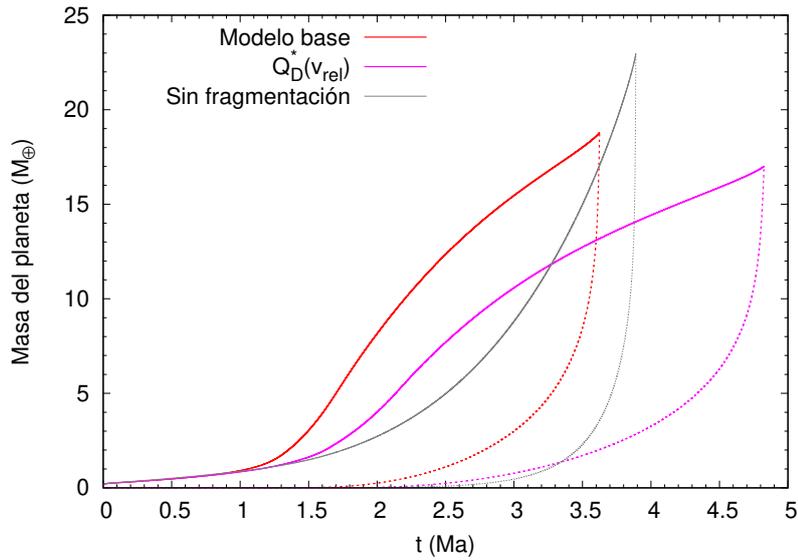
En la figura 4.6, mostramos la evolución temporal de la masa del núcleo y de la envoltura del planeta, para el modelo base y para el modelo en que no se considera el proceso de fragmentación de planetesimales. Podemos ver que la inclusión de la fragmentación de planetesimales reduce un  $\sim 7\%$  el tiempo en el que se alcanza la masa de cruce. Además podemos observar que el planeta alcanza la masa de cruce a una masa del núcleo más baja (18% más baja). Sin embargo, el modelo de fragmentación incorporado en [Guilera et al. \(2014\)](#) considera la energía de disrupción catastrófica límite dada por [Benz & Asphaug \(1999\)](#) para basaltos a velocidades de impacto de 3 km/s y esta suposición es claramente una simplificación. Por un lado, como estamos estudiando la formación de un planeta gigante detrás de la línea de hielo, debería tenerse en cuenta que los planetesimales están compuestos por rocas y hielos ([Lodders, 2003](#)). Además, durante el proceso de formación planetaria, las velocidades relativas de los planetesimales aumentan debido a las perturbaciones gravitatorias producidas por el planeta en crecimiento. En el panel superior de la figura 4.7, mostramos el incremento de las excentricidades e inclinaciones para planetesimales de 100 km de radio y en el panel inferior,



**Figura 4.7.** Panel superior: evolución temporal de los perfiles radiales de la excentricidad (líneas sólidas) e inclinación (líneas a trazos) para planetesimales de 100 km de tamaño. Panel inferior: evolución temporal de la velocidad relativa entre planetesimales de 100 km de tamaño. En corchetes mostramos la masa total del planeta en cada momento dado. La curva negra corresponde al tiempo (y masa) al cual el planeta llega a la masa de cruce.

sus velocidades relativas, de planetesimales cercanos al planeta mientras este crece. Podemos ver que las excentricidades e inclinaciones incrementan rápidamente cerca del planeta. Esto conduce al aumento de las velocidades relativas desde valores de algunos metros por segundo hasta velocidades cercanas a 5 m/s (panel inferior de la figura 4.7). Estos resultados muestran claramente que la suposición de un  $Q_D^*$  a velocidad de impacto constante es una simplificación en el modelo de fragmentación de planetesimales, y por ende, nos motiva a incorporar las dependencias en la energía de disrupción catastrófica que explicaremos a continuación.

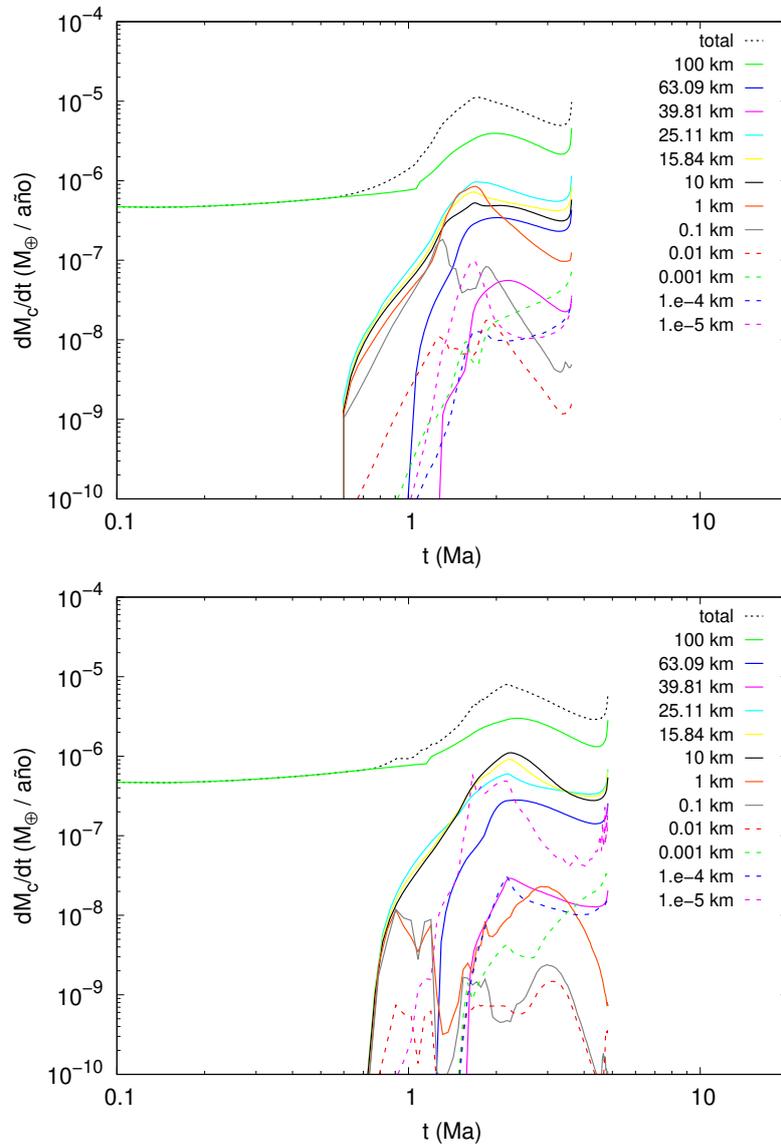
#### 4.5.2. Dependencias de $Q_D^*$ con las velocidades de impacto y las composiciones de los planetesimales



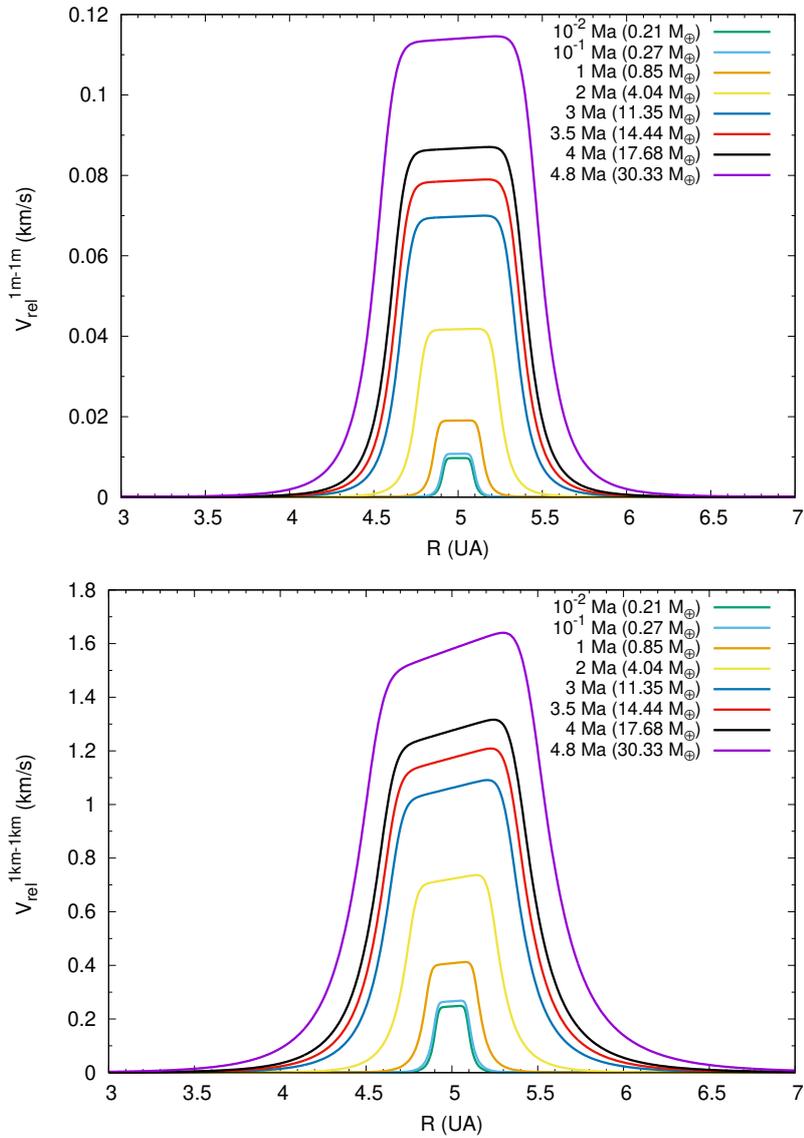
**Figura 4.8.** Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación de planetesimales. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo en el que  $Q_D^*$  es función de las velocidades relativas.

Como mencionamos anteriormente, en general, en los modelos de formación planetaria que incluyen fragmentación de planetesimales consideran una energía de disrupción catastrófica límite para una velocidad fija y planetesimales compuestos por basaltos. En esta sección, exploramos cómo las dependencias de la energía de disrupción catastrófica con la composición de los planetesimales y las velocidades relativas de impacto de los mismos afectan la formación de un planeta. Para llevar a cabo este estudio, primero calculamos la formación de un planeta considerando los mismos parámetros iniciales que el modelo base (un embrión localizado a 5 UA en un disco 10 veces más masivo que la NSM y con planetesimales iniciales monolíticos sin porosidad de 100 km de radio) pero implementando la dependencia de  $Q_D^*$  con diferentes velocidades de impacto, siguiendo las aproximaciones descritas en la sección 4.4.2.2. Las tasas de acreción de sólidos son calculadas siguiendo la ecuación 4.11.

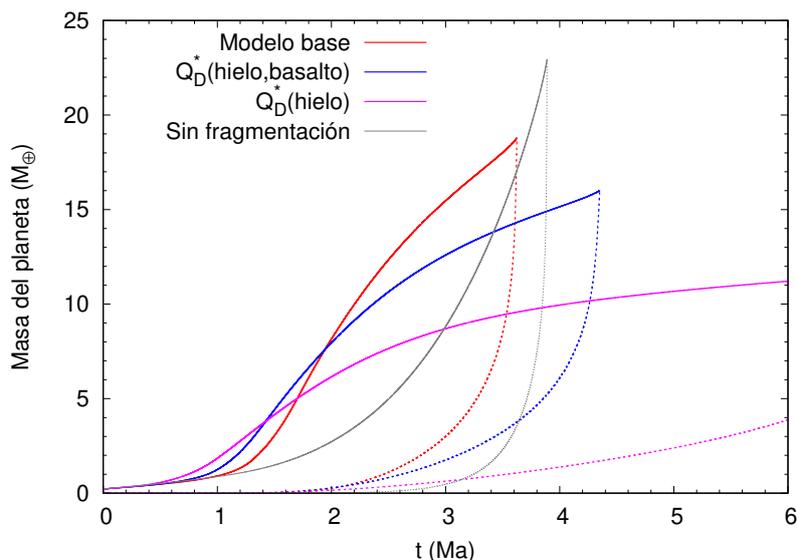
En la figura 4.8 mostramos la evolución temporal de las masas del núcleo y la envoltura del planeta, para el modelo donde la fragmentación de planetesimales no es considerada, para el caso base y para el caso donde consideramos planetesimales basálticos con  $Q_D^*$  como función de las velocidades relativas entre planetesimales. Observamos que la masa de cruce, para el último caso, se alcanza en un tiempo mayor que para el caso base. Además, la formación de planetas gigantes se toma  $\sim 25\%$  más de tiempo comparado con el caso en el que la fragmentación de planetesimales no es considerada. En la figura 4.9, graficamos las tasas de



**Figura 4.9.** Panel superior: tasas de acreción de sólidos para planetesimales de basaltos y partículas pequeñas de varios radios, producto de la evolución colisional de planetesimales, para el modelo base. Panel inferior: igual al panel superior pero para el modelo que considera  $Q_D^*$  como función de la velocidad relativa de planetesimales.



**Figura 4.10.** Evolución temporal de la velocidad relativa entre planetesimales basálticos del mismo tamaño para el modelo que considera  $Q_D^*$  como función de la velocidad relativa de planetesimales. Panel superior: planetesimales de 1 metro. Panel inferior: planetesimales de 1 kilómetro. En corchetes mostramos la masa total del planeta a cada momento dado.



**Figura 4.11.** Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo con  $Q_D^*$  para hielos a velocidades de impacto de 3 km/s. Líneas azules: modelo en el que  $Q_D^*$  se calcula como una combinación lineal entre  $Q_D^*$  para basaltos a 3 km/s y  $Q_D^*$  para hielos a 3 km/s.

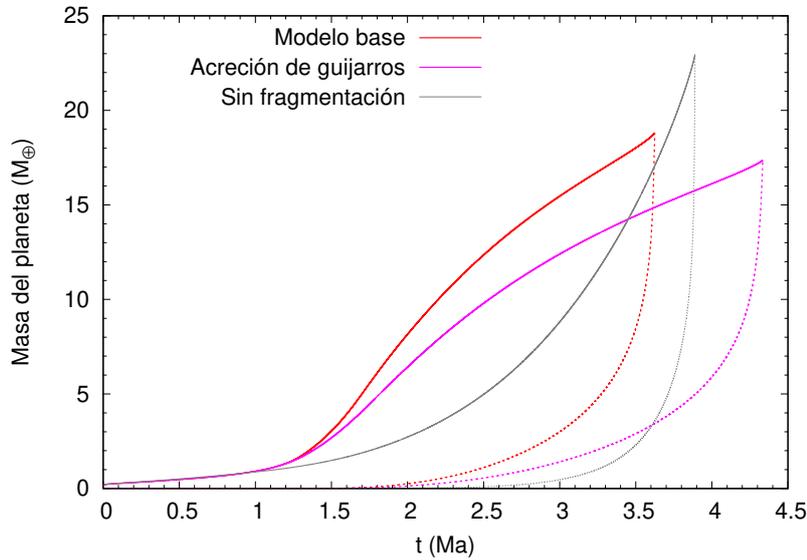
acreción de sólidos para los diferentes tamaños de planetesimales y partículas pequeñas en ambos modelos, el modelo base y el modelo que considera  $Q_D^*$  como función de las velocidades relativas de planetesimales. Puede verse que la acreción de planetesimales más pequeños que 100 km se vuelve eficiente más tarde, en comparación al modelo base, para el modelo en el que  $Q_D^*$  es función de las velocidades, lo mismo sucede con la eficiencia en la generación de partículas pequeñas producto de la evolución colisional. Además, podemos ver que en ambos modelos, la tasa de acreción de sólidos total está siempre dominada por planetesimales de 100 km. Sin embargo, mientras que en el modelo base los planetesimales entre 1 km y 25 km producto del proceso de fragmentación son los que más contribuyen a la tasa de acreción de sólidos total (siendo los planetesimales de  $\sim 25$  km los más importantes), en el modelo donde  $Q_D^*$  es una función de las velocidades relativas, la contribución más importante está dada por los planetesimales entre 10 km y  $\sim 16$  km. A su vez, en el último caso, los planetesimales de 1 km tienen una contribución despreciable a la tasa de acreción de sólidos total. Esto se debe a los cuerpos de este tamaño están cerca del mínimo de  $Q_D^*$  para bajas velocidades, un orden de magnitud menor respecto del  $Q_D^*$  para velocidades de impacto de 3 km/s. Vemos en la figura 4.10 que las velocidades relativas para planetesimales de 1 m alcanzan los 20-30 m/s a 1 Ma (cuando la masa del núcleo es de  $\sim 1 M_\oplus$ ), y que planetesimales de 1 km exceden estos valores rápidamente, a  $10^{-2}$  Ma (cuando la masa del núcleo es de tan solo  $\sim 0.2 M_\oplus$ ) la velocidad relativa está por arriba de los 200 m/s. Es importante remarcar que, en ambos casos, las velocidades se encuentran por debajo de 3 km/s.

Por otro lado, en la figura 4.11 graficamos la evolución temporal de la masa del núcleo y de la envoltura del planeta, para un modelo que considera planetesimales puramente compuestos por hielos, adoptando  $Q_D^*$  para hielos a velocidad de impacto de 3 km/s. Mostramos también, por completitud y para su comparación, el caso base y el caso donde no se considera la fragmentación de planetesimales. Vemos que cuando se consideran planetesimales puramente compuestos por hielos, nunca se alcanza la masa de cruce. Esto se debe a que para la misma

velocidad de impacto fija (en este caso 3 km/s),  $Q_D^*$  es menor para hielos que para basaltos. Luego, la evolución colisional de la población de planetesimales es diferente, los fragmentos pequeños se rompen más eficientemente para hielos que para basaltos a 3 km/s y las tasas de acreción de dichos fragmentos no compensan la fragmentación de objetos grandes. Además, si comparamos  $Q_D^*$  de las figuras 4.4 y Fig.4.5 observamos que  $Q_D^*$  para hielos a 3 km/s es menor que  $Q_D^*$  para basaltos a 20-30 m/s para planetesimales de  $\sim 100$  km. Por lo tanto, esta diferencia puede explicar por qué en el modelo que considera  $Q_D^*$  como función de las velocidades relativas para basaltos el planeta gigante pudo formarse durante el tiempo de vida del disco y, en el modelo que adopta  $Q_D^*$  para hielos a 3 km/s, la masa de cruce no fue alcanzada en ese mismo tiempo. Cuando los planetesimales están compuestos en su 50 % de basaltos y 50 % de hielos, y  $Q_D^*$  se calcula como una combinación lineal del  $Q_D^*$  para basaltos y para hielos a una velocidad de impacto de 3 km/s, se alcanza la masa de cruce en menos de 6 Ma, con una masa del núcleo de  $16 M_\oplus$ . Sin embargo, el planeta alcanza la masa de cruce a un tiempo mayor, por  $\sim 12$  %, comparado con el caso sin fragmentación de planetesimales.

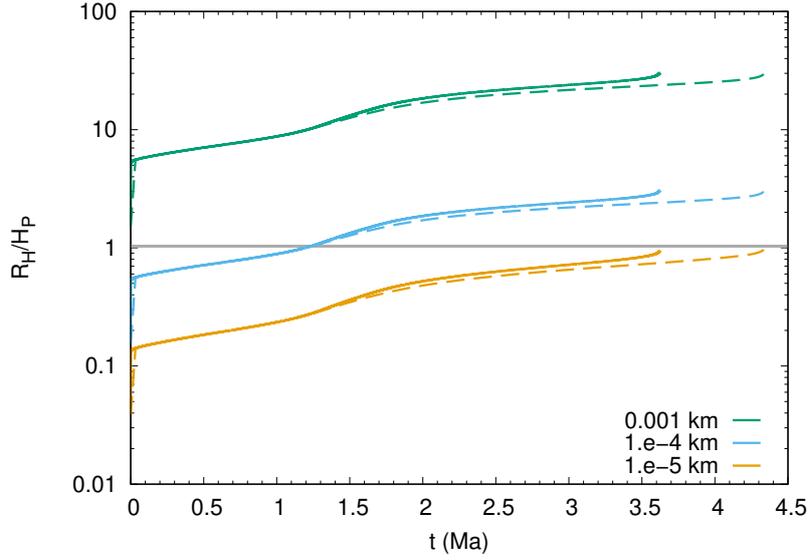
Nuestros resultados muestran que la evolución colisional de la población de planetesimales y la acreción de fragmentos producto de esa evolución colisional juegan un rol fundamental en la formación de un planeta gigante. Destacamos que en esta subsección que, las tasas de acreción de partículas con número de Stokes menor que la unidad fueron calculadas, al igual que en el caso base, usando la prescripción derivada por [Inaba et al. \(2001\)](#) para el régimen de baja velocidad.

#### 4.5.3. Acreción de pequeños fragmentos: acreción de guijarros de segunda generación



**Figura 4.12.** Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo con  $Q_D^*$  para basaltos a 3 km/s y donde pequeñas partículas con número de Stokes menor o igual a la unidad son acretadas como guijarros de segunda generación.

Como mencionamos antes, mejoramos en nuestro modelo las tasas de acreción de sólidos incorporando las tasas de acreción de guijarros (ecuación 4.23) derivada por [Lambrechts et al. \(2014\)](#) para las partículas con número de Stokes menor o igual que la unidad. En



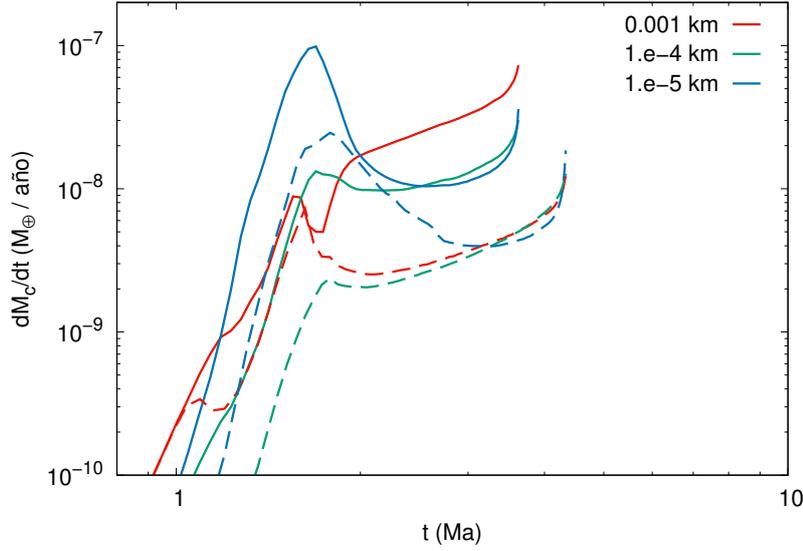
**Figura 4.13.** La razón entre el radio de Hill y la escala de altura de partículas pequeñas, con número de Stokes menor o igual a la unidad, para el modelo base (líneas sólidas) y para la simulación que incluye la acreción de guijarros (líneas a trazos) como función del tiempo.

Guilera et al. (2014), las tasas de acreción de dichas partículas fueron calculadas usando la prescripción derivada por Inaba et al. (2001) en el régimen de baja velocidad (ecuación 4.11). En ese trabajo, se mostró que las tasas de acreción para partículas más pequeñas que  $\sim 1$  m pueden volverse más grandes que las tasas de acreción de guijarros (ver Guilera et al., 2014, para más detalle). Por ende, con el fin de calcular la tasa de acreción de partículas pequeñas de manera más correcta, implementamos las tasas de acreción de guijarros mencionadas anteriormente.

En la figura 4.12, mostramos que la evolución temporal de la masa del núcleo y de la envoltura para el caso en el que los planetesimales están compuestos puramente por basaltos adoptando el  $Q_D^*$  correspondiente a velocidades de impacto de 3 km/s, y donde las partículas pequeñas con número de Stokes menor o igual que la unidad son acretadas como guijarros usando la ecuación 4.23. En el modelo base la tasa de acreción para planetesimales (ecuación 4.11) está aplicada también a pequeñas partículas. Además graficamos, por comparación, el modelo base y el caso donde la fragmentación de planetesimales no está considerada. Vemos que un tratamiento más preciso de la acreción de pequeñas partículas retrasa la formación del planeta gigante en un 30% aproximadamente, aún cuando los guijarros no son los que más contribuyen a la tasa de acreción de sólidos total (ecuación 4.23).

Este efecto es discutido en Guilera et al. (2014), donde las tasas de pequeños fragmentos usando las prescripciones de Inaba et al. (2001) y Lambrechts & Johansen (2012) son comparadas. Siguiendo ese mismo análisis obtenemos las tasas de acreción de Inaba et al. (2001) en función de las tasas de acreción de guijarros de Lambrechts et al. (2014)

$$\dot{M} = \begin{cases} 5.65\sqrt{\tilde{R}_C/R_H}\dot{M}_H, & \text{if } 0.1 \leq S_t < 1, \\ 5.65\sqrt{\tilde{R}_C/R_H}\left(\frac{S_t}{0.1}\right)^{-2/3}\dot{M}_{H2}, & \text{if } S_t < 0.1, \end{cases} \quad (4.31)$$



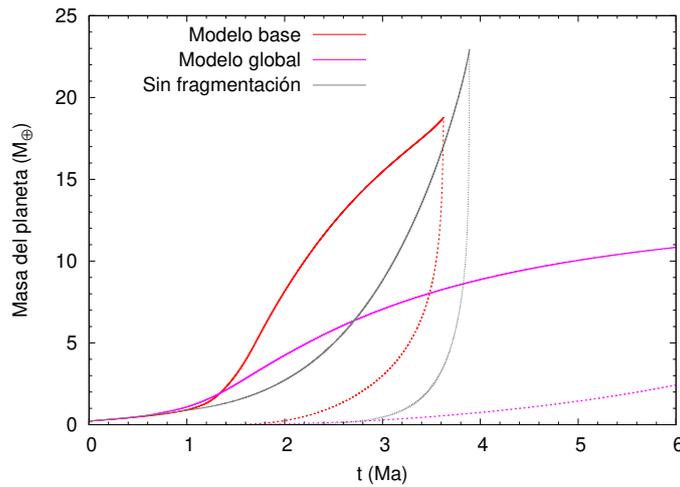
**Figura 4.14.** Tasas de acreción de sólidos para pequeñas partículas, producto de la evolución colisional de planetesimales, para el caso base (líneas sólidas) y para la simulación que incluye la acreción de guijarros (líneas a trazos) como función del tiempo. Las partículas pequeñas de estos tamaños tienen un número de Stokes menor o igual a la unidad.

donde  $\tilde{R}_C$  es el radio aumentado debido a la envoltura gaseosa del planeta,  $\dot{M}_H = 2R_H^2 \Sigma_p \Omega_P$  y  $\dot{M}_{H2} = \left(\frac{S_t}{0.1}\right)^{2/3} \dot{M}_H$ , donde  $\dot{M}_H$  para  $0.1 \leq S_t < 1$  y  $\dot{M}_{H2}$  para  $S_t < 0.1$  son las tasas de acreción de guijarros  $dM_C/dt$  de la ecuación 4.23. Vemos de la figura 15 del trabajo de [Guilera et al. \(2014\)](#) que cuando la masa del núcleo del planeta es mayor que  $\sim 0.2M_\oplus$  las tasas de acreción de planetesimales son mayores que las tasas de acreción de guijarros para fragmentos con  $r_P \lesssim 1$  m. En nuestro trabajo este es el caso para partículas con  $0.1 \leq S_t < 1$ , pero con fragmentos con  $S_t < 0.1$ , la diferencia entre las tasas de acreción de planetesimales y las de guijarros es aún mayor debido al factor  $\left(\frac{S_t}{0.1}\right)^{-2/3}$ . Además, introducimos un factor  $\beta = \min(1, R_H/H_P)$  para incluir una reducción en la tasa de acreción de guijarros si la escala de altura de guijarros se vuelve más grande que el radio de Hill del planeta, lo que no se tiene en cuenta en la tasa de acreción para fragmentos pequeños en el modelo base. En la figura 4.13 mostramos  $R_H/H_P$  como función del tiempo, de donde podemos observar que objetos entre 1 – 10 cm tienen valores de  $R_H/H_P$  por debajo de 1.

Las diferencias cuantificadas se muestran en la figura 4.14 donde presentamos la comparación de las tasas de acreción de sólidos para pequeñas partículas con  $S_t \lesssim 1$  del caso base y la simulación que incluye la acreción de guijarros. Podemos ver de la figura 4.14 que las tasas de acreción en el modelo base son más altas que en la simulación que tiene en cuenta la acreción de guijarros como se explica anteriormente.

#### 4.5.4. Modelo global

En esta sección, comparamos los resultados para la formación de planetas gigantes obtenida con el modelo base y con el modelo global. El modelo global es el que incluye todas las mejoras en el cálculo de  $Q_D^*$ , i.e., las dependencias de  $Q_D^*$  con las velocidades de impacto de planetesimales y sus composiciones descritas en la sección 4.5.2, y la acreción de guijarros de segunda generación descrita en la sección 4.5.3.



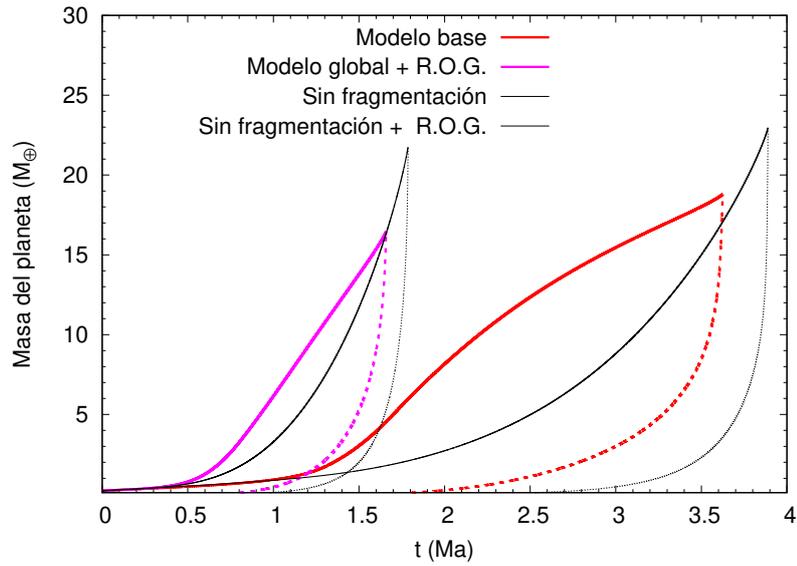
**Figura 4.15.** Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo con todas las mejoras en el cálculo de  $Q_D^*$  (las dependencias de  $Q_D^*$  con la velocidad de impacto de los planetesimales y sus composiciones) y las tasas de acreción de guijarros.

En el modelo global, donde incluimos todos los efectos nuevos en  $Q_D^*$  y un tratamiento más correcto y realista para la acreción de pequeñas partículas, como muestra la figura 4.15, el núcleo no alcanza la masa de cruce dentro de los 6 Ma. Existen una suma de efectos que inhiben la formación del planeta gigante; las tasas de acreción de guijarros son más bajas que las adoptadas para partículas pequeñas en el modelo base; para bajas velocidades de impacto los basaltos son más débiles que el hielo (excepto para planetesimales de  $\sim 100$  km) y para altas velocidades, el hielo es más débil que el basalto, estos efectos se promedian al incorporar la dependencia de  $Q_D^*$  con la velocidad de impacto y la composición; los valores de  $Q_D^*$  para hielos a velocidad de impacto de 0.5 km/s y 3 km/s son más bajas para planetesimales de  $\sim 100$  km que la  $Q_D^*$  para basaltos en cualquiera de las tres velocidades de impacto (20-30 m/s, 3 km/s y 5 km/s) para ese tamaño.

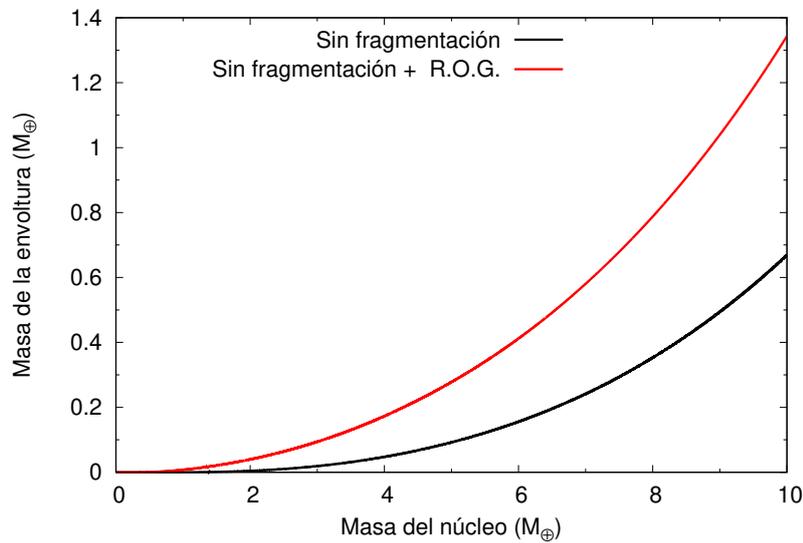
Señalamos que este modelo también incluye diferentes regímenes para el cálculo de las velocidades relativas (y tasas de impacto) discutidas en la sección 4.4.2. Sin embargo, como el planeta rápidamente excita las velocidades relativas de los planetesimales cercanos, estos se encuentran en general en el régimen de dispersión, luego el régimen de cizallamiento kepleriano no juega un rol relevante. Finalmente, remarcamos que a pesar de que el planeta no alcanza la masa de cruce, un núcleo sólido de algunas masas terrestres, hasta 5 masas terrestres, se forma más rápidamente que en el caso en el que la fragmentación de planetesimales no se considera. Ikoma et al. (2000) y Hubickyj et al. (2005) mostraron que una reducción en la opacidad de los granos en la envoltura del planeta como así la polución de la envoltura (debido a materiales evaporados de planetesimales helados en la envoltura, ver Hori & Ikoma, 2011), podría reducir la masa del núcleo a la cual el planeta llega a la masa de cruce, por lo tanto reduciría el tiempo de formación. Exploraremos esta posibilidad en la próxima sección.

#### 4.5.5. Reducción de las opacidades de los granos

En las secciones anteriores estudiamos el proceso de formación de un planeta gigante considerando la fragmentación de planetesimales incluyendo en la energía de disrupción catastrófica las dependencias con la velocidad relativa y la composición de los objetos colisionantes. Ade-



**Figura 4.16.** Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo que tiene en cuenta todas las mejoras en el cálculo de  $Q_D^*$  (las dependencias de  $Q_D^*$  con la velocidad de impacto de los planetesimales y sus composiciones), las tasas de acreción de guijarros y considerando una reducción en la opacidad de los granos.



**Figura 4.17.** Masa de la envoltura como función de la masa del núcleo para los dos casos donde la fragmentación de planetesimales no está considerada. Graficamos la masa del núcleo hasta  $10 M_{\oplus}$  con el fin de mostrar más claramente las diferencias a bajos valores de la masa del núcleo. Las líneas negras representan el caso donde las opacidades de los granos no están reducidas, mientras que la línea roja representa el caso donde reducimos las opacidades de los granos en la envoltura del planeta.

más, incluimos la tasa de acreción de pequeños fragmentos llamados guijarros. Analizamos cada mejora por separado y finalmente todos los fenómenos juntos encontrando que, en todos los casos, la formación del núcleo del planeta gigante se ralentiza.

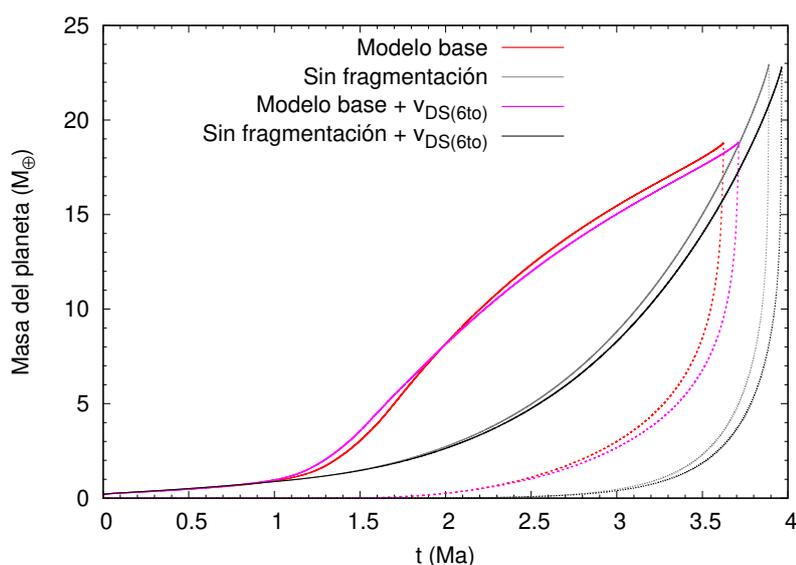
Este resultado nos motivó a incorporar un fenómeno físico que pueda actuar en una dirección contraria, acelerando el proceso de formación de un planeta gigante, en este caso la reducción de las opacidades de los granos de la envoltura del planeta. La opacidad de los granos en la envoltura del planeta juega un rol importante en la formación de un planeta gigante para estimar las escalas de tiempo y la masa del núcleo a la cual comienza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura gaseosa. El cambio de la opacidad de los granos afecta directamente en la ecuación 4.10 en el caso en el que el transporte de energía es radiativo. Ikoma et al. (2000) encontró que si la opacidad de los granos es suficientemente chica, un núcleo poco masivo puede acretar grandes cantidades de gas. A su vez, Hubickyj et al. (2005) encontró que si la opacidad de los granos se asume como un 2% la del valor del medio interestelar, el planeta puede alcanzar la masa de cruce con una masa del núcleo entre 5 – 10  $M_{\oplus}$ . Este valor de 2% de la opacidad del medio interestelar esta basado en modelos previos que indican que los granos de polvo podrían coagular en la envoltura del planeta, crecer y por lo tanto reducir las opacidades. Más recientemente, Hori & Ikoma (2010) mostraron que un núcleo de tan solo  $\sim 2 M_{\oplus}$  es capaz de capturar suficiente gas para formar un planeta gigante si la envoltura acretante no posee granos. Entonces, a partir de estos trabajos, especialmente el de Hubickyj et al. (2005), calculamos una serie de simulaciones, con y sin fragmentación de planetesimales, reduciendo la opacidad de los granos de la envoltura a un 2% del valor del medio interestelar. Para el caso en el que consideramos fragmentación de planetesimales, adoptamos el modelo global descrito antes.

En la figura 4.16, presentamos la evolución temporal de la masa del núcleo y la masa de la envoltura de un planeta para los modelos que consideran opacidades reducidas con y sin fragmentación de planetesimales, y el modelo base. Cuando calculamos la formación del planeta gigante sin considerar el proceso de fragmentación de planetesimales, el tiempo al cual el planeta alcanza la masa de cruce se reduce en más del 50% cuando la opacidad de los granos en la envoltura del planeta es reducida. Sin embargo, la masa de cruce se mantiene prácticamente igual. Estos resultados concuerdan con resultados previos de Hubickyj et al. (2005). Una reducción en la opacidad de la envoltura permite al planeta liberar más eficientemente el calor generado por la acreción de planetesimales, y como consecuencia, la acreción de gas se vuelve más eficiente. Podemos ver este efecto en la figura 4.17 donde graficamos la masa de la envoltura como función de la masa del núcleo para los dos modelos sin fragmentación de planetesimales. A una masa fija, el modelo con la reducción de opacidad de los granos tiene un valor mayor para la masa de la envoltura.

Finalmente, notamos que cuando se tiene en cuenta la fragmentación de planetesimales, el planeta alcanza la masa de cruce a un tiempo (1.66 Ma) y con una masa del núcleo (16.44  $M_{\oplus}$ ) menores que en el caso en el que la fragmentación de planetesimales está considerada ( $\sim 7\%$  y  $\sim 24\%$  menores en tiempo y masa del núcleo respectivamente). Asociamos este resultado al hecho de que la cantidad de masa de la envoltura en el planeta a bajas masas del núcleo juega un rol importante, aumentando significativamente el radio de captura del planeta.

#### 4.5.6. Velocidad de dispersión

Como desarrollamos en el capítulo 2, la velocidad de dispersión juega un rol fundamental en los modelos de formación planetaria. Encontramos que nuestros cálculos de la velocidad de



**Figura 4.18.** Masa del núcleo (líneas sólidas) y masa de la envoltura (líneas a trazos) como función del tiempo. Líneas grises: modelo sin fragmentación planetesimal. Líneas rojas: modelo base. Líneas rosas: modelo que tiene en cuenta la velocidad de dispersión hasta sexto orden. Líneas negras: modelo sin fragmentación de planetesimales incluyendo la velocidad de dispersión hasta sexto orden.

dispersión aplicados a la tasa de acreción de sólidos de un protoplaneta y a las probabilidades de colisión de planetesimales generan diferencias que no son despreciables en comparación a la utilización de la velocidad de dispersión estándar de la literatura. Por lo tanto, para estudiar la implicancia de este cambio en la formación de un planeta gigante, modificamos la velocidad de dispersión dada por la ecuación 2.55 por nuestro cálculo dado por la ecuación 2.27.

En la figura 4.18 mostramos la evolución temporal de la masa del núcleo y de la envoltura con la incorporación de la velocidad de dispersión desarrollada en el capítulo 2 hasta sexto orden con y sin fragmentación de planetesimales en contraste con el modelo base. En el caso en que incorporamos la velocidad de dispersión a mayores órdenes y no consideramos la fragmentación de planetesimales, lo que vemos es cómo afecta esta nueva formulación a la tasa de acreción de sólidos por parte del embrión. Podemos ver que este cambio ralentiza también el proceso de formación de un planeta gigante. En el caso en el que consideramos la nueva expresión de la velocidad y la fragmentación de planetesimales, el resultado es también una ralentización del proceso de formación del planeta gigante dado por el cambio de las tasas de acreción y la probabilidad de colisión de los planetesimales. En ambos casos el planeta tarda aproximadamente un 2% más en alcanzar la masa de cruce y la forma del camino evolutivo del protoplaneta no cambia cualitativamente, por lo tanto los cambios que genera la inclusión de mayores órdenes en la velocidad de dispersión no son significativos en este estudio en particular.

## 4.6. Comparación con trabajos anteriores

Un modelo similar de formación de planetas gigantes fue desarrollado por Chambers (2014) donde realizan simulaciones numéricas en el régimen de crecimiento oligárquico incluyendo

acreción de guijarros y fragmentación de planetesimales. Una de las mayores diferencias entre su modelo y el nuestro, es que consideran que los fragmentos (producto de las colisiones) más pequeños que su bin de tamaño mínimo crecen rápidamente alcanzando ese tamaño mínimo, mientras que en nuestras simulaciones asumimos que la masa distribuida por debajo de  $r_p^{min} = 1$  se pierde. Como se discute en el trabajo de [Guilera et al. \(2014\)](#), los resultados son análogos cuando el bin de tamaño mínimo  $r_p^{min}$  se reduce a valores más pequeños, ya que consideramos que la mayor parte de la masa se encuentra en los fragmentos más grandes. Además, [Chambers \(2014\)](#) adopta un valor fijo de  $Q_D^*$  (para basaltos a 3 km/s) e incluye un factor adicional para reducir de 10 a 100 veces este valor y analiza cómo impacta este cambio en el crecimiento del embrión. [Chambers \(2014\)](#) encontró que las diferencias más grandes se dan en el caso en el que  $Q_D^*$  se reduce un factor 100, cambiando la trayectoria de crecimiento del embrión (ver la figura 20 de su trabajo). A pesar de que no podemos comparar directamente sus resultados con los nuestros, debido a las diferencias entre nuestros modelos, estamos de acuerdo en que, la relevancia de la acreción de guijarros en la formación de planetas gigantes va a depender fuertemente de la tasa con la que los guijarros se generan.

Otro modelo de formación de planetas gigantes, que incluye acreción de guijarros, es el de [Alibert et al. \(2018\)](#). Desarrollaron un modelo para la formación de Júpiter que puede explicar las restricciones dadas por la evidencia cosmoquímica sobre la existencia de los reservorios principales de pequeños cuerpos que permanecieron separados durante el Sistema Solar joven ([Kruijer et al., 2017](#)). En el trabajo concluyen que Júpiter se formó en un proceso que consta de tres etapas. Primero, el núcleo de Júpiter creció por acreción de guijarros. En segundo lugar, la acreción de guijarros se frenó y el núcleo continuó creciendo por acreción de planetesimales pequeños. Por último, el núcleo era suficientemente masivo para que comience el crecimiento en fuga. Es importante remarcar que, nuestras condiciones iniciales corresponden al comienzo del crecimiento oligárquico, donde la mayor parte del material sólido está contenido en los planetesimales, en contraste con [Alibert et al. \(2018\)](#) que comienzan sus simulaciones con una población de guijarros de primera generación. A su vez, [Alibert et al. \(2018\)](#) no incluyen un modelo de fragmentación sino que estiman, para el comienzo de la segunda etapa, la cantidad de fragmentos que pueden haberse producido durante la primera etapa. Para dicha estimación, utilizan un valor fijo de  $Q_D^*$  para planetesimales de 100 km. En próximos trabajos se estudiarán diferentes condiciones iniciales para formación de planetas gigantes incluyendo una población de guijarros de primera generación y una variación del tamaño inicial de planetesimales.

### 4.7. Resumen y conclusiones

En este trabajo estudiamos la formación de un planeta gigante considerando la evolución colisional de la población de planetesimales, incluyendo la dependencia de la energía de disrupción catastrófica con la composición y las velocidades relativas de los planetesimales colisionantes. Además, incluimos las tasas de acreción para pequeñas partículas producto de la cascada colisional, llamadas guijarros de segunda generación, que se encuentran fuertemente acopladas con el gas. Mostramos que, mientras el planeta crece, las velocidades relativas entre planetesimales cercanos al planeta aumentan desde valores del orden de metros por segundo hasta  $\sim 4.5$  km/s antes de que el planeta alcance la masa de cruce.

Analizamos las mejoras incorporadas en el cálculo de  $Q_D^*$  y la inclusión de las tasas de acreción de guijarros de a una por vez, para finalmente incorporarlas todas al mismo tiempo. Señalamos que, para cada mejora en  $Q_D^*$ , el tiempo que tarda el protoplaneta en alcanzar la masa de cruce es mayor que en el modelo base. Además encontramos que, en todos los casos,

la formación del núcleo es menos eficiente comparada tanto al caso en el que la fragmentación planetesimal no se considera como también con nuestro modelo base.

Cuando incluimos todas las mejoras al mismo tiempo existen una suma de efectos que inhiben la formación del núcleo del planeta gigante. Por un lado, las tasas de acreción de guijarros son más bajas que las tasas de acreción de planetesimales para partículas pequeñas adoptadas en el modelo base. Este efecto contribuye a ralentizar el crecimiento del núcleo del planeta gigante. Para incluir la dependencia de  $Q_D^*$  con la velocidad de impacto y la composición, primero interpolamos entre las curvas de  $Q_D^*$  para una velocidad dada obteniendo  $Q_D^*$  para cada material puro. Luego, realizamos una combinación lineal ente dichos valores donde asumimos que los planetesimales son mitad basaltos y mitad hielos. Para bajas velocidades de impacto los basaltos son más débiles que el hielo (excepto para planetesimales de  $\sim 100$  km) y para altas velocidades, el hielo es más débil que el basalto. Estos efectos se promedian ya que la composición de los planetesimales es de 50% basaltos y 50% hielos. Además, es importante remarcar que las energías de disrupción catastróficas para hielos a velocidades de impacto de 0.5 km/s y 3 km/s son más bajas para planetesimales de  $\sim 100$  km que la  $Q_D^*$  para basaltos en cualquiera de las tres velocidades de impacto (20-30 m/s, 3 km/s y 5 km/s) para ese tamaño de cuerpos.

En todos los casos, independientemente si el planeta alcanza la masa de cruce o no durante la vida del disco, la fragmentación de planetesimales favorece el crecimiento relativamente rápido del núcleo del planeta gigante hasta algunas masas terrestres comparado con el caso en el que no se considera la fragmentación de planetesimales.

Este último resultado nos motivó a explorar alternativas para la formación de planetas gigantes con núcleos menos masivos. En este sentido, seguimos el trabajo de [Hubickyj et al. \(2005\)](#) en el que se mostró que si la opacidad de los granos de la envoltura del planeta se reduce a un 2% de la del medio interestelar, el planeta puede alcanzar la masa de cruce con una masa del núcleo entre  $5 - 10 M_{\oplus}$ . Así, realizamos dos nuevas simulaciones, donde redujimos la opacidad de los granos de la envoltura a un 2% de la del medio interestelar, considerando fragmentación de planetesimales (incluyendo todas las mejoras al modelo) y sin fragmentación de planetesimales. Para este último caso, encontramos que el planeta alcanzó la masa de cruce a un tiempo significativamente menor (por un factor 2) que el caso sin fragmentación y sin la reducción de opacidades. Sin embargo, la masa del núcleo a la cual se alcanza la masa de cruce se mantiene prácticamente igual. Para el caso en el que se incluye la fragmentación de planetesimales y la reducción de opacidades de los granos, el planeta alcanza la masa de cruce a un tiempo menor y con un núcleo menos masivo comparado con el caso en el que se incluye la reducción de opacidades sin fragmentación de planetesimales. Asociamos este resultado al hecho de que debido a la reducción de la opacidad de la envoltura del planeta, el planeta libera la luminosidad más eficientemente a través de la envoltura, por lo tanto, la acreción de gas se vuelve más eficiente. De esta forma, el planeta acreta significativamente más gas con un núcleo menos masivo, aumentando el radio de captura del planeta e incrementando la tasa de acreción de sólidos.

Por último, incorporamos nuestro cálculo de la velocidad de dispersión a mayores órdenes en la excentricidad e inclinación. Encontramos que tanto en el caso que consideramos la fragmentación como en el que no la consideramos, la inclusión de mayores órdenes en la velocidad de dispersión también ralentiza el proceso de formación del planeta gigante.



## Capítulo 5

# Conclusiones generales



*“Ya no nos callamos más”*  
Ariell Carolina Fernanda Luján

En esta Tesis estudiamos la fragmentación de planetesimales desde diferentes enfoques. Realizamos un estudio teórico sobre las velocidades relativas de los planetesimales que se utilizan en los modelos estadísticos de formación planetaria y de evolución colisional. Luego estudiamos el impacto de la porosidad en los resultados de las colisiones, obteniendo mediante experimentos de laboratorio, la energía de disrupción catastrófica para objetos con distintas porosidades. Por último, estudiamos cómo afecta a la formación de un planeta gigante la inclusión de un modelo más realista para el estudio de la fragmentación de planetesimales.

En el capítulo 2 llevamos a cabo una revisión de la velocidad de dispersión de planetesimales que, desde los años 70, se utiliza a primer orden en la excentricidad e inclinación en los distintos modelos de formación planetaria y de evolución colisional de planetesimales. Encontramos una expresión analítica para esta velocidad a mayores órdenes de la excentricidad e inclinación de los planetesimales, tanto para el caso plano como para el caso espacial. Encontramos que la incorporación de órdenes mayores en la velocidad de dispersión genera diferencias con la velocidad de dispersión estándar de la literatura que pueden llegar a ser significativas.

Cuando aplicamos nuestros desarrollos de dicha velocidad en la tasa de acreción de sólidos del protoplaneta y las probabilidades de colisión de los planetesimales, obtuvimos que estas cantidades se encuentran sobrestimadas cuando se utiliza la velocidad de dispersión estándar de la literatura. Vemos que, las diferencias entre la velocidad de dispersión estándar y nuestros desarrollos de la velocidad de dispersión no son despreciables para los modelos de formación planetaria en los que se incluye fragmentación de planetesimales.

Por otra parte, desarrollamos una aproximación analítica para la velocidad aleatoria estocástica, que es la velocidad entre un objeto en una órbita elíptica y un protoplaneta en órbita circular cuando sus órbitas son independientes entre sí y se encuentran al azar (de forma aleatoria), para el caso plano y el caso espacial. Encontramos que, en ambos casos dicha velocidad es independiente de la inclinación y que cuando  $e = 0$  y  $e = 1$ , obtenemos los límites dinámicos de las configuraciones orbitales posibles. Las fórmulas obtenidas pueden ser utilizadas como aproximaciones analíticas cuando los procesos son estocásticos.

## 5. Conclusiones generales

---

En el capítulo 3, llevamos a cabo experimentos de impacto para estudiar la fragmentación de agregados de polvo compactos que representen los valores de las porosidades encontrados en los meteoritos condriticos. Generamos muestras compactas con valores del factor de llenado de volumen entre 0.64 y 0.8, una vez obtenidas las muestras compactas, aplicamos el *Brazilian Disk Test* sobre las mismas para obtener su valor de la resistencia tensil. Encontramos que los valores obtenidos de la resistencia tensil están en acuerdo con los calculados en [Blum et al. \(2014\)](#). Con los valores de la resistencia tensil determinamos dos correlaciones entre la resistencia tensil y el factor de llenado de volumen para un amplio rango de este último parámetro. Finalmente, encontramos la relación entre la energía de disrupción catastrófica y el factor de llenado de volumen que pueden ser aplicadas directamente a modelos de evolución colisional.

En el capítulo 4 estudiamos la formación de un planeta gigante considerando la fragmentación de planetesimales. Incluimos la dependencia de la energía de disrupción catastrófica  $Q_D^*$  con la composición de los planetesimales y sus velocidades relativas. A su vez, en el modelo general, incluimos la acreción de guijarros, producto de la evolución colisional de la población de planetesimales. Estudiamos la inclusión de las mejoras antes mencionadas tanto por separado como todas juntas. Encontramos que, al incorporar las mejoras en el cálculo de  $Q_D^*$ , el tiempo que tarda el protoplaneta en alcanzar la masa de cruce es mayor que en el modelo base. Observamos que, al incluir todas las mejoras al mismo tiempo, se inhibe la formación del núcleo del planeta gigante. Esto se debe a una suma de efectos, tanto por la interpolación y combinación de las distintas curvas de  $Q_D^*$  para basaltos y hielos a diferentes velocidades, como por la inclusión de una tasa de acreción para pequeñas partículas más realista que en el modelo base.

En todos los casos estudiados, incluso en los que el planeta no alcanza la masa de cruce antes de que se disipe el gas del disco, la fragmentación de planetesimales favorece el crecimiento rápido del núcleo hasta algunas masas terrestres en la primer etapa de crecimiento en comparación con el caso en que no se considera la fragmentación de planetesimales.

Estos resultados nos llevaron a pensar alternativas para la formación de planetas gigantes con núcleos menos masivos. Siguiendo el trabajo de [Hubickyj et al. \(2005\)](#), realizamos dos nuevas simulaciones, donde redujimos la opacidad de los granos de la envoltura a un 2% de la del medio interestelar, considerando fragmentación de planetesimales (incluyendo todas las mejoras al modelo) y sin fragmentación de planetesimales. Encontramos que, para el caso en el que se incluye la fragmentación de planetesimales y la reducción de opacidades de los granos, el planeta alcanza la masa de cruce a un tiempo menor y con un núcleo menos masivo comparado con el caso en el que se incluye la reducción de opacidades sin fragmentación de planetesimales.

Por último, incorporamos en el código nuestro desarrollo a mayores órdenes en la excentricidad e inclinación de la velocidad de dispersión. Obtuvimos que en todos los casos la inclusión de nuestro cálculo de la velocidad de dispersión ralentiza el proceso de formación del planeta gigante. Sin embargo, en este caso en particular, el proceso de evolución del protoplaneta no cambia significativamente.

Es importante remarcar que los resultados del capítulo 2 como del capítulo 3 pueden ser aplicados a diferentes escenarios del proceso de formación planetaria.

El estudio del proceso de evolución colisional y fragmentación de planetesimales tiene múltiples aristas, y para el entendimiento en profundidad de este fenómeno es necesario vincular los diferentes estudios que se realizan desde diversas perspectivas. El principal logro de esta

Tesis es el desarrollo tanto conceptual como práctico de las diferentes aristas de este fenómeno y su vinculación, comprendiendo la relevancia de esta temática en la formación planetaria.

### 5.1. Perspectivas a futuro

A futuro planificamos continuar con el estudio en detalle de la física de las colisiones y analizar de qué forma impacta en la formación planetaria. En particular, planteamos dos estudios principales:

- Proponemos incluir la evolución de las porosidades de los planetesimales debido a la evolución colisional, implementando los resultados obtenidos experimentalmente en el capítulo 3 y contrastando con los resultados de las simulaciones SPH para objetos porosos. A su vez, nos proponemos estudiar la micro y macro porosidad, y la estructura de los objetos resultantes de las colisiones. Analizaremos el impacto de la evolución de porosidades en el modelo de formación de planetas gigantes.
- Estudiaremos de qué manera impacta la fragmentación de planetesimales en la formación de múltiples sistemas planetarios, mediante un estudio de síntesis poblacional, teniendo en cuenta que la evolución colisional es clave durante este proceso y que aún no se han realizado estudios de estas características que incluyan el fenómeno de fragmentación de planetesimales. A su vez, buscamos generar resultados a partir del estudio de síntesis poblacional que puedan ser contrastados con características observacionales de la población de exoplanetas, como por ejemplo la distribución semieje-masa. Incluiremos en el código PLANETALP (Ronco et al., 2017) el fenómeno de fragmentación de planetesimales.

Por otra parte, realizaremos una revisión de la velocidad relativa entre los planetesimales y el gas (Adachi et al., 1976), de la misma forma que realizamos el estudio de la velocidad de dispersión.



## Apéndice A

# Desarrollos matemáticos de las velocidades

En este apéndice presentamos los desarrollos matemáticos utilizando el MATHEMATICA para el cálculo de la velocidad de dispersión y de la velocidad estocástica, ambas para el caso plano y el caso espacial.

En la figura [A.1](#) presentamos el desarrollo de la velocidad de dispersión para el caso plano y en la figura [A.2](#) para el caso espacial.

En la figura [A.3](#) presentamos el desarrollo de la velocidad estocástica para el caso plano y en la figura [A.4](#) para el caso espacial.

Calculamos la velocidad de dispersión en el caso plano de dos maneras distintas.

Promediamos la velocidad del planetesimal relativa a la velocidad circular del protoplaneta, ecuación 2.15 normalizada

$$\text{Integrate}\left[\left(\frac{e^2 \cdot (\text{Sin}[\text{phi}])^2}{1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}]} + \left(\sqrt{1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}]} - 1\right)^2\right) / (2 \cdot \pi), \right. \\ \left. \{\text{phi}, 0, 2 \cdot \pi\}, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < e < 1\right] \\ 3 - \sqrt{1 - e^2} - \frac{2 \left( \sqrt{1 - e} \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{-1+e}\right] + \sqrt{1 + e} \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{1+e}\right] \right)}{\pi}$$

Desarrollamos en series de potencias de la excentricidad hasta sexto orden:

$$\text{Series}\left[3 - \sqrt{1 - e^2} - \frac{2 \left( \sqrt{1 - e} \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{-1+e}\right] + \sqrt{1 + e} \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{1+e}\right] \right)}{\pi}, \{e, 0, 6\}\right] \\ \frac{5 e^2}{8} + \frac{79 e^4}{512} + \frac{617 e^6}{8192} + 0[e]^7$$

De otra forma, siguiendo el desarrollo de Safronov (1972), promediamos el cuadrado de la velocidad relativa en el sistema rotante del protoplaneta, ecuación 2.21 normalizada

$$\text{Integrate}\left[\left(3 - \frac{(1 - e^2)}{1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}]} - 2 \cdot \sqrt{1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}]}\right) / (2 \cdot \pi), \right. \\ \left. \{\text{phi}, 0, 2 \cdot \pi\}, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < e < 1\right] \\ 3 - \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} + \frac{e^2}{\sqrt{1 - e^2}} - \frac{2 \left( \sqrt{1 - e} \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{-1+e}\right] + \sqrt{1 + e} \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{1+e}\right] \right)}{\pi}$$

Desarrollamos en series de potencias de e hasta sexto orden

**Figura A.1.** Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad de dispersión en el caso plano.

Para calcular la velocidad de dispersión, en el caso espacial, para cualquier valor de la excentricidad e e inclinación de los planetesimales definimos la velocidad relativa siguiendo a Adachi et al. (1976), normalizada a  $v_0$  (la velocidad circular del protoplaneta), promediamos la ecuación 2.25 normalizada

$$v[e_, \text{phi}_-, i_] := \left( \frac{e^2 (\text{Sin}[\text{phi}])^2}{1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}]} \right) + \left( (1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}])^{1/2} - \text{Cos}[i] \right)^2 + (\text{Sin}[i])^2$$

Promediamos sobre un período orbital

$$\text{Integrate}\left[\left(\frac{e^2 (\text{Sin}[\text{phi}])^2}{1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}]} + \left( (1 + e \cdot \text{Cos}[\text{phi}])^{1/2} - \text{Cos}[i] \right)^2 + (\text{Sin}[i])^2\right) / (2 \cdot \pi), \text{phi}, 0, 2 \cdot \pi, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < e < 1\right]$$

$$-\frac{1}{\pi} \left( (-3 + \sqrt{1 - e^2}) \pi + 2 \sqrt{1 - e} \text{Cos}[i] \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{-1 + e}\right] + 2 \sqrt{1 + e} \text{Cos}[i] \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{1 + e}\right] \right)$$

Desarrollamos en serie de potencias de la excentricidad

$$\text{Series}\left[ \dots \right]$$

$$-\frac{1}{\pi} \left( (-3 + \sqrt{1 - e^2}) \pi + 2 \sqrt{1 - e} \text{Cos}[i] \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{-1 + e}\right] + 2 \sqrt{1 + e} \text{Cos}[i] \text{EllipticE}\left[\frac{2e}{1 + e}\right] \right)$$

$$\{e, 0, 6\}$$

$$(2 - 2 \text{Cos}[i]) + \frac{1}{8} (4 + \text{Cos}[i]) e^2 + \left( \frac{1}{8} + \frac{15 \text{Cos}[i]}{512} \right) e^4 + \left( \frac{1}{16} + \frac{105 \text{Cos}[i]}{8192} \right) e^6 + 0[e]^7$$

Obtenemos la ecuación para la velocidad de dispersión para el caso espacial.

Además, podemos hacer el desarrollo del coseno de la inclinación para obtener la ecuación de la velocidad de dispersión como serie de potencias de la excentricidad e inclinación como sigue:

$$\text{Series}\left[ (2 - 2 \text{Cos}[i]) + \frac{1}{8} (4 + \text{Cos}[i]) e^2 + \left( \frac{1}{8} + \frac{15 \text{Cos}[i]}{512} \right) e^4 + \left( \frac{1}{16} + \frac{105 \text{Cos}[i]}{8192} \right) e^6 + 0[e]^7, \{i, 0, 6\} \right]$$

$$\left( i^2 - \frac{i^4}{12} + \frac{i^6}{360} + 0[i]^7 \right) + \left( \frac{5}{8} - \frac{i^2}{16} + \frac{i^4}{192} - \frac{i^6}{5760} + 0[i]^7 \right) e^2 +$$

$$\left( \frac{79}{512} - \frac{15 i^2}{1024} + \frac{5 i^4}{4096} - \frac{i^6}{24576} + 0[i]^7 \right) e^4 + \left( \frac{617}{8192} - \frac{105 i^2}{16384} + \frac{35 i^4}{65536} - \frac{7 i^6}{393216} + 0[i]^7 \right) e^6 + 0[e]^7$$

**Figura A.2.** Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad de dispersión en el caso espacial.

Calculamos la velocidad estocástica para el caso plano:

Ecuación 2.9

$$\text{amoño}[e\_ , \text{phi}\_] := (e * \text{Cos}[\text{phi}] + e^2) / (1 - e^2)$$

Ecuación 2.7

$$\text{rpunto}[e\_ , \text{phi}\_] := (e * \text{Sin}[\text{phi}]) / \left( \sqrt{(1 + \text{amoño}[e, \text{phi}]) * \sqrt{1 - e^2}} \right)$$

Ecuación 2.8 normalizada

$$\text{rhipunto}[e\_ , \text{phi}\_] := (1 + e * \text{Cos}[\text{phi}]) / \left( \sqrt{(1 + \text{amoño}[e, \text{phi}]) * \sqrt{1 - e^2}} \right)$$

Integrando el cuadrado de la diferencia entre la ecuación 2.35 y la ecuación 2.36

$$\text{Integrate}\left[(-\text{rhipunto}[e, \text{phi}] * \text{Sin}[\text{phi}] + \text{rpunto}[e, \text{phi}] * \text{Cos}[\text{phi}] - \text{Sin}[\text{phi}])^2 + (\text{rhipunto}[e, \text{phi}] * \text{Cos}[\text{phi}] + \text{rpunto}[e, \text{phi}] * \text{Sin}[\text{phi}] - \text{Cos}[\text{phi}])^2 / (4 * \pi^2), \{ \text{phi}, 0, 2 * \pi \}, \{ \text{phi}1, 0, 2 * \pi \}, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < e < 1 \right]$$

$$3 - \sqrt{1 - e^2}$$

**Figura A.3.** Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad estocástica en el caso plano.

Para el cálculo de la velocidad estocástica, caso espacial, utilizamos las siguientes ecuaciones

Ecuación 2.9

$$\text{amoño}[e\_ , \text{phi}\_] := (e * \text{Cos}[\text{phi}] + e^2) / (1 - e^2)$$

Ecuación 2.42 normalizada: componentes de la velocidad relativa en la intersección de las órbitas

$$\begin{aligned} \text{xpuntodif}[e\_ , \text{phi}\_ , i\_ , \text{om}\_ , \text{Omega}\_ , \text{phi}\theta\_ ] := & \\ & ((1 + e * \text{Cos}[\text{phi}]) (-\text{Sin}[\text{om} + \text{phi}] \text{Cos}[\text{Omega}] - \text{Sin}[\text{Omega}] \text{Cos}[\text{om} + \text{phi}] \text{Cos}[i]) + \\ & e \text{Sin}[\text{phi}] (\text{Cos}[\text{Omega}] \text{Cos}[\text{om} + \text{phi}] - \text{Sin}[\text{Omega}] \text{Sin}[\text{om} + \text{phi}] \text{Cos}[i])) / \\ & ((1 - e^2)^{1/2} (1 + \text{amoño}[e, \text{phi}])^{1/2}) - \text{Sin}[\text{phi}\theta] \\ \text{ypuntodif}[e\_ , \text{phi}\_ , i\_ , \text{om}\_ , \text{Omega}\_ , \text{phi}\theta\_ ] := & \\ & ((1 + e * \text{Cos}[\text{phi}]) (-\text{Sin}[\text{om} + \text{phi}] \text{Sin}[\text{Omega}] + \text{Cos}[\text{Omega}] \text{Cos}[\text{om} + \text{phi}] \text{Cos}[i]) + \\ & e \text{Sin}[\text{phi}] (\text{Sin}[\text{Omega}] \text{Cos}[\text{om} + \text{phi}] + \text{Cos}[\text{Omega}] \text{Sin}[\text{om} + \text{phi}] \text{Cos}[i])) / \\ & ((1 - e^2)^{1/2} (1 + \text{amoño}[e, \text{phi}])^{1/2}) - \text{Cos}[\text{phi}\theta] \\ \text{zpuntodif}[e\_ , \text{phi}\_ , i\_ , \text{om}\_ , \text{Omega}\_] := & \text{Sin}[i] * \\ & ((1 + e * \text{Cos}[\text{phi}]) * \text{Cos}[\text{om} + \text{phi}] + e \text{Sin}[\text{phi}] \text{Sin}[\text{om} + \text{phi}]) / ((1 - e^2)^{1/2} (1 + \text{amoño}[e, \text{phi}])^{1/2}) \end{aligned}$$

Promediamos:

$$\begin{aligned} & \text{Integrate}[ \\ & (\text{xpuntodif}[e, \text{phi}, i, \text{om}, \text{Omega}, \text{phi}\theta]^2 + \text{ypuntodif}[e, \text{phi}, i, \text{om}, \text{Omega}, \text{phi}\theta]^2 + \\ & (\text{zpuntodif}[e, \text{phi}, i, \text{om}, \text{Omega}]^2) / (16 * \pi^4), \{\text{phi}\theta, 0, 2 * \pi\}, \\ & \{\text{phi}, 0, 2 * \pi\}, \{\text{Omega}, 0, 2 * \pi\}, \{\text{om}, 0, 2 * \pi\}, \text{Assumptions} \rightarrow 0 < e < 1] \\ & 3 - \sqrt{1 - e^2} \end{aligned}$$

**Figura A.4.** Desarrollo matemático para el cálculo de la velocidad estocástica en el caso espacial.



# Apéndice B

## Resumen de trabajos realizados

### B.1. Publicaciones

#### B.1.1. Publicaciones con referato en revistas internacionales

1. **Planetesimal fragmentation and giant planet formation II. Dependencies with planetesimal relative velocities and compositions**  
San Sebastián, I. L., Guilera, O. M., Parisi, M. G.  
Astronomy & Astrophysics, 2019, A&A, 625, A138
2. **The tensile strength of compressed dust samples and the catastrophic disruption threshold of pre-planetary matter**  
San Sebastián, I. L., Dolff, A, Blum, J., Parisi, M. G., Kothe, S.  
MNRAS, 2020, 497, 2418-2424

#### B.1.2. Actas en congresos nacionales

1. **Catastrophic disruption threshold for planetesimals**  
San Sebastián, I. L. & Parisi, M. G.  
Bol. Asoc. Arg. Astron., 2016, Vol 58, 307-309.
2. **Formación de planetas gigantes y fragmentación de planetesimales**  
San Sebastián, I. L., Guilera, O. M., Parisi, M. G.  
Bol. Asoc. Arg. Astron., 2018, Vol 60.



# Bibliografía

- Adachi I., Hayashi C., Nakazawa K., 1976, *Progress of Theoretical Physics*, **56**, 1756
- Adams F. C., Lada C. J., Shu F. H., 1987, *ApJ*, **312**, 788
- Agnor C. B., Canup R. M., Levison H. F., 1999, *Icarus*, **142**, 219
- Alibert Y., et al., 2018, *Nature Astronomy*, **2**, 873
- Andre P., Ward-Thompson D., Barsony M., 2000, in Mannings V., Boss A. P., Russell S. S., eds, *Protostars and Planets IV*. p. 59 ([arXiv:astro-ph/9903284](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9903284))
- Andrews S. M., 2020, arXiv e-prints, p. [arXiv:2001.05007](https://arxiv.org/abs/2001.05007)
- Arakawa M., Higa M., 1996, *Planet.~Space~Sci.*, **44**, 901
- Armitage P. J., 2010, *Astrophysics of Planet Formation*
- Armitage P. J., Kley W., 2019, *From Protoplanetary Disks to Planet Formation*, Saas-Fee Advanced Course, [doi:10.1007/978-3-662-58687-7](https://doi.org/10.1007/978-3-662-58687-7)
- Beitz E., Güttler C., Blum J., Meisner T., Teiser J., Wurm G., 2011, *ApJ*, **736**, 34
- Beitz E., Güttler C., Nakamura A. M., Tsuchiyama A., Blum J., 2013, *Icarus*, **225**, 558
- Beitz E., Blum J., Parisi G., 2014, in *77th Annual Meeting of the Meteoritical Society*. p. 5452
- Beitz E., Blum J., Parisi M. G., Trigo-Rodríguez J. M., 2016, preprint, ([arXiv:1604.02340](https://arxiv.org/abs/1604.02340))
- Bell C. P. M., Naylor T., Mayne N. J., Jeffries R. D., Littlefair S. P., 2013, *MNRAS*, **434**, 806
- Benavidez P. G., Durda D. D., Enke B. L., Bottke W. F., Nesvorný D., Richardson D. C., Asphaug E., Merline W. J., 2012, *Icarus*, **219**, 57
- Benavidez P. G., Durda D. D., Enke B., Campo Bagatin A., Richardson D. C., Asphaug E., Bottke W. F., 2018, *Icarus*, **304**, 143
- Benz W., 2000, *Space~Sci.~Rev.*, **92**, 279
- Benz W., Asphaug E., 1999, *Icarus*, **142**, 5
- Binney J., Tremaine S., 1987, *Galactic dynamics*
- Birnstiel T., Klahr H., Ercolano B., 2012, *A&A*, **539**, A148
- Blum J., 2018, *Space~Sci.~Rev.*, **214**, 52
- Blum J., Münch M., 1993, *Icarus*, **106**, 151

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Blum J., Wurm G., 2008, *ARA&A*, **46**, 21
- Blum J., Wurm G., Poppe T., Heim L. O., 1998, *Earth Moon and Planets*, **80**, 285
- Blum J., Schräpler R., Davidsson B. J. R., Trigo-Rodríguez J. M., 2006, *ApJ*, **652**, 1768
- Blum J., Gundlach B., Mühle S., Trigo-Rodríguez J. M., 2014, *Icarus*, **235**, 156
- Boley A. C., 2009, *ApJ*, **695**, L53
- Boss A. P., 1997, *Science*, **276**, 1836
- Boss A. P., 2000, *ApJ*, **536**, L101
- Bottke W. F., Durda D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Levison H., 2005, *Icarus*, **175**, 111
- Brisset J., Heißelmann D., Kothe S., Weidling R., Blum J., 2016, *A&A*, **593**, A3
- Brisset J., Heißelmann D., Kothe S., Weidling R., Blum J., 2017, *A&A*, **603**, A66
- Brunini A., Parisi M. G., Tancredi G., 2002, *Icarus*, **159**, 166
- Bukhari Syed M., Blum J., Wahlberg Jansson K., Johansen A., 2017, *ApJ*, **834**, 145
- Campbell B., Walker G. A. H., Yang S., 1988, *ApJ*, **331**, 902
- Chamberlin A. B., 2008, in AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #40. p. 435
- Chambers J. E., 2001, *Icarus*, **152**, 205
- Chambers J. E., 2013, *Icarus*, **224**, 43
- Chambers J. E., 2014, *Icarus*, **233**, 83
- Chambers J. E., Wetherill G. W., 1998, *Icarus*, **136**, 304
- Chapman C. R., 1978, in Morrison D., Wells W. C., eds, NASA Conference Publication Vol. 2053, NASA Conference Publication. pp 145–160
- Crida A., Morbidelli A., Masset F., 2006, in AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #38. AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts. p. 63.05
- Czechowski Z., Leliwa-Kopystyński J., Teisseyre R., 1992, in Teisseyre R., Leliwa-Kopystyński J., Lang B., eds, *Evolution of the Earth and Other Planetary Bodies: Physics and Evolution of the Earth's Interior 5*. pp 51–187
- Danby J. M. A., 1992, *Fundamentals of celestial mechanics*
- Davis D. R., Ryan E. V., 1990, *Icarus*, **83**, 156
- Dominik C., Tielens A. G. G. M., 1997, *ApJ*, **480**, 647
- Dugaro A., de Elía G. C., Darriba L. A., 2019, *A&A*, **632**, A14
- Durda D. D., Bottke W. F., Nesvorný D., Enke B. L., Merline W. J., Asphaug E., Richardson D. C., 2007, *Icarus*, **186**, 498

- Durisen R. H., Boss A. P., Mayer L., Nelson A. F., Quinn T., Rice W. K. M., 2007, in Reipurth B., Jewitt D., Keil K., eds, *Protostars and Planets V.* p. 607 ([arXiv:astro-ph/0603179](#))
- Flynn G. J., Consolmagno G. J., Brown P., Macke R. J., 2018, *Chemie der Erde / Geochemistry*, **78**, 269
- Fortier A., Benvenuto O. G., Brunini A., 2009, *A&A*, **500**, 1249
- Fortier A., Alibert Y., Carron F., Benz W., Dittkrist K.-M., 2013, *Astronomy and Astrophysics*, **549**, A44
- Fortney J. J., Nettelmann N., 2010, *Space-Sci.-Rev.*, **152**, 423
- Fujiwara A., Kamimoto G., Tsukamoto A., 1977, *Icarus*, **31**, 277
- Fujiwara A., Cerroni P., Davis D., Ryan E., di Martino M., 1989, in Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds, *Asteroids II.* pp 240–265
- Gail H.-P., Hoppe P., 2010, *The Origins of Protoplanetary Dust and the Formation of Accretion Disks.* pp 27–65
- Garaud P., Meru F., Galvagni M., Olczak C., 2013, *ApJ*, **764**, 146
- Geretshauser R. J., Meru F., Speith R., Kley W., 2011, *A&A*, **531**, A166
- Greenberg R., Wacker J. F., Hartmann W. K., Chapman C. R., 1978, *Icarus*, **35**, 1
- Greenberg R., Bottke W. F., Carusi A., Valsecchi G. B., 1991, *Icarus*, **94**, 98
- Greenzweig Y., Lissauer J. J., 1990, *Icarus*, **87**, 40
- Greenzweig Y., Lissauer J. J., 1992, *Icarus*, **100**, 440
- Grott M., et al., 2019, *Nature Astronomy*, **3**, 971
- Guilera O. M., 2016, *Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía La Plata Argentina*, **58**, 316
- Guilera O. M., Sándor Z., 2017, *A&A*, **604**, A10
- Guilera O. M., Brunini A., Benvenuto O. G., 2010, *A&A*, **521**, A50
- Guilera O. M., Fortier A., Brunini A., Benvenuto O. G., 2011, *Astronomy and Astrophysics*, **532**, A142
- Guilera O. M., de Elía G. C., Brunini A., Santamaría P. J., 2014, *A&A*, **565**, A96
- Gundlach B., Blum J., 2015, *ApJ*, **798**, 34
- Gundlach B., et al., 2018, *MNRAS*, **479**, 1273
- Gunkelmann N., Ringl C., Urbassek H. M., 2016, *A&A*, **589**, A30
- Güttler C., Blum J., Zsom A., Ormel C. W., Dullemond C. P., 2010, *A&A*, **513**, A56
- Haisch Karl E. J., Lada E. A., Lada C. J., 2001, *ApJ*, **553**, L153
- Hasegawa M., Nakazawa K., 1990, *A&A*, **227**, 619

- Hatzes A. P., Cochran W. D., 1993, *ApJ*, 413, 339
- Hayashi C., 1981, *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70, 35
- Helled R., et al., 2014, *Protostars and Planets VI*, pp 643–665
- Holsapple K. A., 1994, *Planet.~Space~Sci.*, 42, 1067
- Holsapple K., Gliblin I., Housen K., Nakamura A., Ryan E., 2002, Asteroid Impacts: Laboratory Experiments and Scaling Laws. pp 443–462
- Hori Y., Ikoma M., 2010, *ApJ*, 714, 1343
- Hori Y., Ikoma M., 2011, *MNRAS*, 416, 1419
- Hornung K., et al., 2016, *Planet.~Space~Sci.*, 133, 63
- Housen K. R., Holsapple K. A., 1990, *Icarus*, 84, 226
- Housen K. R., Holsapple K. A., 1999, *Icarus*, 142, 21
- Housen K. R., Schmidt R. M., Holsapple K. A., 1991, *Icarus*, 94, 180
- Hubickyj O., Bodenheimer P., Lissauer J. J., 2005, *Icarus*, 179, 415
- Ida S., Makino J., 1993, *Icarus*, 106, 210
- Ida S., Guillot T., Morbidelli A., 2008, *Astrophysical Journal*, 686, 1292
- Ikoma M., Nakazawa K., Emori H., 2000, *ApJ*, 537, 1013
- Inaba S., Ikoma M., 2003, *A&A*, 410, 711
- Inaba S., Tanaka H., Nakazawa K., Wetherill G. W., Kokubo E., 2001, *Icarus*, 149, 235
- Inaba S., Wetherill G. W., Ikoma M., 2003, *Icarus*, 166, 46
- Inutsuka S.-i., Machida M. N., Matsumoto T., 2010, *ApJ*, 718, L58
- Jeffreys H., 1947, *MNRAS*, 107, 260
- Johansen A., Lacerda P., 2010, *MNRAS*, 404, 475
- Johansen A., Oishi J. S., Mac Low M.-M., Klahr H., Henning T., Youdin A., 2007, *Nature*, 448, 1022
- Johansen A., Youdin A., Mac Low M.-M., 2009, *ApJ*, 704, L75
- Johansen A., Klahr H., Henning T., 2011, *A&A*, 529, A62
- Johansen A., Youdin A. N., Lithwick Y., 2012, *A&A*, 537, A125
- Johansen A., Blum J., Tanaka H., Ormel C., Bizzarro M., Rickman H., 2014, *Protostars and Planets VI*, pp 547–570
- Johnson T. V., Lunine J., 2005, in Mackwell S., Stansbery E., eds, Lunar and Planetary Inst. Technical Report Vol. 36, 36th Annual Lunar and Planetary Science Conference.
- Jutzi M., Benz W., Michel P., 2008, *Icarus*, 198, 242

- Jutzi M., Michel P., Benz W., Richardson D. C., 2010, *Icarus*, **207**, 54
- Jutzi M., Holsapple K., Wünneman K., Michel P., 2015, preprint, ([arXiv:1502.01844](https://arxiv.org/abs/1502.01844))
- Kato M. T., Fujimoto M., Ida S., 2012, *ApJ*, **747**, 11
- Kaula W. M., 1968, An introduction to planetary physics - The terrestrial planets
- Kenyon S. J., Bromley B. C., 2002, *ApJ*, **577**, L35
- Kenyon S. J., Bromley B. C., 2006, *AJ*, **131**, 1837
- Kimura H., et al., 2020, *MNRAS*, **496**, 1667
- Kobayashi H., Tanaka H., Krivov A. V., 2011, *ApJ*, **738**, 35
- Kokubo E., Ida S., 1998, *Icarus*, **131**, 171
- Kokubo E., Ida S., 2000, *Icarus*, **143**, 15
- Kokubo E., Ida S., 2002, *ApJ*, **581**, 666
- Korycansky D. G., Bodenheimer P., Cassen P., Pollack J. B., 1990, *Icarus*, **84**, 528
- Kothe S., Blum J., Weidling R., Güttler C., 2013, *Icarus*, **225**, 75
- Kretke K. A., Lin D. N. C., 2007, *ApJ*, **664**, L55
- Krivov A. V., Ide A., Löhne T., Johansen A., Blum J., 2018, *MNRAS*, **474**, 2564
- Kruijjer T. S., Burkhardt C., Budde G., Kleine T., 2017, *Proceedings of the National Academy of Science*, **114**, 6712
- Kusaka T., Nakano T., Hayashi C., 1970, *Progress of Theoretical Physics*, **44**, 1580
- Lambrechts M., Johansen A., 2012, *A&A*, **544**, A32
- Lambrechts M., Johansen A., Morbidelli A., 2014, *A&A*, **572**, A35
- Latham D. W., Mazeh T., Stefanik R. P., Mayor M., Burki G., 1989, *Nature*, **339**, 38
- Leinhardt Z. M., Stewart S. T., 2012, *ApJ*, **745**, 79
- Leinhardt Z. M., Richardson D. C., Quinn T., 2000, *Icarus*, **146**, 133
- Li D., Wong L. N. Y., 2013, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, **46**, 269
- Lin D. N. C., Papaloizou J., 1986a, *ApJ*, **307**, 395
- Lin D. N. C., Papaloizou J., 1986b, *ApJ*, **309**, 846
- Lissauer J. J., Stewart G. R., 1993, in Levy E. H., Lunine J. I., eds, *Protostars and Planets III*. pp 1061–1088
- Lodders K., 2003, *ApJ*, **591**, 1220
- Macke R. J., Consolmagno G. J., Britt D. T., 2011, *Meteoritics and Planetary Science*, **46**, 1842

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Mamajek E. E., 2009, in Usuda T., Tamura M., Ishii M., eds, American Institute of Physics Conference Series Vol. 1158, American Institute of Physics Conference Series. pp 3–10 ([arXiv:0906.5011](#)), [doi:10.1063/1.3215910](#)
- Markides C., Kourkoulis S., 2016, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, **8**, 127
- Masset F. S., D’Angelo G., Kley W., 2006, *ApJ*, **652**, 730
- Matsuo T., Shibai H., Ootsubo T., Tamura M., 2007, *ApJ*, **662**, 1282
- Mayor M., Queloz D., 1995, *Nature*, **378**, 355
- McDonnell J. A. M., et al., 1987, *A&A*, **187**, 719
- Meisner T., Wurm G., Teiser J., 2012, *A&A*, **544**, A138
- Meisner T., Wurm G., Teiser J., Schywek M., 2013, *A&A*, **559**, A123
- Michel P., Benz W., Richardson D. C., 2003, *Nature*, **421**, 608
- Michel P., Richardson D. C., Durda D. D., Jutzi M., Asphaug E., 2015, Collisional Formation and Modeling of Asteroid Families. pp 341–354, [doi:10.2458/azu\\_uapress\\_9780816532131-ch018](#)
- Mizuno H., 1980, *Progress of Theoretical Physics*, **64**, 544
- Morbidelli A., Bottke W. F., Nesvorný D., Levison H. F., 2009, *Icarus*, **204**, 558
- Morishima R., Stadel J., Moore B., 2010, *Icarus*, **207**, 517
- Murray C., 2000, *Celestial Mechanics*. p. 2086, [doi:10.1888/0333750888/2086](#)
- Murray C. D., Dermott S. F., 1999, *Solar system dynamics*
- Mustill A. J., Davies M. B., Johansen A., 2018, *MNRAS*, **478**, 2896
- Ohtsuki K., Stewart G. R., Ida S., 2002, *Icarus*, **155**, 436
- Opik E. J., 1950, *Irish Astronomical Journal*, **1**, 25
- Ormel C. W., Klahr H. H., 2010, *A&A*, **520**, A43
- Ormel C. W., Kobayashi H., 2012, *ApJ*, **747**, 115
- Ostrowski D., Bryson K., 2019, *Planet.~Space~Sci.*, **165**, 148
- Paardekooper S. J., Baruteau C., Crida A., Kley W., 2010, *MNRAS*, **401**, 1950
- Paardekooper S. J., Baruteau C., Kley W., 2011, *MNRAS*, **410**, 293
- Papaloizou J. C. B., Nelson R. P., Kley W., Masset F. S., Artymowicz P., 2007, in Reipurth B., Jewitt D., Keil K., eds, *Protostars and Planets V*. p. 655 ([arXiv:astro-ph/0603196](#))
- Paraskov G. B., Wurm G., Krauss O., 2007, *Icarus*, **191**, 779
- Parisi M. G., 2011, *A&A*, **534**, A28
- Parisi M. G., 2013, *Planet.~Space~Sci.*, **75**, 96

- Parisi M. G., Brunini A., 1997, *Planet.~Space~Sci.*, **45**, 181
- Parisi M. G., Del Valle L., 2011, *A&A*, **530**, A46
- Parisi M. G., Carraro G., Maris M., Brunini A., 2008, *A&A*, **482**, 657
- Paszun D., Dominik C., 2009, *A&A*, **507**, 1023
- Pérez S., Casassus S., Baruteau C., Dong R., Hales A., Cieza L., 2019, *AJ*, **158**, 15
- Perryman M., 2018, *The Exoplanet Handbook*
- Pfalzner S., Steinhausen M., Menten K., 2014, *ApJ*, **793**, L34
- Planes M. B., Millán E. N., Urbassek H. M., Bringa E. M., 2017, *A&A*, **607**, A19
- Pollack J. B., 1984, *ARA&A*, **22**, 389
- Pollack J. B., Hubickyj O., Bodenheimer P., Lissauer J. J., Podolak M., Greenzweig Y., 1996, *Icarus*, **124**, 62
- Raymond S. N., O'Brien D. P., Morbidelli A., Kaib N. A., 2009, *Icarus*, **203**, 644
- Raymond S. N., et al., 2011, *A&A*, **530**, A62
- Raymond S. N., et al., 2012, *A&A*, **541**, A11
- Richardson D. C., Quinn T., Stadel J., Lake G., 2000, *Icarus*, **143**, 45
- Richardson D. C., Leinhardt Z. M., Melosh H. J., Bottke W. F. J., Asphaug E., 2002, *Gravitational Aggregates: Evidence and Evolution*. pp 501–515
- Richardson D. C., Michel P., Walsh K. J., Flynn K. W., 2009, *Planet.~Space~Sci.*, **57**, 183
- Ringl C., Bringa E. M., Bertoldi D. S., Urbassek H. M., 2012, *ApJ*, **752**, 151
- Ronco M. P., de Elía G. C., 2018, *MNRAS*, **479**, 5362
- Ronco M. P., de Elía G. C., Guilera O. M., 2015, *A&A*, **584**, A47
- Ronco M. P., Guilera O. M., de Elía G. C., 2017, *MNRAS*, **471**, 2753
- Safronov V. S., 1972, *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and planets*.
- San Sebastián I. L., Parisi M. G., 2016, *Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía La Plata Argentina*, **58**, 307
- San Sebastián I. L., Guilera O. M., Parisi M. G., 2019, *A&A*, **625**, A138
- San Sebastián I. L., Dolf A., Blum J., Parisi M. G., Kothe S., 2020, *MNRAS*, en preparación
- Schräpler R., Blum J., 2011, *ApJ*, **734**, 108
- Schräpler R., Blum J., Seizinger A. e., Kley W., 2012, *ApJ*, **758**, 35
- Schräpler R., Blum J., Krijt S., Raabe J.-H., 2018, *ApJ*, **853**, 74
- Schwartz S. R., Michel P., Richardson D. C., 2013, *Icarus*, **226**, 67

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Seizinger A., Kley W., 2013, *A&A*, **551**, [A65](#)
- Shakura N. I., Sunyaev R. A., 1973, *A&A*, **24**, [337](#)
- Shu F. H., Adams F. C., Lizano S., 1987, *ARA&A*, **25**, [23](#)
- Slyuta E. N., 2017, *Solar System Research*, **51**, [64](#)
- Stern S. A., 1996a, *AJ*, **112**, [1203](#)
- Stern S. A., 1996b, *A&A*, **310**, [999](#)
- Stern S. A., McKinnon W. B., Lunine J. I., 1997, On the Origin of Pluto, Charon, and the Pluto-Charon Binary. p. 605
- Stevenson D. J., 1982, *Planet.~Space~Sci.*, **30**, [755](#)
- Stevenson D. J., Harris A. W., Lunine J. I., 1986, in Burns J. A., Matthews M. S., eds, *Satellites*. pp 39–88
- Tanigawa T., Ikoma M., 2007, *ApJ*, **667**, [557](#)
- Thommes E. W., Duncan M. J., Levison H. F., 2003, *Icarus*, **161**, [431](#)
- Toomre A., 1964, *ApJ*, **139**, [1217](#)
- Tremaine S., Yavetz T. D., 2014, *American Journal of Physics*, **82**, [769](#)
- Wada K., Tanaka H., Suyama T., Kimura H., Yamamoto T., 2007, *ApJ*, **661**, [320](#)
- Wada K., Tanaka H., Suyama T., Kimura H., Yamamoto T., 2009, *ApJ*, **702**, [1490](#)
- Wada K., Tanaka H., Suyama T., Kimura H., Yamamoto T., 2011, *ApJ*, **737**, [36](#)
- Ward W. R., 1997, *Icarus*, **126**, [261](#)
- Weidenschilling S. J., 1977, *Ap&SS*, **51**, [153](#)
- Weidenschilling S. J., 2011, *Icarus*, **214**, [671](#)
- Weidenschilling S. J., Spaute D., Davis D. R., Marzari F., Ohtsuki K., 1997, *Icarus*, **128**, [429](#)
- Weidling R., Güttler C., Blum J., 2012, *Icarus*, **218**, [688](#)
- Wetherill G. W., Stewart G. R., 1989, *Icarus*, **77**, [330](#)
- Wetherill G. W., Stewart G. R., 1993, *Icarus*, **106**, [190](#)
- Whizin A. D., Blum J., Colwell J. E., 2017, *ApJ*, **836**, [94](#)
- Williams J. P., Cieza L. A., 2011, *ARA&A*, **49**, [67](#)
- Wolff S. C., Strom S. E., Rebull L. M., 2011, *ApJ*, **726**, [19](#)
- Wolszczan A., Frail D. A., 1992, *Nature*, **355**, [145](#)
- Wurm G., Paraskov G., Krauss O., 2005, *Phys.~Rev.~E*, **71**, [021304](#)
- Wyatt M. C., 2008, *ARA&A*, **46**, [339](#)

Youdin A. N., Lithwick Y., 2007, *Icarus*, 192, 588

Zsom A., Ormel C. W., Güttler C., Blum J., Dullemond C. P., 2010, *A&A*, 513, A57

de Elía G. C., Guilera O. M., Brunini A., 2013, *A&A*, 557, A42

Ševeček P., Brož M., Nesvorný D., Enke B., Durda D., Walsh K., Richardson D. C., 2017, *Icarus*, 296, 239